

8. Análisis y simulación del proceso productivo de una PYME mediante una red de Petri estocástica

HÉCTOR RIVERA-GÓMEZ*

ALEJANDRA GÓMEZ PADILLA**

GUSTAVO ERICK ANAYA-FUENTES***

OSWALDO ANTONIO ORTEGA-REYES****

DOI: <https://doi.org/10.52501/cc.235.08>

Resumen

Este estudio presenta una metodología novedosa para modelar y analizar el ciclo de producción en la industria porcina, con el objetivo de abordar la complejidad inherente de este proceso y ofrecer herramientas efectivas para optimizarlo. Se emplea un enfoque basado en redes de Petri estocásticas, una técnica que permite capturar la dinámica temporal y las interacciones complejas presentes en la producción porcina. La metodología se centra en la construcción de una red de Petri que representa con precisión los distintos componentes del ciclo productivo, desde la cría y alimentación de los cerdos hasta la distribución de la carne. Los resultados obtenidos muestran la eficacia de este enfoque para modelar la complejidad del ciclo productivo porcino. La red de Petri desarrollada exhibe propiedades fundamentales que reflejan la dinámica del proceso y su comportamiento estocástico. La validación de los resultados de la simulación respalda la robustez de la metodología propuesta. Las implicaciones de este estudio son significativas para la industria porcina, ya que proporciona una herramienta poderosa

* Doctor en Ingeniería. Profesor-investigador, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2903-2909>

** Doctora en Ingeniería Industrial. Profesora-investigadora, Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías, Universidad de Guadalajara, México. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1465-020X>

*** Doctor en Ingeniería Industrial. Profesor-investigador, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3708-6763>

**** Doctor en Administración. Profesor-investigador, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México. ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-428-664X>

para la toma de decisiones y la optimización de procesos. Al ofrecer una visión detallada del proceso productivo, la metodología permite identificar áreas de mejora y oportunidades de optimización. Además, facilita la evaluación de escenarios alternativos y la planificación estratégica basada en datos sólidos y análisis rigurosos. Finalmente, este estudio destaca el potencial de las redes de Petri estocásticas como una herramienta valiosa para entender y optimizar el ciclo productivo en la industria porcina, lo que contribuye al crecimiento y la sostenibilidad del sector.

Palabras clave: *Red de Petri estocásticas, optimización de procesos, producción, industria porcina.*

Introducción

El objetivo de este capítulo consiste en aplicar técnicas alternativas de modelación del ciclo productivo de una empresa productora de carne de cerdo mediante una red de Petri estocástica. De manera en particular, se analiza detalladamente la red de Petri asociada al comportamiento del ciclo productivo de la empresa productora con el fin de evaluar su evolución en el tiempo. La hipótesis de investigación considera que el ciclo productivo puede ser modelado por una red de Petri estocástica viva. En esta sección se presentan datos relevantes sobre el sector productivo porcino en el país, esto con la finalidad de proveer un contexto económico a la investigación. Además, se presentan algunos conceptos clave sobre redes de Petri y cadenas de Markov, se realiza una exhaustiva revisión de la literatura, donde se presentan algunos autores relevantes al problema bajo estudio.

Antecedentes: Situación de la producción de carne de cerdo en México

El sector de producción de carne de cerdo en el país, ha presentado una tendencia creciente desde el periodo de 1996 al año 2022. A fin de contextualizar el tamaño del sector, en el año 2005, la producción porcícola es de

alrededor de 1 087 800 toneladas. Las proyecciones del sector realizadas con base en datos del gobierno consideran crecimiento para los próximos años. Desde el año 2010 al año 2020, el crecimiento del sector fue de alrededor del 40%, reflejando una tasa media de crecimiento anual del 3.5%. Considerando el contexto internacional, se tienen datos que indican que el consumo de carne de cerdo presentara una tendencia de crecimiento en los próximos años. Por esta razón se tiene el consenso internacional de realizar de una manera más profesional la actividad de crianza de cerdos y otros animales del tipo bovino y caprino. Asimismo, es necesario eficientar los procesos de abasto de los mercados, los cuales demandan en mayor medida este tipo de productos. Una práctica de las empresas dedicadas al sector porcícola considera aumentar la producción de carne de cerdo mediante la crianza y el cuidado se cerdas que sean rentables para la generación de nuevos lechones, Senasica (2022).

Con respecto a los costos implicados en la producción del sistema analizado, se tiene que el rubro de alimentación de los cerdos es el rubro más grande, el segundo punto son los costos financieros. También son relevantes los costos de energía eléctrica, transportes, combustibles, mantenimiento, impuestos, etc. En el proceso productivo igualmente debe de considerarse los medicamentos. La realidad del país, refleja que el sector porcícola presenta procesos semitecnificados de producción, donde un número considerable de empresas reportan niveles de perdida, pues a pesar de que se realizan acciones para reducir los costos, el hecho de tener índices bajos de productividad, no les permite a los pequeños productores competir con las empresas tecnificadas. Esto fuerza a que los pequeños productores, se enfoquen en atender mercados regionales, los cuales en la mayoría de los casos son pequeños, donde generalmente no tienen competencia de empresas tecnificadas o productos de importación.

En base en los datos discutidos, resalta la necesidad actual del sector porcícola de desarrollar técnicas actualizadas de producción altamente tecnificadas, esto implica que las empresas deben tener una mejor capacitación y que es necesario el uso de mejor tecnología para la gestión eficientes de las empresas, con respecto con la administración del proceso, la determinación de tamaño óptimo de animales dentro de las empresas y la mejora de las actividades de distribución, etc. Además, actualmente el sector agro-

alimentario frente a diversos retos debido al efecto de la pandemia, el aumento de costos de materias primas provocado por los problemas inflacionarios y el conflicto en Ucrania ha sumado a un contexto operativo que afecta a las cadenas de suministro mundiales. En este contexto, se propone utilizar una red de Petri estocástica para modelar y analizar el desempeño de una empresa productora de carne de cerdo a fin de desarrollar un modelo de gestión para la toma eficiente de decisiones.

Definiciones y conceptos

a) Red de Petri estocástica

En el contexto actual de alta incertidumbre, surge la ventaja de utilizar las redes de Petri estocásticas, las cuales son aquellas redes donde el retraso de tiempo para cada transición se asume como aleatorio y exponencialmente distribuido (Stochastic Petri Net, SPN). Los modelos SPN que tienen transiciones inmediatas, por ejemplo, con retrasos de tiempo de cero, se llaman redes de Petri estocásticas generalizadas. Ambos modelos, incluyendo extensiones tales como transiciones prioritarias, arcos inhibidores, y arcos probabilísticos pueden ser convertidos en su equivalente cadena de Markov. Así que su análisis puede ser conducido al resolver un conjunto de ecuaciones matemáticas.

En general, una red de Petri estocástica está definida por $(P, T, I, O, m_0, \Lambda)$, donde $\Lambda = T \rightarrow R^+$ es la función de disparo que asocia tasas de disparos positivo a todas las transiciones. Normalmente, se utiliza λ_i para denotar la tasa de disparo de t_i . Cabe hacer notar que cada tasa de disparo de la transición puede ser de marcaje dependiente. Adicionalmente, el modelo desarrollado en la presente investigación, se basa en el siguiente teorema propuesto por Mohillo (1982):

Teorema: Cualquier lugar finito con transiciones finitas, el marcaje de la red de Petri estocástica es isomorfa (similar) a un proceso markoviano de un espacio discreto de una dimensión. Una red de Petri estocástica es isomorfa a un proceso Markoviano finito o cadena de Markov, Zhou y Venkatesh (1999).

Generalmente, un proceso de Markov de una dimensión solo tiene una variable aleatoria. En una red de Petri estocástica equivalente a un proceso markoviano, el tiempo es la única variable aleatoria.

b) Cadena de Markov

Este concepto se refiere a un conjunto de variables aleatorias $\{X_t\}$, el cual puede representar algún indicador de interés observado a través del tiempo. A menudo T considera al conjunto de números enteros no negativos t . El uso de los procesos estocásticos es de bastante interés en el área de modelación y análisis de los indicadores clave de las empresas para analizar el desempeño de un sistema en cierto periodo de tiempo. Se dice que un proceso estocástico puede clasificarse como una cadena de Markov si este refleja la propiedad markoviana, esto es si dicho proceso cumple la siguiente condición:

$$P \{X_{t+1} = j | X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i\} = P\{X_{t+1} = j | X_t = i\}$$

para toda $t = 0, 1, \dots$ y toda sucesión $i, j, k_0, k_1, \dots, k_{t-1}$.

En palabras esta propiedad implica que la probabilidad condicional de algún evento futuro considerando los eventos pasados y el estado actual, no depende del pasado, solo es necesario conocer el estado actual del sistema.

Revisión de la literatura

En un entorno cada vez más competitivo, las empresas deben innovar y administrar adecuadamente los sistemas de producción para satisfacer a su mercado. A fin de reducir los desperdicios, adaptarse de una mejor manera a las necesidades de los clientes y permanecer competitivos, las empresas necesitan gestionar de manera conjunta e integral sus estrategias de producción, mantenimiento y calidad. En este contexto, existen diversos estudios que se han enfocado en dicha integración, por ejemplo, Ait-El-Cadi *et al.* (2021) desarrollaron un modelo integral que ayuda a determinar la tasa de producción y la frecuencia de mantenimiento además de definir el tamaño de muestra a inspeccionar. La estrategia de inspección se basa en un

plan de muestreo dinámico, el cual ajusta el tamaño de muestra con base en la degradación del sistema.

En el artículo de Rivera-Gómez *et al.* (2021) se estudió la integración de las estrategias de producción, inspección y mantenimiento de un sistema de producción sujeto a deterioro, el cual tiene un doble efecto en la confiabilidad y la calidad; consideraron un mantenimiento mayor para mitigar los efectos del deterioro y el empleo de inspección dinámica para satisfacer la restricción de calidad que requieren los clientes. El modelo de Rivera-Gómez *et al.* (2022) se enfocó en el análisis de la coordinación de las estrategias de producción, subcontratación y mantenimiento para un sistema con deterioro de la calidad e incertidumbre en la subcontratación.

Más recientemente, Sahabi Abubakar *et al.* (2023) propusieron un sistema combinado con múltiples productos conectados a un almacén para satisfacer la demanda cambiante de los clientes. El control de la calidad del proceso es desarrollado mediante un control estadístico de procesos multi nivel. Boumallessa *et al.* (2023) propusieron un modelo integral para el control de producción, calidad y mantenimiento, donde el sistema está sujeto a deterioro, se establece una relación entre la información de un indicador de calidad y el nivel de degradación del sistema para generar un programa de mantenimiento. Wan, Chen *et al.* (2023) investigaron un modelo integral para los conceptos de producción, mantenimiento y control de calidad, utilizaron un gráfico de control adaptativo con intervalos de muestreo variable como método para el control de calidad. Mohammad Hadian *et al.* (2023) contribuyeron al área al presentar un modelo para programar tareas de mantenimiento y control de inventario para un sistema sujeto a deterioro. Su propósito fue integrar las decisiones de determinación del stock de seguridad y programación del mantenimiento. Wan, Zhu *et al.* (2023) estudiaron un enfoque conjunto de producción, mantenimiento y control estadístico de procesos para un sistema con múltiples causas asignables de calidad. Realizaron una comparación entre los modelos de una causa con modelos de múltiples causas para resaltar las ventajas del suyo. Como puede observarse en los trabajos presentados en este párrafo, existen diversas técnicas que han sido utilizadas con éxito para analizar los sistemas de producción por lo que abre la puerta para analizar de una forma más rigurosa a los sistemas de producción del sector agroalimentario.

En la actualidad, la toma de decisiones en el sector agroalimentario es más difícil que en el pasado debido a la intensificación de la producción, el incremento de la competitividad y la reducción de los márgenes de utilidad. En este contexto se observa una necesidad creciente de modelos para la toma de decisiones puesto que su uso se ha convertido en un punto esencial para el éxito económico del sector. Por ejemplo, en el artículo de Plà *et al.* (2003) desarrollaron un modelo markoviano de decisión para representar el ciclo productivo y reproductivo de una empresa agroalimentaria de cerdos, describe con precisión la estructura de los animales considerando datos reales de la empresa. En el artículo de Cornou y Kristensen (2013) se revisó el uso de la información mediante un sistema de monitoreo para los animales, propusieron un sistema de administración de la información y de soporte a la toma de decisiones. Su propuesta se basa en el hecho de que, considerando los avances de la tecnología, nuevos datos pueden ser recolectados automáticamente de los procesos por lo que deben utilizarse para la toma de decisiones. En el trabajo de Nadal-Roig *et al.* (2019), se propone un modelo de planeación de la producción para una empresa productora de carne de cerdo mediante un modelo de programación lineal mixto de múltiples periodos. Ayuda al administrador para la toma de decisiones al proveer de un panorama general del proceso a través del tiempo. En el artículo de Rodríguez-Sánchez *et al.* (2019), se analizan las decisiones de una empresa productora de carne de cerdo mediante un modelo de optimización lineal mixto. Se aprecia que la programación de alimentación, el sistema de precios, la transportación y la homogeneidad del lote tienen un impacto considerable en la estrategia de mercado. Zhou y Bohrer (2019) utilizaron una simulación de un modelo de mercado con el objetivo de investigar la variabilidad económica asociada a las estrategias de mercado. Consideraron el peso en canal del animal como una predicción de la pérdida de peso del cerdo. Davoudkhani *et al.* (2020) utilizaron un modelo bioeconómico individual que simula el crecimiento de cada cerdo considerando varias características biológicas en función de diferentes estrategias de alimentación, lo resuelven mediante un algoritmo evolutivo. Satiry y Yildirim (2020) propusieron un modelo de optimización lineal para facilitar la toma de decisiones de producción y planeación financiera de una empresa productora de carne de ave, incorporaron todas las divisiones en una

compleja integración de las actividades de alimentación, incubación, producción y distribución de carne de ave. Pourmoayed y Relund Nielsen (2022) formularon un proceso de decisión markoviano jerárquico con dos niveles el cual modela decisiones de mercado considerando fluctuaciones en el precio del cerdo. El estado del sistema está basado en la información de los precios de alimentación, y la información es actualizada utilizando un enfoque bayesiano.

Actualmente, los sistemas de producción son altamente complejos y en su mayoría son muy costosos de construir y mantener. Entre los métodos utilizados para analizar los sistemas de producción, las redes de Petri son una opción prometedora, pues representan de una forma natural las interacciones entre las partes o actividades en un sistema. Además de que es posible modelar situaciones típicas como la sincronización, secuencias, concurrencias y conflictos. Por ejemplo, en el artículo de Coman y Ionescu (2013) se utilizó una red de Petri estocástica para analizar el desempeño de un sistema productivo, considerando la tasa de utilización de máquinas, detección de bloqueos, tiempos de ciclo y rendimientos a fin de obtener la productividad óptima. Con su modelo validaron la topología de la red, la evolución de sus dinámicas, además de la estructura y las propiedades de estabilidad. Li *et al.* (2012) utilizaron una red de Petri estocástica para localizar los cuellos de botella de servicio de un sistema productivo, también estudiaron la capacidad para producir diferentes productos y la productividad promedio de celdas reconfigurables de manufactura. Xu *et al.* (2014) presentaron un análisis de la eficiencia de un modelo de red de Petri para una unidad de manufactura, simularon diferentes unidades analizando su desempeño, compararon sus resultados de simulación con cálculos de una cadena de Markov con la misma estructura. Bortolini *et al.* (2016) utilizaron la minería de datos para construir una red de Petri de una unidad de producción con buffers, filas, procesos, etc. Su modelo permitió la predicción de índices del desempeño del proceso. Simon *et al.* (2018) investigaron la viabilidad de utilizar la simulación de eventos discretos para modelar redes de Petri en un contexto de una unidad productiva. Propusieron un enfoque para modelar diferentes clases de redes de Petri con la simulación de eventos discretos. Cao *et al.* (2019) propusieron una red de Petri estocástica híbrida para modelar sistemas híbridos con características discretas, conti-

nuas, conflictos, demoras y características estocásticas simultáneas. Su modelo supera los modelos convencionales en términos de describir la escalabilidad e inmediatez de los sistemas híbridos. Wang *et al.* (2019) desarrollaron un modelo para una unidad flexible de producción utilizando una red de Petri para integrar el problema de distribución de planta y planeación de la producción. Su modelo se basa en un enfoque de optimización en serie el cual combina el algoritmo del grapo de alcanzabilidad y un algoritmo de búsqueda. Hu *et al.* (2021) estudiaron una red de Petri estocástica para modelar un sistema cyber-físico, compuesto de múltiples componentes de cómputo, comunicación y funciones de control. Dicho sistema es modelado considerando diversos tipos de objetos y su estructura lógica es representada visualmente. Para simplificar el proceso de análisis, propusieron un algoritmo que utilizara matemáticas difusas para procesar la red de Petri.

El presente capítulo está estructurado de la siguiente manera, en la sección 2 se presenta la metodología empleada en la investigación, en la sección 3 se presentan los resultados obtenidos de una instancia real de una empresa productora de carne de cerdo. En la sección 4 se discuten los resultados del caso práctico. Finalmente, el capítulo se concluye en la sección 5.

Metodología

En este trabajo se contemplan los estados y condiciones más representativas del proceso productivo de la carne de cerdo. Se tomó como base el diagrama de flujo modelo de una empresa PYME dedicada a la producción carne de cerdo propuesto por la Secretaria de Agricultura y Desarrollo Rural, SADER en el Manual de buenas prácticas de producción de Pinelli-Saavedra (2004). Dicho diagrama se presenta en la figura 8.1.

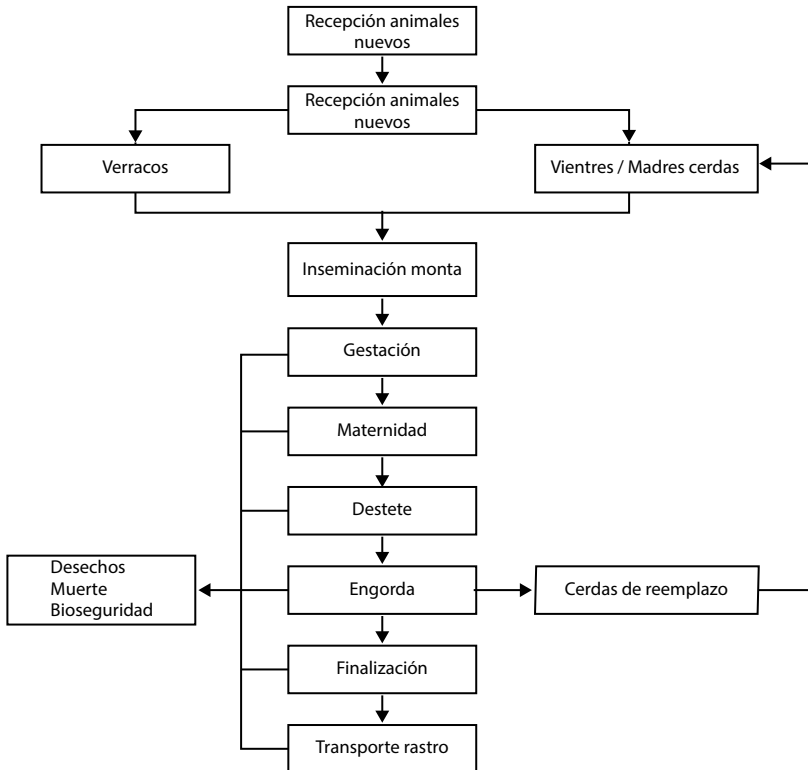
Bajo el supuesto de que el comportamiento del ciclo reproductivo de las cerdas de la empresa productora puede ser modelado por medio de una cadena de Markov ergódica, lo cual implica que la totalidad de los estados sean recurrentes, no nulos y aperiódicos. Para el modelado del proceso productivo se utilizan como políticas de gestión, las de conservar a las cerdas en la empresa, o bien, retirarlas del proceso, si estos animales no son rentables. Con respecto a las probabilidades de transición consideradas en

la formulación, estas son definidas con base a datos reportados en cierto periodo de tiempo. Para cada transición, las probabilidades de máxima verosimilitud se obtienen mediante la siguiente ecuación:

$$p(j/i, a) = \frac{n_{ij}}{n_i} \tag{1}$$

Donde n_{ij} es el número de animales que realizan la transición del estado i al estado j , cuando se decide por tomar la acción a y $n_i = \sum_{k \in S} n_{ik}$ representa la cantidad total de animales que han realizado la transición al estado en el periodo de tiempo analizado. Las acciones consideradas son aquellas relacionadas a mantener las cerdas. La acción de reemplazar significa que una cerda es trasladada al estado cero con probabilidad uno.

Figura 8.1. Diagrama de flujo del sistema analizado



Fuente: Pinelli-Saavedra (2004).

El diagrama de flujo de la figura 8.1 representa un ciclo productivo real. Con la finalidad de mantener un número de estados manejable en la formulación, en el modelo desarrollado se consideran los estados del proceso descritos en Plà *et al.* (2003):

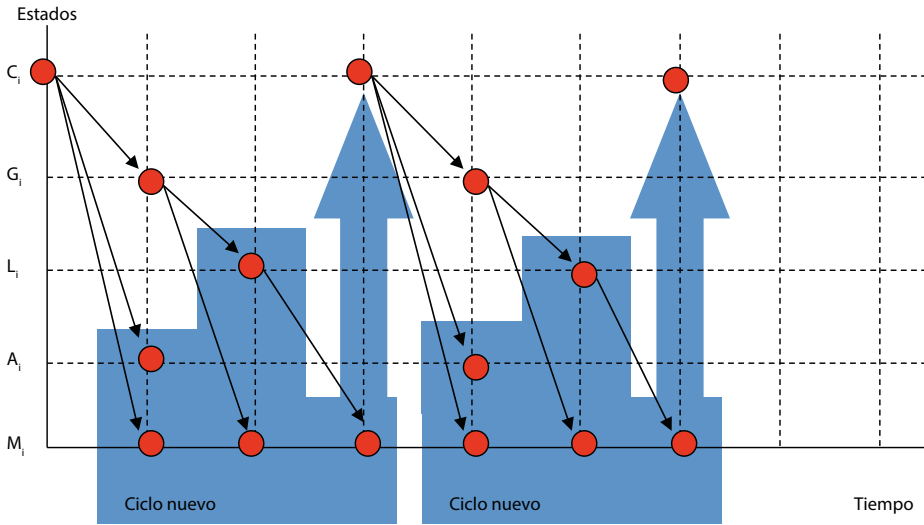
- 1) Cubrición (en esta etapa se considera la actividad de inseminación y/o monta)
- 2) Gestación
- 3) Lactación (en esta etapa se considera la actividad de maternidad y destete)
- 4) Aborto (en esta etapa se consideran los desechos y la bioseguridad)
- 5) Muerte

Estos cinco estados representan el ciclo de vida natural de los animales. De manera general se observa que cada ciclo considerado está conformado por cinco etapas. Es una práctica común de los productores el considerar solamente ocho ciclos productivos como máximo dentro de la empresa. Esto implica que una cerda puede tener como máximo ocho camadas. Después de este límite los animales son inmediatamente remplazados por un animal nuevo. De esta forma la cadena de Markov desarrollada considera un total de 40 estados. Las variables utilizadas para definir a los estados de cada ciclo se enlistan a continuación:

- C_i cubrición en el i - ciclo
- G_i gestación en el i - ciclo
- L_i lactación en el i - ciclo
- A_i aborto en el i - ciclo
- M_i muerte en el i - ciclo

Para el conjunto de estados y transiciones definidos en la cadena de Markov, se establecen diversas consideraciones posibles dentro de la empresa, por ejemplo, si un animal aborta se reemplaza inmediatamente. El reemplazo se considera inmediato, por ende los animales que se eliminan de la empresa se cambian por otros los cuales inician en el estado 0 en la cubrición del primer ciclo C_1 . El diagrama de transición para los estados de los ocho ciclos productivos se muestra en la figura 8.2.

Figura 8.2. Diagrama de transición de estados



Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

La cadena de Markov del proceso productivo se presenta en la figura 8.3.

Figura 8.3. Matriz de transición de la cadena de Markov

	C_1	G_1	L_1	A_1	M_1	C_2	G_2	L_2	A_2	M_2	C_3	G_3	L_3	A_3	M_3
C_1	0	0.9	0	0.02	0.08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G_1	0	0	0.92	0	0.08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
L_1	0.12	0	0	0	0.08	0.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C_2	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0.02	0.08	0	0	0	0	0
G_2	0	0	0	0	0	0	0	0.92	0	0.08	0	0	0	0	0
L_2	0.07	0	0	0	0	0	0	0	0	0.08	0.85	0	0	0	0
A_2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M_2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0.02	0.08
G_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.92	0	0.08
L_3	0.92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.08
A_3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M_3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

La metodología empleada en este trabajo está conformada por las siguientes actividades:

1. Modelación del proceso productivo mediante una cadena de Markov
2. Determinación de una red de Petri estocástica isomorfa a la cadena de Markov del paso anterior
3. Análisis de la red de Petri estocástica, RdP:
 - a. Análisis de las características de la RdP
 - b. Determinación de la matriz de incidencias
 - c. Generación del grafo de alcanzabilidad $R(m_0)$
 - d. Determinación del listado de marcajes
4. Análisis del proceso markoviano
 - a. Determinación de las probabilidades de transición estado estable
 - b. Cálculo del costo promedio esperado a largo plazo por unidad de tiempo
 - c. Determinación de la utilidad promedio esperada para la empresa

Resultados

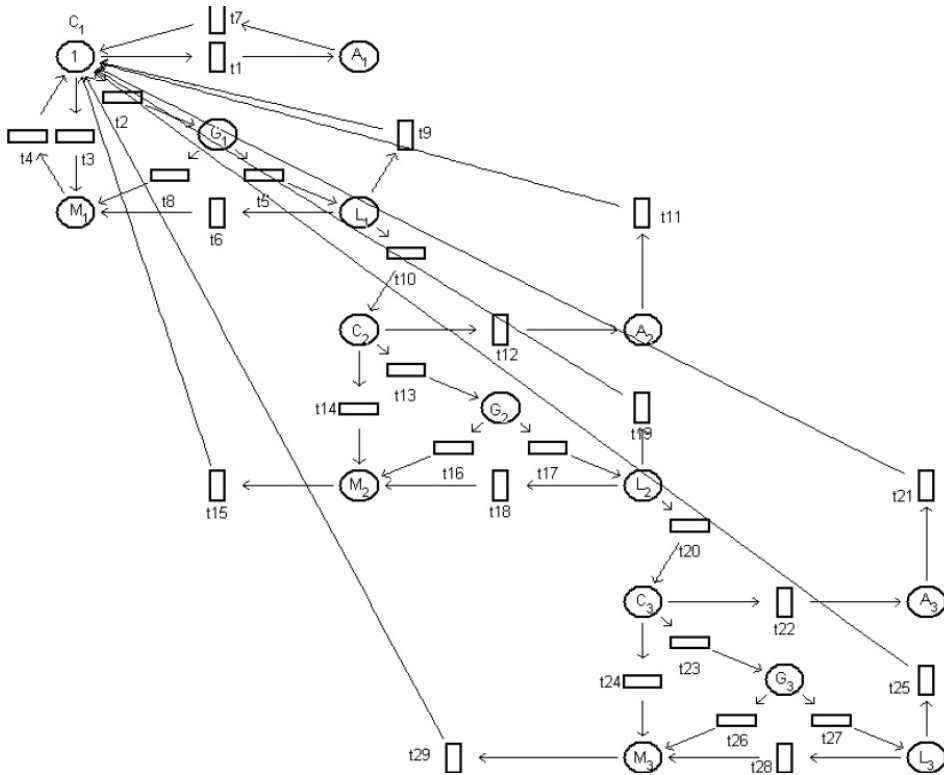
Con las probabilidades de transición presentados en la matriz de transición de la figura 8.3, es posible desarrollar la red de Petri estocástica isomorfa a la cadena de Markov del proceso productivo. En este caso se utilizó el software Petri Net Tool, el cual funciona en la plataforma de Matlab y permite simular redes de Petri estocásticas. La red de Petri generada se presenta en la figura 8.4, observe como esta red es similar al diagrama de transición de estados presentado previamente en la figura 8.2. En este caso fueron necesarios los siguientes 15 lugares y 29 transiciones para la construcción de la red de Petri y se utilizó solo una marca en el lugar C_1 .

Estructura: $(P, T, I, O, m_0, \Lambda)$

Lugares: $P = \{C_1, G_1, L_1, A_1, M_1, C_2, G_2, L_2, A_2, M_2, C_3, G_3, L_3, A_3, M_3\}$

Transiciones: $T = \left\{ \begin{array}{l} t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{14}, t_{15}, t_{16}, \\ t_{17}, t_{18}, t_{19}, t_{20}, t_{21}, t_{22}, t_{23}, t_{24}, t_{25}, t_{26}, t_{27}, t_{28}, t_{29} \end{array} \right\}$

Figura 8.4. Red de Petri Estocástica del proceso productivo



Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

Al analizar detalladamente la red de Petri estocástica generada, se encontró que esta RdP cuenta con las siguientes características:

- Vivacidad
- Conservativa
- Repetitiva
- Limitada

Estas propiedades implican que las transiciones t_i de la RdP siempre disparan y que pueden disparar indefinidamente, y además que por cada entero positivo k la transición t_i dispara al menos k veces. Adicionalmente, dado que el grafo de alcanzabilidad presentado en la figura 8.6 es finito, se puede

decir que la RdP es limitada. Estas características son importantes porque reafirman que la cadena de Markov isomorfa a la RdP de la figura 8.4 es ergódica, donde este punto es una propiedad y un requisito importante que debe de cumplir la cadena de Markov del problema para poder desarrollar un proceso markoviano de decisión. La matriz de incidencia de la RdP es la siguiente:

Figura 8.5. Matriz de incidencia de la RdP

C_1	A_1	G_1	M_1	L_1	C_2	A_2	G_2	M_2	L_2	C_3	A_3	G_3	M_3	L_3
-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1

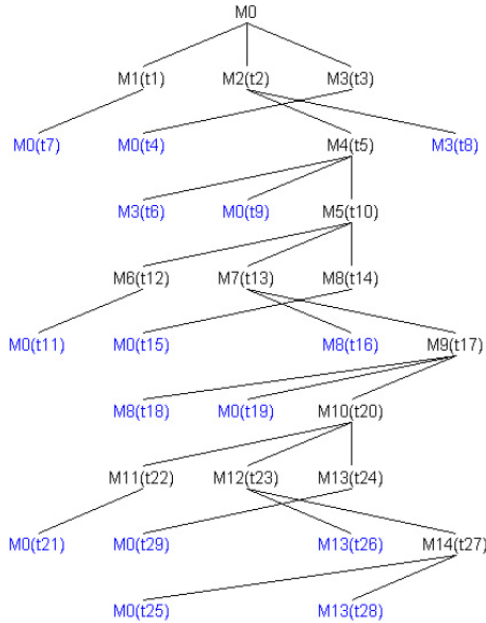
Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

Por las características de la red de Petri estocástica del problema, sólo se obtuvieron 15 diferentes marcajes. Al considerar solamente tres ciclos del proceso productivo, el marcaje de la RdP está determinado por el siguiente vector:

$$M_i = [C_1, A_1, G_1, M_1, L_1, C_2, A_2, G_2, M_2, L_2, C_3, A_3, G_3, M_3, L_3]$$

La relación completa de los marcajes de la RdP se presenta en el grafo de alcanzabilidad de la figura 8.6:

Figura 8.6. Grafo de alcanzabilidad de la RdP



Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

Al utilizar el software PNT00L fue posible determinar los arribos a 15 estados que conforman la RdP, donde la lista de marcajes de estos estados se presenta en la tabla 8.1.

Tabla 8.1. Conjunto de marcajes del RdP

Estado S_i	Marcaje M_i	Estado S_i	Marcaje M_i
S_0	[1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]	S_8	[0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0]
S_1	[0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]	S_9	[0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0]
S_2	[0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]	S_{10}	[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0]
S_3	[0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0]	S_{11}	[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0]
S_4	[0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0]	S_{12}	[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1]
S_5	[0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0]	S_{13}	[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1]
S_6	[0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0]	S_{14}	[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1]
S_7	[0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0]		

Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

En este caso numérico se realizaron dos corridas con 1000 y 10 000 eventos, estos arribos se compararon con las probabilidades estado estable de la cadena de Markov, donde dichas probabilidades se calcularon con las siguientes ecuaciones:

$$\pi_j = \sum_{i=0}^M \pi_i P_{ij} \quad \forall j = 0, 1, \dots, M \quad \sum_{j=0}^M \pi_j = 1 \quad (2)$$

Los valores de π_j denotan la probabilidad de encontrar al proceso en cierto estado j después de un tiempo considerable, cabe destacar que los resultados de la RdP tienden a estas probabilidades π_j después de un número considerable de transiciones y estos resultados son independientes de la distribución de probabilidad inicial definida por los estados. La tabla 8.2 presenta las probabilidades de transición en estado estable del proceso productivo obtenidos de la simulación de la RdP para diferente número de eventos simulados, además también la tabla 8.2 reporta las probabilidades estado estable obtenidas de manera analítica, a partir de la cadena de Markov utilizando las ecuaciones (2). Como puede observarse en la tabla 8.2, los resultados de la simulación de la RdP y los resultados analíticos de las ecuaciones (2) son muy similares, lo que denota la eficiencia del enfoque propuesto de modelación utilizando la RdP.

Tabla 8.2. Probabilidades de transición estado estable

Lugares	Porcentaje de arribos al lugar i , con 1000 eventos de la RdP	Porcentaje de arribos al lugar i , con 10000 eventos de la RdP	Probabilidades estado estable de la cadena de Markov
C_1	0.159	0.1584	0.1584
A_1	0.004	0.0032	0.0032
G_1	0.144	0.1426	0.1425
M_1	0.035	0.0346	0.0346
L_1	0.132	0.1312	0.1311
C_2	0.105	0.1049	0.1049
A_2	0.003	0.0021	0.0021
G_2	0.094	0.0944	0.0944
M_2	0.023	0.0230	0.0229
L_2	0.086	0.0868	0.0869
C_3	0.073	0.0737	0.0738
A_3	0.002	0.0015	0.0015
G_3	0.064	0.0662	0.0665
M_3	0.012	0.0112	0.0112
L_3	0.064	0.0662	0.0611

Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

En los resultados de la tabla 8.3, se presenta el porcentaje de tiempo que el sistema estará en promedio por ciclo productivo, en este caso se sumó la probabilidad estado estable de cada uno de los 5 estados que conforman cada ciclo productivo. Se reportan los resultados para los tres ciclos productivos considerados en la simulación.

Tabla 8.3. *Porcentaje de tiempo que el sistema estará en el Ciclo-i*

Lugares	Porcentaje de arribos al lugar <i>i</i> , con 1000 eventos de la RdP	Porcentaje de arribos al lugar <i>i</i> , con 10000 eventos de la RdP	Probabilidades estado estable de la cadena de Markov
Ciclo-1	0.4740	0.4700	0.4680
Ciclo-2	0.3110	0.3112	0.3112
Ciclo-3	0.2150	0.2188	0.2190

Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

Para la determinación del costo promedio esperado asociado a la cadena de Markov del proceso productivo, se consideran los cálculos para el largo plazo con respecto a la unidad de tiempo, donde se utilizó la siguiente ecuación:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^M \varphi(X_t) \right] = \sum_{j=0}^M \pi_j \varphi(j) \quad (3)$$

Los valores de la tabla 8.4 presentan los costos e ingresos asociados a los 15 lugares de la red de Petri, donde las cantidades negativas implican un costo y las cantidades positivas denotan los ingresos del estado. La forma de definir estas cantidades fue el considerar los diversos gastos e ingresos generados por la alimentación de los animales, gastos financieros, costo de los medicamentos, costos fijos, venta de animales, etc.

Tabla 8.4. *Relación de costos e ingresos del proceso productivo*

Lugares	Ciclo-1	Ciclo-2	Ciclo-3
Cubrición	-207.48	-207.48	-207.48
Aborto	-8.68	-8.68	-8.68
Gestación	-999.20	-999.20	-999.20
Muerte	-8.68	-8.68	-8.68
Lactación	3702.72	4206.72	4290.72

Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

Al aplicar la ecuación (3) a los datos de la tabla 8.2 se obtiene el costo promedio esperado de mantener los cerdos dentro de la empresa durante tres ciclos, cabe hacer notar que el sistema productivo reporta en este caso una utilidad, la cual considerado una simulación de 10 000 eventos es de \$761.75.

Tabla 8.5. *Utilidad promedio esperada del proceso productivo*

	<i>Utilidad promedio esperada con 1000 eventos</i>	<i>Utilidad promedio esperada con 10000 eventos</i>	<i>Utilidad promedio esperada a largo plazo</i>
Utilidad por animal	\$753.08	\$761.75	\$739.66

Fuente: elaboración propia con base en el modelo propuesto.

Es interesante observar como el costo promedio esperado a largo plazo, en este caso la utilidad de la empresa obtenida analíticamente a partir de las ecuaciones que definen a la cadena de Markov, baja considerablemente a \$739.66, esto se debe porque con las corridas de 1 000 y 10 000 eventos, los porcentajes de arribos a los lugares de la red de Petri aún no están en condiciones estado estable, lo que conlleva a que se tengan variaciones en esta cifra con los dos métodos utilizados, la simulación con la RdP y analíticamente con las ecuaciones (2) y (3).

Discusión

El análisis de los resultados de la tabla 8.2 a la tabla 8.5 son de gran interés en la planeación de la producción de una empresa dedicada a la producción de carne porcina, puesto que estos datos son de utilidad para definir adecuadamente la distribución en planta de la empresa y también para tener suficiente información para administrar adecuadamente la empresa. De la tabla 8.3 podemos observar que cerca del 80% de los cerdos de la empresa estarán en los dos primeros ciclos productivos, mientras que, en el tercer ciclo, menos del 22% de la totalidad de los cerdos llegará a producir en el tercer ciclo. Con esta información se puede tener datos que permitan prever y gestionar acciones futuras. En cuanto al costo promedio esperado con la cadena de Markov se espera que en estado estable se tenga una utilidad de alrededor \$739.66 por animal en la granja. La red de Petri desarrollada

presenta las siguientes características de vivacidad, conservativa, repetitividad y limitada, lo cual confirman la ergodicidad de la cadena de Markov. En base a los resultados obtenidos, se puede afirmar que la red de Petri desarrollada es isoforma, en otras palabras, es similar a una cadena de Markov formada por una clase única aperiódica e irreducible, puesto que sus quince estados comunican entre sí, además no se encuentra en la cadena ningún estado absorbente de hecho, todos los estados son recurrentes, lo que implica que la cadena sea ergódica. Esta propiedad de ergodicidad permite el desarrollo de modelos de toma de decisiones más sofisticados como los procesos markovianos de decisión.

Conclusión

Este estudio representa un avance significativo en la modelación y análisis del ciclo productivo en la industria porcina. Mediante la aplicación de una red de Petri estocástica, se logró una representación detallada y estructurada del proceso, permitiendo un análisis exhaustivo de su dinámica temporal. Los resultados obtenidos han demostrado que esta metodología es altamente efectiva para capturar las complejas interacciones y flujos de trabajo inherentes al ciclo productivo de la pira. La red de Petri desarrollada ha exhibido propiedades fundamentales, como vivacidad, conservatividad, repetitividad y limitación, que son indicativas de la ergodicidad de la cadena de Markov asociada. Esta característica es esencial, ya que garantiza que el sistema experimente transiciones sucesivas a través de sus estados con cierta regularidad, lo que facilita un análisis preciso y confiable de su comportamiento a largo plazo. La validación de los resultados de la simulación de la red de Petri con los resultados analíticos derivados de la cadena de Markov ha fortalecido la confianza en el enfoque propuesto. Esta consistencia entre los enfoques de modelización sugiere que la red de Petri es una representación fiel del sistema real, lo que respalda su utilidad para simular y analizar sistemas complejos como el ciclo productivo de una empresa porcícola.

La aplicación práctica de esta metodología ofrece numerosos beneficios para los administradores y tomadores de decisiones en el sector porcícola.

Proporciona una visión clara y detallada del proceso productivo, permitiendo la identificación de cuellos de botella, puntos de mejora y áreas de oportunidad para aumentar la eficiencia y la rentabilidad de la empresa. Además, permite la evaluación de escenarios alternativos y la planificación estratégica basada en datos sólidos y análisis rigurosos. En resumen, este estudio ha demostrado que la modelación mediante redes de Petri es una herramienta poderosa y versátil para entender y optimizar el ciclo productivo en la industria porcina. Su aplicación puede conducir a mejoras significativas en la gestión de la cadena de suministro, la planificación de la producción y la toma de decisiones estratégicas, contribuyendo así al crecimiento y la sostenibilidad del sector.

Bibliografía

- Ait-El-Cadi, A., Gharbi, A., Dhouib, K. y Artiba, A. (2021). Integrated production, maintenance and quality control policy for unreliable manufacturing systems under dynamic inspection. *International Journal of Production Economics*, 236, 108140. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2021.108140>
- Bortolini, M., Faccio, M., Gamberi, M., Manzini, R. y Pilati, F. (2016). Stochastic timed Petri nets to dynamically design and simulate industrial production processes. *International Journal of Logistics Systems and Management*, 25(1), 20. <https://doi.org/10.1504/IJLSM.2016.078490>
- Boumallessa, Z., Chouikhi, H., Elleuch, M. y Bentaher, H. (2023). Modeling and optimizing the maintenance schedule using dynamic quality and machine condition monitors in an unreliable single production system. *Reliability Engineering & System Safety*, 235, 109216. <https://doi.org/10.1016/j.res.2023.109216>
- Cao, R., Hao, L., Wang, F. y Gao, Q. (2019). Modelling and analysis of hybrid stochastic timed Petri net. *Journal of Control and Decision*, 6(2), 90-110. <https://doi.org/10.1080/23307706.2017.1419079>
- Coman, D. y Ionescu, A. (2013). Simulation and Performance Analysis of a FMS/CIM Using Stochastic Timed Petri Nets. *Advanced Materials Research*, 837, 322-327. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.837.322>
- Cornou, C. y Kristensen, A. R. (2013). Use of information from monitoring and decision support systems in pig production: Collection, applications and expected benefits. *Livestock Science*, 157(2-3), 552-567. <https://doi.org/10.1016/j.livsci.2013.07.016>
- Davoudkhani, M., Mahé, F., Dourmad, J. Y., Gohin, A., Darrigrand, E. y Garcia-Launay, F. (2020). Economic optimization of feeding and shipping strategies in pig-fattening using an individual-based model. *Agricultural Systems*, 184, 102899. <https://doi.org/10.1016/j.agsy.2020.102899>

- Hu, H., Yu, J., Li, Z., Chen, J. y Hu, H. (2021). Modeling and Analysis of Cyber-Physical System Based on Object-Oriented Generalized Stochastic Petri Net. *IEEE Transactions on Reliability*, 70(3), 1271-1285. <https://doi.org/10.1109/TR.2020.2998091>
- Li, G. Q., Mitrouchev, P., Wang, Y., Brissaud, D. y Lu, L. X. (2012). Evaluation of the logistic model of the reconfigurable manufacturing system based on generalised stochastic Petri nets. *International Journal of Production Research*, 50(22), 6249-6258. <https://doi.org/10.1080/00207543.2011.616235>
- Mohammad Hadian, S., Farughi, H. y Rasay, H. (2023). Development of a simulation-based optimization approach to integrate the decisions of maintenance planning and safety stock determination in deteriorating manufacturing systems. *Computers & Industrial Engineering*, 178, 109132. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109132>
- Nadal-Roig, E., Plà-Aragonès, L. M. y Alonso-Ayuso, A. (2019). Production planning of supply chains in the pig industry. *Computers and Electronics in Agriculture*, 161, 72-78. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2018.08.042>
- Pinelli-Saavedra, A., Acevedo-Félix, E., Hernández-López, J. y Belmar, R. (2004). *Manual de buenas prácticas de producción en granjas porcícolas*. Servicio Nacional de Sanidad Inocuidad y Calidad Agroalimentaria, Senasica. Centro de investigación en Alimentación y Desarrollo, A.C., CIAD A.C.
- Plà, L. M., Pomar, C. y Pomar, J. (2003). A Markov decision sow model representing the productive lifespan of herd sows. *Agricultural Systems*, 76(1), 253-272. [https://doi.org/10.1016/S0308-521X\(02\)00102-6](https://doi.org/10.1016/S0308-521X(02)00102-6)
- Pourmoayed, R. y Relund Nielsen, L. (2022). Optimizing pig marketing decisions under price fluctuations. *Annals of Operations Research*, 314(2), 617-644. <https://doi.org/10.1007/s10479-020-03646-0>
- Rivera-Gómez, H., Gharbi, A., Kenné, J.-P., Ortiz-Zarco, R. y Corona-Armenta, J. R. (2021). Joint production, inspection and maintenance control policies for deteriorating system under quality constraint. *Journal of Manufacturing Systems*, 60, 585-607. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2021.07.018>
- Rivera-Gómez, H., Medina-Marin, J., Santana-Robles, F., Montañó-Arango, O., Barragán-Vite, I. y Cisneros-Flores, G. (2022). Impact of Unreliable Subcontracting on Production and Maintenance Planning Considering Quality Decline. *Applied Sciences*, 12(7), 3379. <https://doi.org/10.3390/app12073379>
- Rodríguez-Sánchez, S. V., Pla-Aragones, L. M. y De Castro, R. (2019). Insights to optimise marketing decisions on pig-grower farms. *Animal Production Science*, 59(6), 1126. <https://doi.org/10.1071/AN17360>
- Sahabi Abubakar, A., Hajej, Z. y C. Nyongue, A. (2023). Multi-Product Production Optimization of Maintenance Integrated into the Control Chart Under Service Level and Quality Constraints. *International Journal of Operations Management*, 3(2), 7-21. <https://doi.org/10.18775/ijom.2757-0509.2020.32.4001>
- Satir, B. y Yıldırım, G. (2020). A General Production and Financial Planning Model: Case of a Poultry Integration. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 45(8), 6803-6820. <https://doi.org/10.1007/s13369-020-04366-0>
- Servicio Nacional de Sanidad Inocuidad y Calidad Agroalimentaria. Senasica (2022).

- Panorama actual de la carne de porcino en canal en México.* https://dj.senasica.gob.mx/Contenido/files/2022/septiembre/PanoramadelacarnedeporcinoencanalenM%C3%A9xico_39a380c5-55d8-4afd-a943-89280a464c13.pdf
- Simon, E., Oyekan, J., Hutabarat, W., Tiwari, A. y Turner, C. J. (2018). Adapting Petri Nets to DES: Stochastic Modelling of Manufacturing Systems. *International Journal of Simulation Modelling*, 17(1), 5-17. [https://doi.org/10.2507/IJSIMM17\(1\)403](https://doi.org/10.2507/IJSIMM17(1)403)
- Wan, Q., Chen, L. y Zhu, M. (2023). A reliability-oriented integration model of production control, adaptive quality control policy and maintenance planning for continuous flow processes. *Computers & Industrial Engineering*, 176, 108985. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.108985>
- Wan, Q., Zhu, M. y Qiao, H. (2023). A joint design of production, maintenance planning and quality control for continuous flow processes with multiple assignable causes. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 43, 214-226. <https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2023.04.006>
- Wang, W., Hu, Y., Xiao, X. y Guan, Y. (2019). Joint optimization of dynamic facility layout and production planning based on Petri Net. *Procedia CIRP*, 81, 1207-1212. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2019.03.293>
- Xu, X. J., Xing, H. F. y Wang, S. G. (2014). Research on Stochastic Manufacturing Unit Performance Analysis Based on Simulation of Petri Net. *Applied Mechanics and Materials*, 556-562, 6414-6418. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.556-562.6414>
- Zhou, Z. Y. y Bohrer, B. M. (2019). Defining pig sort loss with a simulation of various marketing options of pigs with the assumption that marketing cuts improve variation in carcass weight and leanness. *Canadian Journal of Animal Science*, 99(3), 542-552. <https://doi.org/10.1139/cjas-2018-0195>
- Zhou, M. y Venkatesh, K. (1999). Modeling, Simulation, and Control of Flexible Manufacturing Systems. Series in Intelligent Control and Intelligent Automation: Volume 6. Word Scientific, 428 p. <https://doi.org/10.1142/3376>