

## 13. Un ejemplo para parcelas divididas en cuadro latino, sin y con submuestreo balanceado



DOI: <https://doi.org/10.52501/cc.299.13>

JOSÉ ANTONIO RODRÍGUEZ GONZÁLEZ\*

DELFINA DE JESÚS PÉREZ LÓPEZ\*\*

ARTEMIO BALBUENA MELGAREJO\*\*\*

JESÚS HERNÁNDEZ ÁVILA\*\*\*\*

J. RAMÓN PASCUAL FRANCO MARTÍNEZ\*\*\*\*\*

LAURA STEPHANIE FLORES CARRERA\*\*\*\*\*

CLAUDIA SAAVEDRA GUEVARA\*\*\*\*\*

GERARDO JASSO BOBADILLA\*\*\*\*\*

MARÍA TERESA OLIVEROS GONZÁLEZ\*\*\*\*\*

ANDRÉS GONZÁLEZ HUERTA\*\*\*\*\*§

### Resumen

Debido a la escasa información que se ha encontrado en la literatura reportada para un arreglo en parcelas divididas en diseño en cuadro latino, sin y con submuestreo balanceado, en esta contribución se presenta un ejemplo para generar un análisis de varianza y una comparación de medias para dos factores y para la combinación entre los niveles de cada factor aplicando la prueba de la diferencia mínima significativa de Fisher obtenidas con el paquete estadístico InfoStat; se presentan los cálculos manuales para generar grados de libertad y suma de cuadrados cuando se utilizan las formulas

---

§ Autor para correspondencia: [agonzalezh@uaemex.mx](mailto:agonzalezh@uaemex.mx)

\* Maestro en Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales.

\*\* Doctora en Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales. Profesora de tiempo completo de la Universidad Autónoma del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1621-5690>

\*\*\* Maestro en Fitomejoramiento de la Facultad de Ciencias Agrícolas, Universidad Autónoma del Estado de México.

\*\*\*\* Doctor en Gobierno y Administración Pública. Profesor de tiempo completo en la Facultad de Ciencias Agrícolas de la Universidad Autónoma del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4544-9250>

\*\*\*\*\* Doctor en Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales de la Facultad de Ciencias Agrícolas, Universidad Autónoma del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2139-6203>

derivadas por Rodríguez et al. (2025) a datos provenientes de un solo ensayo, pero éstos se pueden extender a una serie de experimentos si fueran empleadas las fórmulas presentadas por Pérez et al. (2025). Si el propósito adicional fuera comparar modelos, el que corresponde al caso de sin submuestreo estadístico difiere sólo en una componente con relación a un arreglo en franjas o bloques divididos con aleatorización en cuadro latino.

**Palabras clave:** *mínimos cuadrados, experimentos bifactoriales, aplicación de InfoStat.*

## Introducción

Cuando se analiza un ensayo frecuentemente se utilizan los promedios aritméticos de cada parcela o unidad experimental considerando una muestra de  $s$  datos; previamente, éstos se pueden calcular manualmente lo que implica destinar mayor tiempo a esta actividad o se puede construir un código, un programa o un algoritmo en la computadora que permita generarlos de manera rápida y confiable. Pero sería más pertinente utilizar directamente esos  $s$  datos para generar un análisis de varianza y una prueba de comparación de medias entre tratamientos, como una alternativa importante a lo previamente expuesto.

No obstante, no todos los paquetes estadísticos tienen una plataforma que permita implementar submuestreo balanceado dentro de las unidades

\*\*\*\*\* Doctora en Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales por la Universidad Autónoma del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8518-9636>

\*\*\*\*\* Doctora en Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales. Profesora de Asignatura de la Universidad Autónoma del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5519-6125>

\*\*\*\*\* Doctor en Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales, Facultad de Ciencias Agrícolas, Universidad Autónoma del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-8357-0660>

\*\*\*\*\* Maestra en Ciencias en Biotecnología Agrícola por la Universidad Autónoma Chapingo, Texcoco, Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-7991-3292>

\*\*\*\*\* Doctor en Ciencias Agropecuarias y Recursos Naturales, Facultad de Ciencias Agrícolas, Universidad Autónoma del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6055-7597>

experimentales, como STAR, PB Tools, WASP, OPSTAT o Navure, entre otros. En contraparte, InfoStat, InfoGen y Sistema para Análisis Estadístico (SAS, por sus siglas en inglés) permiten generar este tipo de análisis, sin y con submuestreo balanceado, de manera rápida y confiable, pero los primeros dos paquetes estadísticos son más fáciles de descargar a una computadora, y ambos se pueden utilizar sin necesidad de estar conectados a internet, aunque no son tan rápidos, versátiles y potentes como lo es SAS.

En la literatura especializada se ha encontrado poca información sobre el análisis de datos provenientes de arreglos en parcelas divididas y subdivididas en diseños tipo cuadrado latino, así como en sus series de ensayos en tiempo, espacio, o en ambos, especialmente cuando se aplica submuestreo balanceado. También se encontraron pocas evidencias del uso de software para el caso que es considerado en la presente contribución, por lo que el objetivo principal de este estudio fue presentar un ejemplo con cálculos manuales para grados de libertad y suma de cuadrados en ambas modalidades, validando éstos con InfoStat considerando los modelos estadísticos construidos previamente por Rodríguez et al. (2025).

## Revisión de literatura

El análisis de datos para arreglos en parcelas divididas (PD) o subdivididas (PSD) en ensayos bi o trifactoriales sin submuestreo estadístico y aplicando InfoStat e InfoGen pueden consultarse en Balzarini et al. (2008), Rienzo et al. (2008), Balzarini y Rienzo (2016), Tirado y Tirado (2017), entre otros. Las series de experimentos cuando éstos se extienden a diversos ambientes, conformados por años, localidades o combinaciones de ambos también pueden consultarse en González et al. (2019) y Pérez et al. (2022). Los planes de aleatorización más utilizados en dichos arreglos de unidades experimentales corresponden a los diseños experimentales completamente al azar (DCA) y bloques completos al azar (DBCA) (Martínez, 1988; Gomez y Gomez, 1984; Little y Hills, 2008; Montgomery, 2009), pero Ledolter (2010) realizó una discusión acerca de los arreglos de PD para ensayos completos y para experimentos factoriales fraccionados.

El DCL, en PD o PSD, no ha sido muy utilizado, pero podría ser de mayor utilidad que los diseños DCA y DBCA para estratificar las diferencias que causan las componentes del tiempo, del espacio o de ambos cuando se evalúan diversos factores de la productividad como distanciamiento entre plantas, fertilización, abonos orgánicos, insecticidas, fungicidas, herbicidas, métodos de labranza, láminas de riego, y fechas de corte en forrajes, entre otros, eligiendo varias especies vegetales o variedades contrastantes de alguna de éstas (González et al., 2019; Pérez et al., 2022). Los terrenos de agricultores que son muy heterogéneos en los Valles Altos de la Mesa Central de México también presentan variabilidad aleatoria que es indeseable para establecer un experimento adecuado; ésta podría controlarse más eficientemente utilizando un PD o PSD en DCL (González et al., 2019; Pérez et al., 2022).

También se ha encontrado poca información sobre modelos estadísticos, análisis de varianza y comparación de medias (Tirado y Tirado, 2017; González et al., 2019) cuando se aplica submuestreo balanceado y algún paquete estadístico (Gómez y Gómez, 1984; Martínez, 1994; Montgomery, 2009).

## Materiales y métodos

### Simbología

El rendimiento de grano ( $t\ ha^{-1}$ ) será identificado como  $Y$ . Adicionalmente, será empleada la simbología descrita por Mendenhall (1987), Sahagún (2007), Montgomery (2009), Pérez et al. (2022) y González et al. (2023, 2004a y 2024b). Los factores hileras, columnas,  $A$ ,  $B$ , tendrán niveles:  $i = 1, 2, 3, \dots, h$ ;  $j = 1, 2, 3, \dots, c$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots, t$ ;  $l = 1, 2, 3, \dots, b$ . Para submuestreo balanceado será incluido el factor  $S$  ( $m = 1, 2, 3, \dots, s$ ).

### Modelos estadísticos

Los dos modelos reportados en Rodríguez et al. (2025), sin y con submuestreo, son:

$$Y_{ijkl} = \mu + H_i + C_j + A_k + (HA)_{ik} + B_l + (AB)_{kl} + \varepsilon_{ijkl}$$

$$Y_{ijklm} = \mu + H_i + C_j + A_k + (HA)_{ik} + B_l + (AB)_{kl} + \delta_{m(ikl)} + \varepsilon_{ijklm}$$

Donde:  $Y$  es la variable de interés;  $\mu$  es la media aritmética general;  $H_i$ ,  $C_j$ ,  $A_k$ ,  $B_l$  son los efectos causados por hileras, columnas, y factores  $A$  y  $B$ , respectivamente;  $(HA)_{ik}$  es el error  $a$ ;  $(AB)_{kl}$  es la interacción entre ambos factores;  $\delta_{m(ikl)}$  es el error muestral;  $\varepsilon_{ijkl}$  y  $\varepsilon_{ijklm}$  son el error experimental, sin y con submuestreo.

## Diseño experimental

Los niveles del factor  $A$  fueron asignados a parcelas principales en un diseño en cuadro latino, y los niveles del factor  $B$  se aleatorizaron en subparcelas de manera completamente al azar. Los datos artificiales que serán utilizados en el presente ejemplo se presentan en la tabla 13.1. Cada valor es la media de cuatro datos en cada muestra.

Tabla 13.1. Datos para generar los cálculos manuales y para aplicar InfoStat, sin y con submuestreo ( $S$ )

	<i>C1 a1</i>			<i>C2 a2</i>			<i>C3 a3</i>			<i>C4 a4</i>			<i>S</i>
<i>H1</i>	7.0	1.9	5.6	2.1	6.3	7.6	7.0	8.2	2.7	9.6	7.7	3.9	<i>S1</i>
	7.6	2.1	6.0	2.8	6.9	8.2	7.3	8.8	3.1	10.1	8.2	4.2	<i>S2</i>
	8.0	2.3	6.5	3.0	7.2	8.4	7.6	9.1	3.5	10.4	8.5	4.4	<i>S3</i>
	<i>b3</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b1</i>	<i>b3</i>	<i>b2</i>	<i>b1</i>	
<i>H2</i>	<i>C1 a2</i>			<i>C2 a1</i>			<i>C3 a4</i>			<i>C4 a3</i>			
	2.3	6.6	7.4	6.0	7.5	2.0	4.4	8.0	9.1	7.2	3.0	8.7	<i>S1</i>
	2.6	7.1	8.0	6.3	8.0	2.3	4.8	8.5	9.6	7.6	3.2	9.1	<i>S2</i>
	2.9	7.5	8.6	6.6	8.3	2.6	5.1	9.0	9.8	8.0	3.5	9.4	<i>S3</i>
	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b1</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b2</i>	<i>b1</i>	<i>b3</i>	
<i>H3</i>	<i>C1 a3</i>			<i>C2 a4</i>			<i>C3 a1</i>			<i>C4 a2</i>			
	7.0	9.0	3.0	9.9	4.0	7.6	7.0	2.3	6.1	3.0	8.0	6.2	<i>S1</i>
	7.4	9.3	3.4	10.6	4.6	8.1	7.4	2.6	6.8	3.3	8.4	6.6	<i>S2</i>
	7.8	9.6	3.7	10.8	4.9	8.5	7.7	3.0	7.1	3.8	8.6	6.9	<i>S3</i>
	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b1</i>	<i>b3</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b1</i>	<i>b3</i>	<i>b2</i>	

<i>H4</i>	<i>C1 a4</i>			<i>C2 a3</i>			<i>C3 a2</i>			<i>C4 a1</i>			
	4.3	9.6	8.4	6.6	2.6	8.4	7.0	7.4	2.4	6.0	2.1	7.7	
4.7	10.3	8.6	7.0	3.0	8.8	7.3	8.0	2.9	6.5	2.4	8.0	<i>S2</i>	
4.9	9.9	8.7	7.3	3.2	8.9	7.7	8.2	2.6	6.9	2.8	8.3	<i>S3</i>	
	<i>b1</i>	<i>b3</i>	<i>b2</i>	<i>b2</i>	<i>b1</i>	<i>b3</i>	<i>b2</i>	<i>b3</i>	<i>b1</i>	<i>b2</i>	<i>b1</i>	<i>b3</i>	

Fuente: Elaboración propia y obtenida de los datos de la investigación. Cada valor es promedio de cuatro datos diferentes para cada submuestra.

## Software recomendable

Para obtener un plan de aleatorización se puede utilizar el paquete estadístico STAR, del Instituto Internacional de Investigación en Arroz (IRRI, por sus siglas en inglés). También se pueden emplear Statistical Analysis System (SAS) u otros paquetes estadísticos. Para analizar los datos se utilizó InfoStat, pero también podría emplearse InfoGen (Balzarini et al., 2008; Rienzo et al., 2008; Balzarini y Rienzo, 2016); éstos se han aplicado para dividir al error conjunto en errores muestral y experimental en ensayos con un solo factor, para DCA, DBCA, y DCL (González et al., 2023), pero pueden generalizarse para el caso de experimentos factoriales.

## Resultados

Como hileras (*H*), columnas (*C*) y niveles del factor *A* son iguales, *ht* o *ct* es igual a  $t^2$ . Para un DCA o DBCA, *h* o *c* podría considerarse como *r*, el número de repeticiones elegido en el experimento.

## Grados de libertad (GL) sin submuestreo

$$GL \text{ Total} = t^2b - 1 = 4(4)(3) - 1 = 47$$

$$GL \text{ H} = h - 1 = t - 1; \quad GL \text{ C} = c - 1 = t - 1 = GL \text{ A} = t - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$GL \text{ Error a} = (t - 1)(t - 2) = 3(2) = 6$$

$GL$  Parcelas Principales (PP) =  $GL H + GL C + GL A + GL Error$

$$a = 3 + 3 + 3 + 6 = 15$$

Para verificación:  $GL PP = t^2 - 1 = 4(4) - 1 = 15$

$$GL B = b - 1 = 3 - 1 = 2; GL A \times B = (t - 1)(b - 1) = 3(2) = 6$$

$$GL Error b = t(t - 1)(b - 1) = 4(3)(2) = 24 = (t^2 - t)(b - 1) = (16 - 4)(2) = 24$$

$$GL Total - GL H - GL C - GL A - GL Error a - GL B - GL A \times B = 47 - 3 - 3 - 3 - 6 - 2 - 6 = 24$$

También:  $GL SUB = GL B + GL A \times B + GL Error b = 2 + 6 + 24 = 32$

Para verificación:  $GL SUB = t^2(b - 1) = 4(4)(2) = 32$

$$GL PP + GL SUB = GL Total = (t^2 - 1) + t^2(b - 1) = t^2b - 1 = 15 + 32 = 47$$

### Suma de Cuadrados (SC) sin submuestreo

En el denominador de las siguientes fórmulas,  $H$  o  $C$  es nulo;  $H, C, A, B$  estarán representados por  $i, j, k, l$ , respectivamente. Aun cuando no se presenta un ejemplo para calcularlas, las formas cuadráticas o matriciales se escribirán como lo hicieron González et al. (2023) y González et al. (2024a y 2024b). En los siguientes cálculos se utilizaron los datos de cada hilera en su subhilera dos (para  $S$  igual a 2). Otra opción sería considerar las medias calculadas sobre  $S$ , el tamaño de la submuestra para aplicar las fórmulas anteriores.

$$SC Total = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}}{t^2b} \right)^2 = (7.6^2 + 2.1^2 + 6.0^2 + \dots, \\ + 8.0^2) - \left( \frac{1}{4(4)(3)} \right) (7.6 + 2.1 + 6.0 + \dots + 8.0)^2 = 2276.5 - 1981.47 = 295.03$$

$$SC H = \left( \frac{1}{tb} \right) \sum_{i=1}^h Y_{i...}^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}}{t^2b} \right)^2 = \left( \frac{1}{4(3)} \right) (75.3^2 + 77.1^2 + 78.5^2 + 77.5^2) \\ - \left( \frac{1}{4(4)(3)} \right) (7.6 + 2.1 + 6.0 + \dots + 8.0)^2 = 1981.9166 - 1981.47 = 0.4466$$

$$SC C = \left( \frac{1}{tb} \right) \sum_{j=1}^c Y_{.j.}^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}}{t^2b} \right)^2 = \left( \frac{1}{4(3)} \right) (77.1^2 + 76.6^2 + 77.1^2 + 77.6^2) \\ - \left( \frac{1}{4(4)(3)} \right) (7.6 + 2.1 + 6.0 + \dots + 8.0)^2 = 1981.5116 - 1981.47 = 0.04166$$

$$SC A = \left( \frac{1}{tb} \right) \sum_{k=1}^t Y_{..k.}^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}}{t^2b} \right)^2 = \left( \frac{1}{4(3)} \right) (66.0^2 + 72.1^2 + 78.0^2 + 92.3^2) \\ - \left( \frac{1}{4(4)(3)} \right) (7.6 + 2.1 + 6.0 + \dots + 8.0)^2 = 2013.1416 - 1981.47 = 31.6716$$

Para calcular SC Error a, primero deberá calcularse SC TRAT1 utilizando la información de la tabla 13.2.

Tabla 13.2. Valores para calcular SC para parcelas principales

Factor H (i niveles)	Factor A (k niveles)				Suma
	1	2	3	4	
1	15.7	17.9	19.2	22.5	75.3
2	16.6	17.7	19.9	22.9	77.1
3	16.8	18.3	20.1	23.3	78.5
4	16.9	18.2	18.8	23.6	77.5
<b>Suma</b>	66.0	72.1	78.0	92.3	308.4

Fuente: Elaboración propia y obtenida de los datos de la investigación.

$$SC \text{ TRAT1} = \left(\frac{1}{b}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k.}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = SC \text{ H} + SC \text{ C} + SC \text{ A} + SC \text{ Error a}$$

$$SC \text{ TRAT1} = \left(\frac{1}{3}\right) (15.7^2 + 17.9^2 + 19.2^2 + \dots + 23.6^2) - \left(\frac{1}{4(4)(3)}\right) (7.6 + 2.1 + 6.0 + \dots + 8.0)^2 = 2014.1133 - 1981.47 = 32.6433$$

$$SC \text{ Error a} = SC \text{ TRAT1} - SC \text{ H} - SC \text{ C} - SC \text{ A} = 32.6433 - 0.4466 - 0.04166 - 31.6716 = 0.48344$$

Para verificar que SC Error a sea correcta, aplicar la fórmula alternativa:

$$SC \text{ Error a} = \left(\frac{1}{b}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k.}^2 - \left(\frac{1}{tb}\right) \sum_{i=1}^h Y_{i\dots}^2 - \left(\frac{1}{tb}\right) \sum_{j=1}^t Y_{j.}^2 - \left(\frac{1}{tb}\right) \sum_{k=1}^t Y_{.k.}^2 + 2 FC$$

$$= 2014.1133 - 1981.9611 - 1981.5116 - 2013.1416 + 2(1981.47) = 0.4835$$

De lo anterior también podrá verificarse que la suma de cuadrados de las Parcelas Principales (SC PP) es igual a:

$$SC \text{ PP} = \left(\frac{1}{b}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k.}^2 - FC = 2014.1133 - 1981.47 = 32.6433$$

$$SC \text{ B} = \left(\frac{1}{t^2}\right) \sum_{l=1}^b Y_{\dots l}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = \left(\frac{1}{4(4)}\right) (52.0^2 + 116.2^2 + 140.2^2) - \left(\frac{1}{4(4)(3)}\right) (7.6 + 2.1 + 6.0 + \dots + 8.0)^2 = 2241.405 - 1981.47 = 259.935$$

Para calcular SC A × B, deberá obtenerse primero SC TRAT2 utilizando la información de la tabla 13.3.

Tabla 13.3. Datos para calcular SC TRAT2

Factor A (k)	Factor B (l)			Suma
	1	2	3	
1	9.4	25.6	31.0	66.0
2	11.6	27.9	32.6	72.1
3	12.7	29.3	36.0	78.0
4	18.3	33.4	40.6	92.3
Suma	52.0	116.2	140.2	308.4

Fuente: Elaboración propia y obtenida de los datos de la investigación.

$$SC \text{ TRAT2} = \left(\frac{1}{t}\right) \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{.kl}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}}{t^2 b}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right) (9.4^2 + 25.6^2 + 31.0^2 + \dots + 40.6^2) - \left(\frac{1}{4(4)(3)}\right) (7.6 + 2.1 + 6.0 + \dots + 8.0)^2 = 2273.76 - 1981.47 = 292.29$$

$$SC \text{ Ax}B = SC \text{ TRAT2} - SC \text{ A} - SC \text{ B} = 292.29 - 31.6716 - 259.935 = 0.6834$$

$$SC \text{ Error } b = SC \text{ Total} - SC \text{ H} - SC \text{ C} - SC \text{ A} - SC \text{ Error } a - SC \text{ B} - SC \text{ Ax}B \\ = 295.03 - 0.4466 - 0.04166 - 31.6716 - 0.48344 - 259.935 - 0.6834 = 1.7683$$

Para verificar que el cálculo anterior sea correcto deberá aplicarse la fórmula alternativa:

$$SC \text{ Error } b = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}^2 - \left(\frac{1}{b}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k}^2 - \left(\frac{1}{t}\right) \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{.kl}^2 + \\ \left(\frac{1}{tb}\right) \sum_{k=1}^t Y_{.k}^2 = 2276.5 - 2014.1133 - 2273.76 + 2013.1416 = 1.7683$$

También es verificable para subparcela (SUB) aplicar la fórmula:

$$SC \text{ SUB} = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{ijkl}^2 - \left(\frac{1}{b}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k}^2 = 2276.5 - 2014.1133 \\ = 262.3867$$

En el contexto previo deberá verificarse:  $SC \text{ Total} = SC \text{ PP} + SC \text{ SUB}$

## Grados de libertad (GL) con submuestreo

Debido a la adición del factor S ( $m = 1, 2, 3, \dots, s$ ):

$$GL \text{ Total} = t^2 bs - 1 = 4^2(3)(3) - 1 = 143$$

$$GL \text{ H} = h - 1 = t - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$GL C = c - 1 = t - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$GL A = t - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$GL Error a = (t - 1)(t - 2) = 3(2) = 6$$

$$GL PP = GL H + GL C + GL A + GL Error a = 3 + 3 + 3 + 6 = 15$$

$$\text{También: } GL PP = t^2 - 1 = 4^2 - 1 = 15$$

$$GL B = b - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$GL A \times B = (t - 1)(b - 1) = 3(2) = 6$$

$$GL EC = GL Total - GL H - GL C - GL A - GL Error a - GL B - GL A \times B \\ = 143 - 3 - 3 - 3 - 6 - 2 - 6 = 120$$

Donde:  $GL EC$  son los grados de libertad del Error Conjunto

$$\text{También: } GL EC = t(tbs - t - b + 1) = 4(36 - 4 - 3 + 1) = 120$$

Además, se sabe que (González et al., 2023):

$$GL EC = GL EM + GL EE$$

Pero  $GL EE = t(t - 1)(b - 1) = 4(3)(2) = 24$ , por lo tanto:

$$GL EM = GL EC - GL EE = t^2 b(s - 1) = 4^2(3)(2) = 96$$

Para verificación:

$$GL SUB = t^2(bs - 1) = 4^2(8) = 128$$

$$GL PP + GL SUB = (t^2 - 1) + t^2(bs - 1) = t^2bs - 1 = GL Total = 15 + 128 = 143$$

## Suma de cuadrados (SC) con submuestreo

$$SC Total = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2 bs} \right)^2 \\ = (7.6^2 + 7.0^2 + 8.0^2 + \dots + 8.3^2) - \left( \frac{1}{4(4)(3)(3)} \right) (7.6 + 7.0 + 8.0 + \dots + 8.3)^2 = 6733.5 - \\ 5849.7 = 883.799$$

$$SC H = \left( \frac{1}{tbs} \right) \sum_{i=1}^h Y_{i\dots}^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2 bs} \right)^2 = \left( \frac{1}{4(3)(3)} \right) (223.8^2 + 230.6^2 + \\ 234.0^2 + 229.4^2) - \left( \frac{1}{4(4)(3)(3)} \right) (7.6 + 7.0 + 8.0 + \dots + 8.3)^2 = 5851.198889 - 5849.70 \\ = 1.49888$$

$$SC C = \left( \frac{1}{tbs} \right) \sum_{j=1}^c Y_{.j\dots}^2 - \left( \frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2 bs} \right)^2 = \left( \frac{1}{4(3)(3)} \right) (229.6^2 + 226.9^2 + \\ 229.1^2 + 232.1^2) - \left( \frac{1}{4(4)(3)(3)} \right) (7.6 + 7.0 + 8.0 + \dots + 8.3)^2 = 5850.095 - 5849.70 \\ = 0.3947$$

$$\begin{aligned} \text{SC A} &= \left(\frac{1}{tbs}\right) \sum_{k=1}^t Y_{..k..}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 = \left(\frac{1}{4(3)(3)}\right) (197.3^2 + 213.8^2 + \\ &233.0^2 + 273.7^2) - \left(\frac{1}{4(4)(3)(3)}\right) (7.6 + 7.0 + 8.0 + \dots + 8.3)^2 = 5939.95611 - 5849.70 \\ &= 90.256 \end{aligned}$$

Para calcular suma de cuadrados de parcelas principales (SC PP) deberá construirse la tabla 13.4:

Tabla 13.4. Datos para calcular suma de cuadrados para Parcelas Principales (SC PP)

Factor H (i niveles)	Factor A (k niveles)				Suma
	1	2	3	4	
1	47.0	52.5	57.3	67.0	223.8
2	49.6	53.0	59.7	68.3	230.6
3	50.0	54.8	60.2	69.0	234.0
4	50.7	53.5	55.8	69.4	229.4
<b>Suma</b>	197.3	213.8	233.0	273.7	917.8

Fuente: Elaboración propia y obtenida de los datos de la investigación.

SC PP = SC H + SC C + SC A + SC HxA. En esta, SC HxA = SC Error a  
Así:

$$\begin{aligned} \text{SC PP} &= \text{SC TRAT 1} = \left(\frac{1}{bs}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k..}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 \\ &= \left(\frac{1}{3(3)}\right) (47.0^2 + 52.5^2 + 57.3^2 + \dots + 69.4^2) - \left(\frac{1}{4(4)(3)(3)}\right) (7.6 + 7.0 + 8.0 + \dots + 8.3)^2 \\ &= 5942.9444 - 5849.70 = 93.24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{SC HxA} &= \text{SC TRAT 1} - \text{SC H} - \text{SC C} - \text{SC A} = 93.24 - 1.49888 - 0.3947 - 90.2561 \\ &= 1.09 \end{aligned}$$

También puede verificarse que:

$$\begin{aligned} \text{SC H x A} &= \text{SC Error a} = \left(\frac{1}{bs}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k..}^2 - \left(\frac{1}{tbs}\right) \sum_{l=1}^b Y_{l...}^2 - \\ &\left(\frac{1}{tbs}\right) \sum_{j=1}^c Y_{.j...}^2 - \left(\frac{1}{tbs}\right) \sum_{k=1}^t Y_{..k..}^2 + 2\left(\frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 \\ &= 5942.9444 - 5851.198889 - 5850.095 - 5939.95611 + 2(5849.70) \\ &= 17642.3444 - 17641.25 = 1.094 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{SC B} &= \left(\frac{1}{t^2s}\right) \sum_{l=1}^b Y_{...l.}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2bs}\right)^2 = \left(\frac{1}{4(4)(3)}\right) (154.2^2 + 347.3^2 + \\ &416.3^2) - \left(\frac{1}{4(4)(3)(3)}\right) (7.6 + 7.0 + 8.0 + \dots + 8.3)^2 = 6618.7629 - 5849.70 = 769.06 \end{aligned}$$

Para calcular  $SC A \times B$ , primero deberá elaborarse la tabla 13.5:

Tabla 13.5. Datos para generar  $SC A \times B$

Factor A (k)	Factor B (l)			Suma
	1	2	3	
1	28.4	76.4	92.5	197.3
2	33.7	83.3	96.8	213.8
3	37.9	87.8	107.3	233.0
4	54.2	99.3	119.7	273.7
<b>Suma</b>	154.2	347.3	416.3	917.8

Fuente: Elaboración propia y obtenida de los datos de la investigación.

La interacción  $A \times B$  se define en los siguientes términos:

$SC TRAT2 = SC A + SC B + SC A \times B$ , dónde:

$$SC TRAT2 = \left(\frac{1}{ts}\right) \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{..kl}^2 - \left(\frac{\sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2 bs}\right)^2 = \left(\frac{1}{4(3)}\right) (28.4^2 + 76.4^2 + 92.5^2 + \dots + 119.7^2) - \left(\frac{1}{4(4)(3)(3)}\right) (7.6 + 7.0 + 8.0 + \dots + 8.3)^2$$

$$= 6710.741667 - 5849.70 = 861.041$$

Por cálculo indirecto :  $SC A \times B = SC TRAT2 - SC A - SC B = 861.041 - 90.2561 - 769.06 = 1.72$

Por cálculo directo:

$$SC A \times B = \left(\frac{1}{ts}\right) \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{..kl}^2 - \left(\frac{1}{tbs}\right) \sum_{k=1}^t Y_{..k..}^2 - \left(\frac{1}{t^2s}\right) \sum_{l=1}^b Y_{...l}^2 + \left(\frac{\sum_{l=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2 bs}\right)^2$$

$$SC A \times B = 6710.741667 - 5939.95611 - 6618.7629 + 5849.70 = 1.7226$$

Para calcular la suma de cuadrados del *Error Conjunto* ( $SC EC$ ) se utiliza la siguiente expresión :

$$SC EC = SC Total - SC H - SC C - SC A - SC Error a - SC B - SC A \times B$$

$$= 883.799 - 1.49888 - 0.3947 - 90.2561 - 1.09 - 769.06 - 1.72 = 19.779$$

También es verificable:

$$SC EC = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}^2 - \left(\frac{1}{bs}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k..}^2 - \left(\frac{1}{ts}\right) \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{..kl}^2 + \left(\frac{1}{tbs}\right) \sum_{k=1}^t Y_{..k..}^2 = 6733.5 - 5942.9444 - 6710.741667 + 5939.95611 = 19.77$$

De manera similar a casos anteriores, para calcular la suma de cuadrados del error muestral ( $SC EM$ ) y la del error experimental ( $SC EE$ ) deberá construirse la tabla 13.6.

Tabla 13.6. Datos necesarios para calcular  $SC$  del error muestral

Niveles en $H(i)$	Combinación de niveles en A y B ( $kl$ )												Suma
	11	12	13	21	22	23	31	32	33	41	42	43	
1	6.3	18.1	22.6	7.9	20.4	24.2	9.3	21.9	26.1	12.5	24.4	30.1	223.8
2	6.9	18.9	23.8	7.8	21.2	24.0	9.7	22.8	27.2	14.3	25.5	28.5	230.6
3	7.9	20.0	22.1	10.1	19.7	25.0	10.1	22.2	27.9	13.5	24.2	31.3	234.0
4	7.3	19.4	24.0	7.9	22.0	23.6	8.8	20.9	26.1	13.9	25.7	29.8	229.4
<b>Suma</b>	28.4	76.4	92.5	33.7	83.3	96.8	37.9	87.8	107.3	54.2	99.8	119.7	917.8

Fuente: Elaboración propia y obtenida de los datos de la investigación.

En el contexto previo,  $SC EM = SC total - SC TRAT3$

Pero

$$SC TRAT3 = \left(\frac{1}{s}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{i.k.l}^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^b \sum_{l=1}^s \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}}{t^2 bs}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{3}\right) (6.3^2 + 18.1^2 + 22.6^2 + \dots + 31.3^2) - \left(\frac{1}{4(4)(3)(3)}\right) (7.6 + 7.0 + 8.0 + \dots + 8.3)^2$$

$$= 6719.4933 - 5849.70 = 869.793$$

Así:  $SC EM = 883.799 - 869.793 = 14.006$

Adicionalmente:  $SC EE = SC EC - SC EM = 19.77 - 14.006 = 5.76$

Otra ruta para calcular la componente anterior sería:

$$SC EE = SC TRAT3 - SC H - SC C - SC A - SC Error a - SC B - SC A \times B$$

$$= 869.793 - 1.49888 - 0.3947 - 90.2561 - 1.09 - 769.06 - 1.72 = 5.773$$

$$SC Error Muestral (EM) = \sum_{i=1}^h \sum_{j=1}^c \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b \sum_{m=1}^s Y_{ijklm}^2 - \left(\frac{1}{b}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{i.k.l}^2$$

$$= 6733.5 - 6719.4933 = 14.0067$$

Adicionalmente, la  $SC$  del error experimental ( $SC EE$ ) es igual a:

$$SC EE = \left(\frac{1}{b}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{i.k.l}^2 - \left(\frac{1}{bs}\right) \sum_{i=1}^h \sum_{k=1}^t Y_{i.k..}^2 - \left(\frac{1}{ts}\right) \sum_{k=1}^t \sum_{l=1}^b Y_{..kl}^2 +$$

$$\left(\frac{1}{tbs}\right) \sum_{k=1}^t Y_{..k..}^2 = 6719.4933 - 5942.9444 - 6710.741667 + 5939.95611 = 5.7633$$

## Aplicación de InfoStat

Las cinco imágenes que se muestran a continuación contienen el procedimiento que deberá aplicarse, sin submuestreo, en este paquete estadístico para construir la base de datos y para generar un análisis de varianza y una comparación de medias entre niveles del factor *A*, del factor *B* y para cada combinación entre parejas de niveles diferentes de ambos factores, con la prueba de la diferencia mínima significativa de Fisher (*DMS* o *LSD*) (figuras 13.1, 13.2, 13.3, 13.4 y 13.5). En éstas se puede observar que el Error Experimental en el Análisis de Varianza corresponde al Error Conjunto (*EC*); la salida no permite verificar los cálculos manuales por la modalidad sin submuestreo balanceado, porque en éstos últimos se utilizó el valor de *S* correspondiente a la observación 2.

Figura 13.1. Elección del Análisis de Varianza

InfoStat/L

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

CLPD

Caso	H	C	A	B
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	2
5	1	1	1	2
6	1	1	1	2
7	1	1	1	3
8	1	1	1	3
9	1	1	1	3
10	1	2	2	1
11	1	2	2	1
12	1	2	2	1
13	1	2	2	2
14	1	2	2	2

Real    Registros: 145\*6

Estadísticas

- Medidas resumen
- Tablas de frecuencias
- Probabilidades y cuantiles
- Estimación de características poblacionales
- Cálculo del tamaño muestral
- Inferencia basada en una muestra
- Inferencia basada en dos muestras
- Análisis de la varianza**
  - Análisis de la varianza no paramétrica
  - Modelos lineales generales y mixtos
  - Modelos lineales generalizados mixtos (MLGM)
- Regresión lineal
- Regresión no lineal
- Modelos no lineales mixtos
- Ridge regression
- Análisis de correlación
- Datos categorizados
- Análisis multivariado
- Serie de tiempo
- Suavizados y ajustes

Max = 1 P05 = 1 P95 = 1

Figura 13.2. Captura del tipo de variables a manejar

InfoStat/L

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

CLPD

Caso	H	C	A	B	S	rg
1	1	1	1	1	1	2.1
2	1	1	1	1	2	1.9
3	1	1	1	1	3	2.3
4	1	1	1	2	1	6.0
5	1	1	1	2	2	5.6
6	1	1	1	2	3	6.5
7	1	1	1	3	1	7.6
8	1	1	1	3	2	7.0
9	1	1	1	3	3	8.0
10	1	2	2	1	1	2.8
11	1	2	2	1	2	2.1
12	1	2	2	1	3	3.0
13	1	2	2	2	1	6.9
14	1	2	2	2	2	6.3

Real Registros: 145\*6 n=1 Sumas

2(0)

Seleccionar si contiene.

Cancelar Limpiar Aceptar

Análisis de la varianza

Caso S

Variables Particiones ...

Variables dependientes

rg

Variables de clasificación

H C A B

Covariables

Figura 13.3. Introducción del tipo de modelo a analizar

InfoStat/L

Archivo Edición Datos Resultados Estadísticas Gráficos Ventanas Aplicaciones Ayuda

CLPD

Caso	H	C	A	B	S	rg
1	1	1	1	1	1	2.1
2	1	1	1	1	2	1.9
3	1	1	1	1	3	2.3
4	1	1	1	2	1	6.0
5	1	1	1	2	2	5.6
6	1	1	1	2	3	6.5
7	1	1	1	3	1	7.6
8	1	1	1	3	2	7.0
9	1	1	1	3	3	8.0
10	1	2	2	1	1	2.8
11	1	2	2	1	2	2.1
12	1	2	2	1	3	3.0
13	1	2	2	2	1	6.9
14	1	2	2	2	2	6.3

Real Registros: 145\*6 n=1 Sumas

Análisis de la varianza

Modelo Comparaciones Contrastes

Especificación de los términos del modelo

H\*H\*A  
C\*H\*A  
A\*H\*A  
H\*A  
B  
A\*B

Variables de clasificación

H C A B

Covariables

SC Tipo I  Sólo generar tabla resumen con

Agregar Interacciones

Guardar

Residuos  
 Predichos  
 Res. estud.  
 Abs.(residuos)  
 Sobrescribir

Aceptar Cancelar Ayuda

Figura 13.4. Procedimiento para la comparación de medias

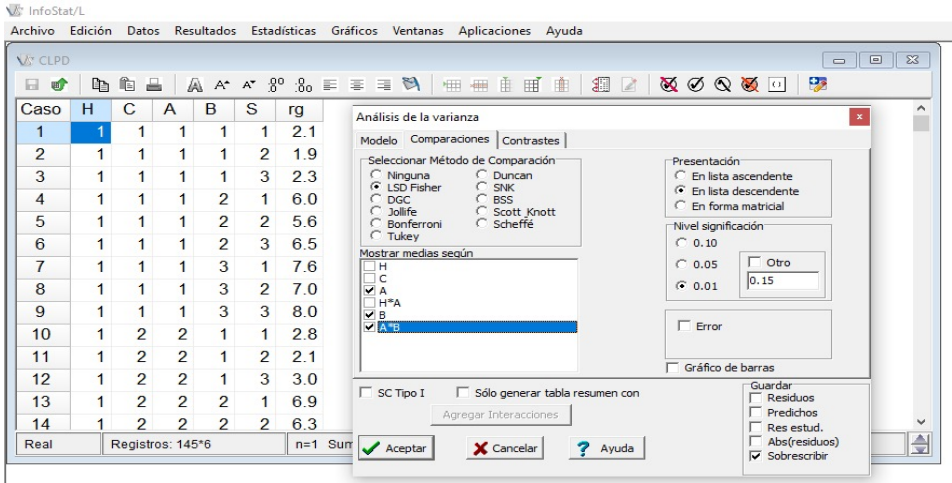
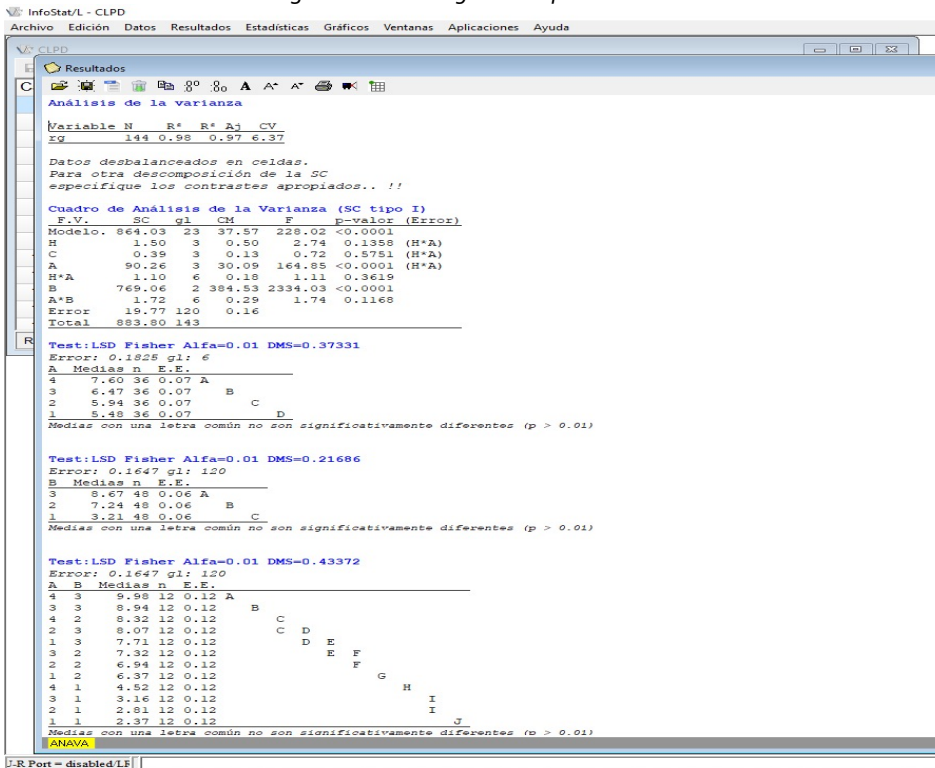


Figura 13.5. Salida generada por software



Las cuatro imágenes siguientes corresponden al análisis de los datos cuando se aplica submuestreo balanceado (figuras 13.6, 13.7, 13.8 y 13.9).

Figura 13.6. Elección del Análisis de Varianza con submuestreo balanceado

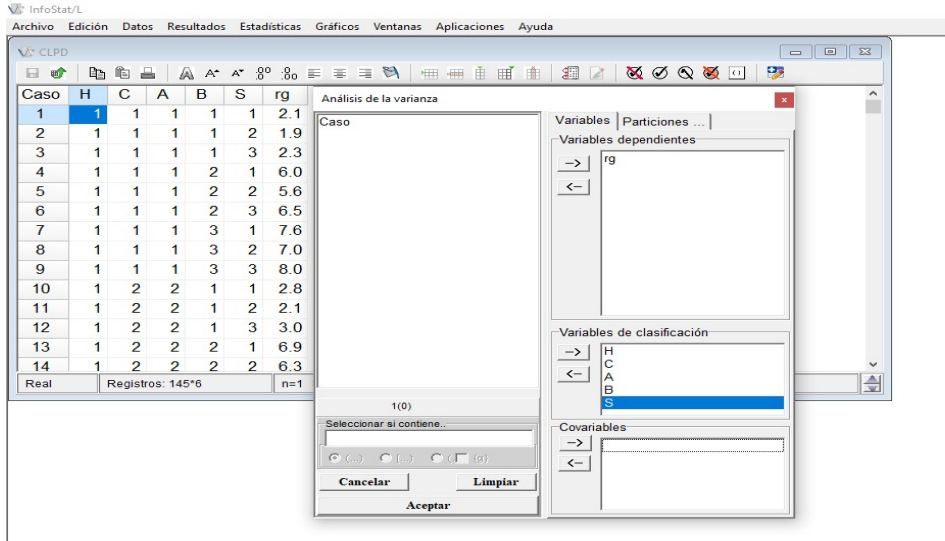


Figura 13.7. Introducción del tipo de modelo a analizar con submuestreo balanceado

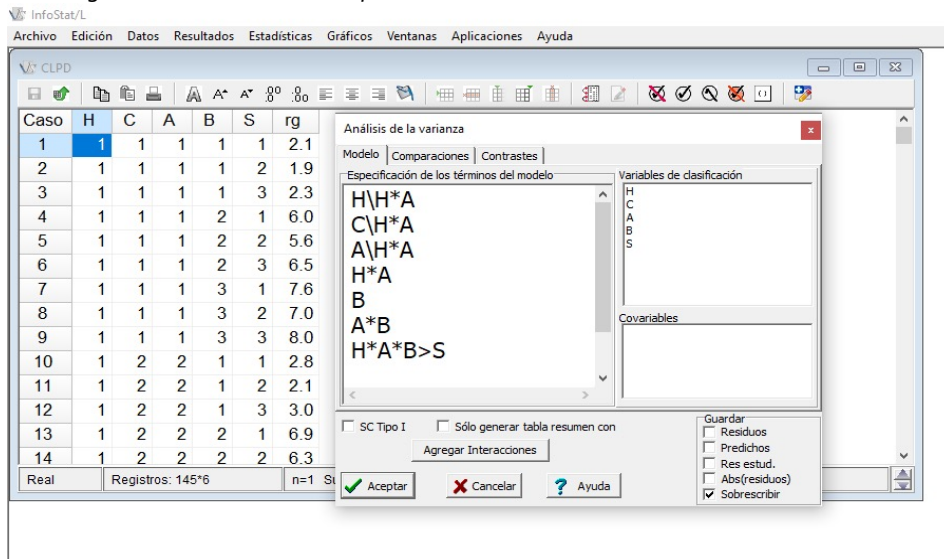


Figura 13.8. Procedimiento para la comparación de medias con submuestreo balanceado

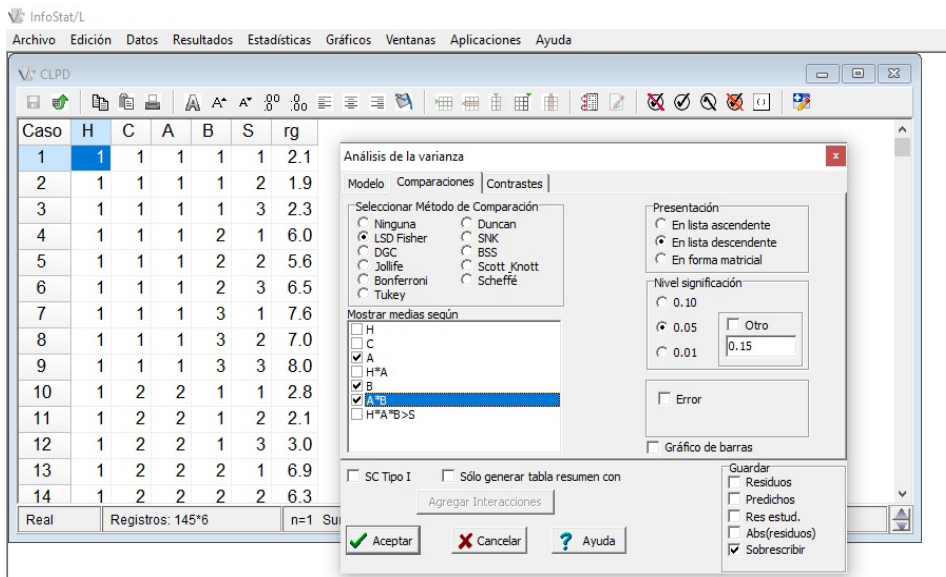
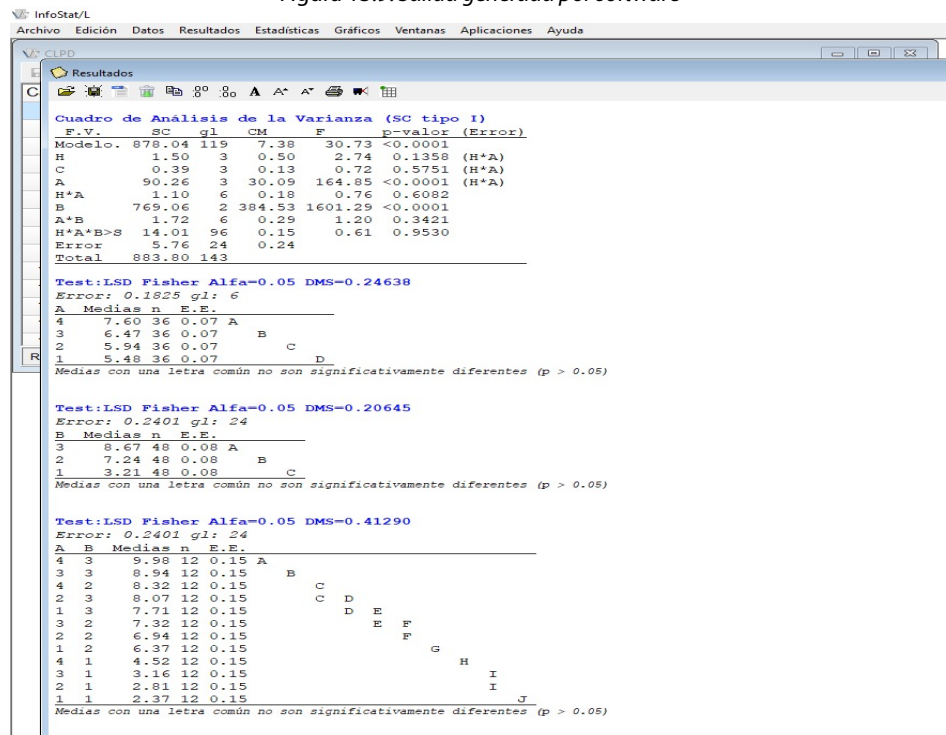


Figura 13.9. Salida generada por software



## Conclusiones

Al aplicar InfoGen o InfoStat es correcto considerar como Error  $a$ :  $H \times C$ ,  $C \times H$ ,  $H \times A$ ,  $C \times A$ , o  $H \times C \times A$ , pero en el presente estudio  $H \times A$  fue elegida. En ambos paquetes estadísticos el Error Muestral ( $EM$ ) será estimado directamente con la instrucción  $H \times A \times B > S$ , pero  $C \times A \times B > S$  originará los mismos resultados. Al aplicar ambos paquetes estadísticos, la diferencia que se origine al considerar o no a  $S$ , el número de veces que se aplica submuestreo balanceado, permitirá el cálculo indirecto de  $SC\ EM$ , pero para validar resultados, también podrán emplearse las fórmulas presentadas previamente, así como las que fueron construidas para estimar  $EC$  y  $EE$ , si el usuario usa Mínimos Cuadrados, formulas cuadráticas o matriciales, o ambas. También podría construirse una tabla para la interacción  $H \times A \times B$ ; la diferencia entre  $SC$  total y  $SC$  de esta triple interacción producirá  $SC\ EM$ . Así,  $SC\ EE$  sería la diferencia entre  $SC\ EC$  y  $SC\ EM$ .

Para un  $PD$  en  $DCL$  sin submuestreo, las hipótesis estadísticas relacionadas con  $H$ ,  $C$ , y  $A$  serán probadas utilizando al *Error a*, o la interacción  $H \times A$ , mientras que las correspondientes al factor  $B$ , y a la interacción  $A \times B$  serán evaluadas con el error conjunto. Para el modelo con submuestreo, primero deberá determinarse si  $EM$  es significativo: si lo es, éste será utilizado para probar las hipótesis estadísticas del factor  $B$  y de su interacción; si no lo es, ambas fuentes de variación serán evaluadas utilizando el residual del modelo. Con este mismo enfoque serán realizadas las pruebas de comparación de medias para las componentes dentro de Parcelas Principales y dentro de Subparcelas, pero también podría recurrirse a las recomendaciones proporcionadas por Gomez y Gomez (1984), Little y Hills (2008), y Sahagún (1998), si es que  $H$ ,  $C$ , pero no ambas, no fueran significativas, en cuyo caso ese tipo de comparaciones serán equivalentes a las de un  $DBCA$  en  $PD$ . Si  $H$  y  $C$  tampoco son significativas, el usuario tiene la opción de analizar sus datos como un  $DCA$  en  $PD$  utilizando la misma base de datos que para los casos referenciados previamente.

## Referencias

- Balzarini, M. G., y Di Rienzo, J. A. (2016). *InfoGen*. Universidad Nacional de Córdoba. <http://www.info-Gen.com.ar>
- Balzarini, M. G., González, L., Tablada, M., Casanoves, F., Di Rienzo, J. A., y Robledo, C. W. (2008). *Manual del usuario de InfoStat*. Brujas.
- Di Rienzo, J. A., Casanoves, F., Balzarini, M. G., González, L., Tablada, M., y Robledo, C. W. (2008). *InfoStat, versión 2008*. Grupo InfoStat, FCA. Universidad Nacional de Córdoba. <https://www.infostat.com.ar>
- Gomez, K. A., y Gomez, A. A. (1984). *Statistical procedures for agricultural research* (2ª ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- González, H. A., Pérez, L. D. J., Rubí A., M., Gutiérrez, R. F., Franco M., J. R. P., y Padilla, L. A. (2019). InfoStat, InfoGen y SAS para contrastes mutuamente ortogonales en experimentos en bloques completos al azar en parcelas subdivididas. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 10(6), 1417-1431.
- González, H. A., Pérez L., D. J., Balbuena, M. A., Franco, M. J. R., Gutiérrez, R. F., y Rodríguez, G. J. A. (2023). Submuestreo balanceado en experimentos monofactoriales usando InfoStat y InfoGen: validación con SAS. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 14(2), 235-249. <https://doi.org/10.29312/remexca.v14i2.3418>
- González H., A., Pérez L., D. J., Hernández A., J., Franco M., J. R. P., Rubí A., M., y Balbuena M., A. (2024a). Tratamientos anidados dentro de un arreglo en grupos de bloques completos balanceados. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 15(2), e3634. <https://doi.org/10.29312/remexca.v15i2.3634>
- González H., A., Pérez L., D. J., Hernández A., J., Franco M., J. R. P., Balbuena M., A., y Rubí A., M. (2024b). Serie de experimentos para tratamientos anidados en grupos en arreglo de bloques completos balanceados. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 15(7).
- Ledolter, J. (2010). Split-plot design: discussion and examples. *International Journal of Quality Engineering and Technology*, 1(4), 441-457. <https://doi.org/10.1504/IJ-QET.2010.035588>
- Little, T. M., y Hills, F. J. (2008). *Métodos Estadísticos para la Investigación en la Agricultura*. Trillas.
- Martínez, G. A. (1988). *Diseños experimentales. métodos y elementos de teoría*. Trillas.
- Martínez, G. A. (1994). *Experimentación Agrícola: Métodos Estadísticos*. Universidad Autónoma Chapingo.
- Mendenhall, W. (1987). *Introducción a la Probabilidad y la Estadística*. Iberoamérica.
- Montgomery, D. C. (2009). *Design and Analysis of Experiments* (7ª ed.). John Wiley & Sons.
- Pérez, L., D., Jasso, B., G., Saavedra, G., C., Franco, M., J. R. P., Ramírez, D. J. F., González, H., A. (2022). Uso de artificios en Opstat para analizar series de experimentos en dialéctico parcial. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 13(2), 273-287. <https://doi.org/10.29312/remexca.v13i2.3130>

- Pérez, L. D. J., Balbuena, M. A.; Hernández, A., J.; Franco, M., J. R. P.; Rodríguez, G., J. A.; González, H., A. (2025). Fórmulas para Series de Experimentos en Cuadro Latino en arreglo de Parcelas Divididas. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas* (En revisión: noviembre del 2024).
- Rodríguez G., J. A., Pérez L., D. J., Hernández A., J., Balbuena M., A., Franco M., J. R. P., y González, H., A. (2025). Parcelas Divididas en Cuadro Latino: Modelos Estadísticos y fórmulas, sin y con submuestreo. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas* (En revisión: noviembre del 2024).
- Sahagún, C. J. (1998). *Construcción y análisis de los modelos fijos, aleatorios y mixtos*. Departamento de Fitotecnia. Programa Nacional de Investigación en Olericultura. Universidad Autónoma Chapingo (Boletín Técnico Núm. 2).
- Sahagún, C. J. (2007). *Estadística Descriptiva y Probabilidad: Una Perspectiva Biológica* (2ª ed.). Universidad Autónoma Chapingo.
- Smith W., G. (1951). *Dissertation notes on Canadian Sugar Factories*. Ltd. Taber.
- Tirado E., G., y Tirado G., D. N. (2017). *Tratado de Estadística Experimental*. Centro de Estudios e Investigaciones para el Desarrollo Docente.