

5. Dificultades en el diseño y aplicación de secuencias didácticas durante la formación docente inicial: el caso de estudiantes normalistas de matemáticas

SAÚL ELIZARRARÁS BAENA*

MARICELA BONILLA GONZÁLEZ**

ORLANDO VÁZQUEZ PÉREZ***

<https://doi.org/10.52501/cc.309.05>

Resumen

El objetivo de esta investigación cualitativa (Eisner, 1998) es interpretar las dificultades que presentan docentes de matemáticas en formación inicial cuando utilizan el error como medio para la enseñanza de las Matemáticas. La recopilación de datos fue a partir del diseño y aplicación de propuestas de intervención didáctica que fueron elaboradas por los estudiantes normalistas que cursaban el séptimo y octavo semestres de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES), también se utilizó el guión de observación de la clase durante sus prácticas profesionales, por lo que el investigador fue un observador no participante (Woods, 1997). Cabe señalar que se concibe al error como una oportunidad para aprender y no por su carácter sancionador, por lo que es sugerible que se provoque de manera deliberada (Astolfi, 2004). En este sentido, el error como medio para la enseñanza de las matemáticas es fundamental en la formación docente inicial, ya que es una perspectiva que

* Doctor en Ciencias de la Educación. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores (Nivel I). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9623-3452>

** Doctora en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa. Profesora-investigadora de la Escuela Normal Superior de México. ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-4059-9114>

*** Doctor en Ciencias de la Educación por el Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-1973-3968>

promueve el desarrollo del pensamiento matemático e incluye el razonamiento lógico-matemático que incide en el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo. Se pudo identificar que a quienes participaron en esta investigación, se les dificultó en gran medida conectar la perspectiva teórica del error como medio para la enseñanza con el diseño, aplicación y análisis de la propuesta de intervención didáctica.

Palabras clave: *Dificultades, secuencias didácticas, formación docente, estudiantes normalistas.*

Introducción

En este capítulo se recupera la experiencia como formadores de docentes en el proceso de asesorar el trabajo de titulación de estudiantes normalistas de matemáticas que cursan el séptimo y octavo semestres de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES) que se imparte en la Escuela Normal Superior de México.

Con base en la identificación de las dificultades para el diseño y aplicación de una secuencia didáctica por parte de los sujetos de estudio citados, cuando utilizan el error como medio para la enseñanza de las Matemáticas y la resolución de problemas, la finalidad es la generación de aportaciones que permitan la comprensión del problema educativo que, indudablemente es demasiado complejo.

Se coincide con la idea de concebir el error como una oportunidad para aprender sin un carácter sancionador (Astolfi, 2004), ya que permite el desarrollo del pensamiento matemático de forma dinámica, al promover la activación de procesos de razonamiento matemático y excluye la mecanización de procedimientos, a través de un gran número de ejercicios graduados y programados.

Esta investigación educativa es de corte cualitativo (Eisner, 1998), la recopilación de datos fue a partir del diseño y aplicación de propuestas de intervención didáctica que fueron elaboradas por los estudiantes normalistas que cursaban el séptimo y octavo semestres de la LEAMES, también se utilizó el guión de observación de la clase durante sus prácticas profesiona-

les y se utilizó el diario de clase de los estudiantes normalistas para la interpretación de su intervención en el aula. La técnica utilizada fue la observación no participante (Goetz y Lecompte, 1988).

En el desarrollo de este trabajo, se muestran algunas evidencias que dan cuenta de las dificultades de quienes participaron en esta investigación para conectar la perspectiva teórica con el diseño y la aplicación de la propuesta de intervención didáctica.

El error como medio para la enseñanza de las matemáticas es fundamental en la formación docente inicial, ya que es una perspectiva que promueve el desarrollo del pensamiento matemático e incluye el razonamiento lógico-matemático que incide en el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo.

Planteamiento del problema

La experiencia que se tiene al asesorar trabajos de titulación bajo la modalidad de tesis en la Licenciatura y Enseñanza del Aprendizaje de las Matemáticas para la Educación Secundaria (LEAMES), ha permitido el reconocimiento y la identificación de dificultades para el diseño y aplicación de una propuesta de intervención didáctica con estudiantes del nivel secundaria.

Este hecho implica la necesidad de conocer cuál es el resultado de algunas investigaciones desarrolladas en instituciones educativas de diversos países de la región latinoamericana, esto con el afán de conocer las particularidades y sus posibles alternativas de solución, propuestas ante problemas que pudieran ser comunes a la formación docente que se imparte en la LEAMES de la Escuela Normal Superior de México (turno vespertino).

Desde una mirada en retrospectiva, Jiménez (2019) analiza los orígenes y la evolución histórica de la formación de profesores de matemáticas en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Al respecto, encontró una separación entre la formación matemática disciplinar y la didáctica y pedagógica, ya que se concebía a la enseñanza como sinónimo de exponer correctamente los contenidos matemáticos sin preocuparse porque el estudiante aprendiera.

Pérez (2022) concibe la formación docente de forma integral y como base para que los estudiantes logren los conocimientos y habilidades

lógico-matemáticas, lo cual requiere la aplicación de distintas estrategias docentes que hagan posible los procesos de análisis, interpretación, cálculo, entre otros. En particular, la autora refiere que al aplicar herramientas tecnológicas se propicia un mejor entendimiento de las operaciones y procesos para la resolución de problemas matemáticos.

Por su parte, Mejía (2022) señala que los mayores retos del profesorado de matemáticas son acerca del desarrollo de estrategias didácticas efectivas para la enseñanza en escuelas secundarias públicas y cómo lograr la inclusión educativa en el aula. El autor puntualiza que aun cuando los docentes han recibido diversos procesos de formación docente, éstos no han trastocado sus creencias profundas y sólo han admitido una hiperresponsabilización en los resultados educativos.

Reyes y Pedroza (2023) diseñaron un método dinámico que denominaron ecología del aprendizaje, mediante el cual pretendían superar la separación entre formación y práctica docente de profesores de la Escuela Preparatoria de la Universidad Autónoma del Estado de México, quienes a pesar de que recibían cursos de actualización en conocimientos didácticos y pedagógicos innovadores (constructivismo), su enseñanza consistía en ejercicios repetitivos, mecánicos y rutinarios. Algunos de sus resultados fueron que, de un total de 50 participantes, la mitad presentó una innovación en su práctica la principal de todas se basó en la resolución de problemas matemáticos reales.

Con base en lo expuesto, el objetivo de esta investigación es interpretar las dificultades que presentan docentes en formación inicial de matemáticas cuando utilizan el error o la resolución de problemas, o ambas, como medios para la enseñanza de las Matemáticas, durante las prácticas profesionales de estudiantes normalistas de Matemáticas que cursan el séptimo y octavo semestres de la LEAMES.

Referentes teóricos

Sin duda el docente enfrenta tensiones profesionales y personales, no sólo porque se le considera el responsable del fracaso escolar, sino también porque debe enfrentar nuevas reformas educativas que son planteadas por quie-

nes llevan la responsabilidad de diseñar políticas públicas en educación sin hacer un análisis profundo del sistema educativo nacional antes de tomar decisiones.

Bernaté y Romero (2020) refieren que la formación docente debe ser una prioridad social y cultural sin caer en la idea de responsabilizar a los docentes del fracaso escolar ni instrumentando políticas públicas punitivas. Así, lo que plantean los autores es que haya una política educativa para la formación docente de forma integral, acorde con las necesidades de una región o país y que, por lo tanto, se realice un gasto público necesario y suficiente para que la innovación educativa se vea reflejada en las aulas con los estudiantes.

Sin duda alguna, el panorama frente al proceso educativo ha tenido avances en términos de organización escolar, inversión de recursos y formación académica de los docentes, sin embargo, es claro que aún falta mucho camino por andar, sobre todo en lo que respecta a las condiciones en las que labora el capital humano [Bernaté y Romero, 2020, p. 25].

En concordancia con Bernaté y Romero (2020), una formación docente debe partir de lo que piensan tanto los estudiantes como los docentes; para ello se deben considerar las necesidades del contexto educativo; principalmente se deben analizar los procesos de formación y sistematizar las experiencias logradas por los docentes desde las últimas reformas educativas.

Aquí nos centramos en la formación docente inicial, porque consideramos que es en este proceso en el cual el docente puede adquirir elementos teóricos y prácticos que le ayudarán en gran medida cuando se incorpore al trabajo docente de manera formal.

Con base en lo anterior, un aspecto que no debe pasar desapercibido es la reflexión docente, toda vez que es de gran relevancia para la mejora de la práctica educativa. En este sentido, Perrenoud (2007) plantea que el docente reflexivo debe tomar decisiones sustentadas en cuatro saberes: amplio, académico, especializado y experto.

Derivado de lo expuesto, es indispensable que el docente pueda planificar acorde con la perspectiva teórica acorde y compatible con el enfoque pedagógico implícito en el plan de estudios vigente. De esta manera, se pueden advertir las dificultades para poner en práctica la praxis docente.

Perrenoud (2007) enfatiza que, al *aprender de la experiencia* se adquiere conciencia y, con ello, se presenta la posibilidad de pensar y reaccionar lo suficientemente rápido ante lo imprevisto; además, considera sumamente importante advertir el *habitus* porque la reconstrucción de la acción y su representación nunca será definitiva ni total, por lo que debe tenerse presente en el trabajo reflexivo puede desencadenar su recuerdo y esto implica reconocer al fracaso como motor de concienciación.

Otro aspecto que Perrenoud (2007) destaca es la búsqueda de la identidad con fines de transformación del *habitus* a efecto de que se pueda hacer evolucionar la imagen y confianza de uno mismo, por lo que se debe trabajar de forma sistemática mediante el reconocimiento de la diferencia entre lo que hacemos y lo que desearíamos hacer, por ejemplo, la relación con alguno de los cuatro saberes que fueron enunciados, la forma de hablar o de moverse en clase, las capacidades y las actitudes, etc.

Un aspecto que debe acentuarse en el proceso de la reflexión docente es que se debe reconocer no sólo el trabajo visible (práctica docente en el aula) sino también el trabajo invisible (la planificación en solitario o en forma colectiva), con la intención de que la reflexión docente sea lo suficientemente amplia y objetiva en cada una de los momentos o acciones implicadas.

De forma complementaria, el trabajo sobre uno mismo, también requiere de una nueva negociación de los compromisos y las costumbres que rigen sus relaciones con los demás. De esta manera, se impone *el análisis de sentido común o un trabajo controlado* cuyos prerrequisitos más importantes son una cultura teórica mínima en ciencias cognitivas, en psicoanálisis y en antropología de las prácticas (Perrenoud, 2007). En este sentido, Eisner (1998) destaca la trascendencia de mantener viva la capacidad de asombro.

Gigerenzer (2005) describe dos perspectivas relacionadas con la manifestación de los errores. La primera, como equivocaciones causadas por las limitaciones de nuestro sistema cognitivo y que se esperaría que no existieran, para que el sistema de inteligencia funcionara mejor. La segunda como parte imprescindible de nuestro sistema de inteligencia, cuyos errores son indispensables y funcionales para que una persona pueda sobrevivir en un mundo lleno de incertidumbre y así mantenga vivo el sistema de inteligencia humana.

Además, señala que para inferir las leyes de la cognición (percepción, memoria y pensamiento), es menester el estudio de los errores sistemáticos que las personas cometen, más allá de la lógica de las equivocaciones ingenuas y, por consiguiente, se requiere de un análisis ecológico que revele la existencia de buenos errores, que abren una ventana para el estudio del funcionamiento del cerebro.

Gigerenzer (2005) enfatiza que demasiada memoria afectaría la capacidad de la mente para abstraer, inferir y aprender, toda vez que un sistema cognitivo que no olvida no resulta en inteligencia humana. Desde su perspectiva, la memoria no es verídica sino más bien funcional, es decir, no es simplemente almacenar y recuperar, sino que “compone” activamente los recuerdos, es decir, hace inferencias y reconstruye el pasado desde el presente.

Por su parte, Astolfi (2004) concibe al error como una oportunidad para aprender y desarrollar la inteligencia, en lugar de que sea visto con un carácter sancionador. En este sentido, propone el reconocimiento de una tipología que permita conducirse didácticamente frente a estos, mediante la comprensión, empatía y reconocimiento al esfuerzo de los estudiantes, para ello se requiere la conjugación de la lógica del saber y la lógica de los alumnos, ya que sus explicaciones permiten sacar a la luz las resistencias que impiden su comprensión.

Astolfi (2004) puntualiza que para lograr este objetivo es necesario dejar que aparezcan los errores e incluso, propiciarlos para darles el tratamiento didáctico adecuado, en el que se excluya la mecanización de procedimientos a través de un gran número de ejercicios graduados y dosificados.

En forma general, Dehaene (2019) define aprender en términos de “aprehender”, es decir, asir con el pensamiento, lo cual significa llevarse una porción de realidad, un modelo de la estructura del mundo. De esta manera, el autor enlaza la parte social con la cognitiva. De hecho, enfatiza que los datos en bruto que impactan nuestros sentidos se convierten en ideas abstractas, refinadas y lo suficientemente generales; a estos conjuntos de ideas los denomina “modelos internos”. Así, sostiene que aprender es construir un modelo interno del mundo exterior.

El autor destaca la importancia del desarrollo del pensamiento matemático, en términos de los fenómenos aleatorios que constantemente está experimentando.

El lenguaje y las matemáticas requieren mucho más que una red de neuronas: necesitan una verdadera lengua interior, capaz de combinar los conceptos y de seleccionar entre estas combinaciones en función de su plausibilidad estadística. La perspectiva que emergerá de allí es la de un cerebro estadístico, que formula hipótesis como un científico y las adopta o rechaza en función de los datos que recibe (Dehaene, 2019, p. 32).

Dehaene (2019) proporciona siete definiciones de lo que significa aprender; a continuación, se describe cada una de éstas y se pone de relevancia la forma cómo concibe al error.

Aprender es ajustar los parámetros de un modelo mental. En cualquier acción del ser humano el error nos da la posibilidad de mejorar nuestro desempeño en el siguiente intento.

Aprender es aprovechar la explosión combinatoria. El cerebro humano construye un modelo jerárquico, de tal manera que algunas áreas cerebrales captan las regularidades de bajo nivel, luego las neuronas a través de la retina detectan “regularidades de regularidades”, y así sucesivamente.

Aprender es minimizar los errores. Consiste en construir una estructura de representaciones apropiadas para un problema planteado que implica la corrección estratégica de los errores, ya que las neuronas responden a formas más complejas conforme se avanza en la dificultad.

Aprender es explorar el espacio de lo posible. Se pone énfasis en la exploración al azar y la curiosidad estocástica para decidir entre un gran número combinaciones; así, la generación aleatoria de descargas neuronales desempeña un papel primordial en el aprendizaje mediado por el juego.

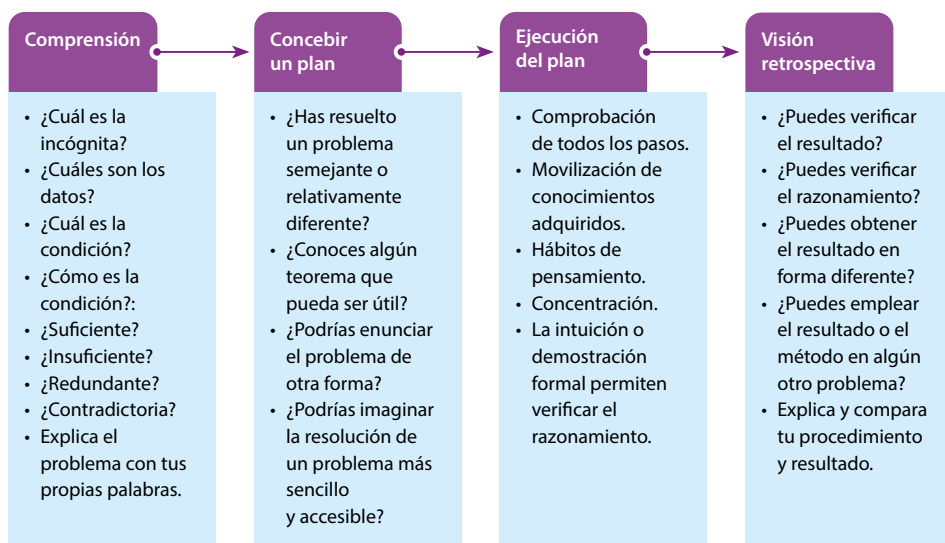
Aprender es optimizar una función de recompensa. Algunas áreas del cerebro permiten anticipar e imaginar el resultado de nuestras acciones a partir de la información que guardamos en la memoria. La metacognición es la capacidad de conocernos, de autoevaluarnos y de simular nuestras posibles reacciones.

Aprender es acotar el espacio de investigación. Dado que el aprendizaje a veces es demasiado lento para probar millones de intentos que orienten su sistema de funcionamiento, lo más conveniente es mejorar la generalización mediante la simplificación del modelo, toda vez que al reducir al mínimo la cantidad de parámetros que se deben ajustar, se fuerza al sistema a encontrar soluciones generales, tal y como lo diseñan los informáticos.

Aprender es proyectar hipótesis a priori. El cerebro conoce hechos básicos y abstractos de forma innata, cuyas hipótesis las heredó desde su evolución que proyecta del mundo exterior a través de la experiencia.

Ahora bien, en lo que respecta a la teoría sobre la resolución de problemas, se considera como base el planteamiento de Polya (1985), quien propone cuatro fases que deben llevarse a cabo de forma lineal, en la figura 1 se presentan las preguntas que orientan las acciones que se pueden llevar a cabo por el resolutor, durante el proceso respectivo.

Figura 1. Proceso para la resolución de problemas propuesto por Polya (1985)



Fuente: elaboración propia a partir de la información proporcionada en la obra de Polya (1985).

Por su parte, Schoenfeld (2016) destaca la importancia de que se pueda aprender a pensar matemáticamente; esto significa, por un lado, que se pueda desarrollar un punto de vista matemático, es decir, valorar los procesos de matematización y abstracción para tener predilección por aplicarlos y, por otro lado, usar herramientas que permitan comprender la estructura y el sentido matemático.

Aunado a lo anterior, para que se pueda pensar matemáticamente, el autor sugiere algunas acciones que deben ser llevadas a cabo por parte de

la enseñanza, las cuales se enuncian a continuación: videgrabar, resolver con equivocaciones, plantear preguntas orientadoras, evaluar métodos sugeridos y promover la resolución de problemas en pequeños grupos.

Asimismo, señala que no se debe perder de vista que existen creencias sobre la resolución de problemas que deben ser conocidas por el docente en formación inicial con la finalidad de que estén informados y no representen un obstáculo en su práctica profesional y también para que puedan generar confianza y seguridad en los resolutores, ya sea mediante la planificación de situaciones problemáticas que permitan la reflexión de que un problema puede resolverse de formas diversas y que no necesariamente se requiere de la memorización para proponer alguna estrategia que puede ser informal. En la tabla 1, se muestran las creencias que suelen manifestar tanto los docentes como los estudiantes en la experiencia sobre la resolución de problemas.

Tabla 1. *Creencias de estudiantes y docentes sobre la resolución de problemas*

Estudiantes	Docentes
Una y sólo una respuesta correcta	Enseñanza de un sólo método
Procedimiento único	Reproducir la enseñanza
Memorizar para aplicar	Espontaneidad <i>versus</i> dosificación
Actividad solitaria	Lo posible, lo deseable y lo mejor

Fuente: elaboración a partir del texto de Schoenfeld (2016).

Schoenfeld (2016) plantea su propuesta de resolución de problemas con un carácter flexible basado en cuatro pasos y orientaciones específicas para cada uno de estos (ver figura 2).

Figura 2. *Fases y orientaciones propuestas de forma flexible por parte de Schoenfeld (2016)*



Fuente: elaboración propia a partir del texto de Schoenfeld (2016).

Materiales y método

La perspectiva metodológica de esta investigación fue de corte cualitativo (Eisner, 1998), cuyo propósito es el estudio de las dificultades que se presentan para futuros docentes de matemáticas durante sus prácticas profesionales, con objeto de analizarlas y plantear alternativas que permitan la mejora del proceso educativo.

Para Vasilachis (2006), con la investigación cualitativa, se interpretan los fenómenos y se estudian los materiales empíricos en los que se relata la experiencia personal y los significados para su vida. Para la autora, el proceder metodológico se concibe en los términos siguientes:

“El proceso de investigación cualitativa supone: *a*) la inmersión en la vida cotidiana de la situación seleccionada para el estudio, *b*) la valoración y el intento por descubrir la perspectiva de los participantes sobre sus propios mundos, y *c*) la consideración de la investigación como un proceso interactivo

entre el investigador y esos participantes, como descriptiva y analítica, que privilegia las palabras de las personas y su comportamiento observable como datos primarios [Vasilachis, 2006, p. 26].

En esta investigación, interesa analizar algunos documentos que puedan dar respuesta a las preguntas de investigación. En este sentido, se hace uso de las orientaciones académicas para la elaboración del trabajo de titulación, de conformidad con los Planes de Estudio 2018 que se imparten en las escuelas normales públicas de México (SEP, 2018), así como de los trabajos de titulación desarrollados por egresados de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES), en los cuales se describen las narrativas de los docentes en formación respecto a las dificultades que presentan para el diseño y la aplicación de sus secuencias didácticas con estudiantes de secundaria, con ello, los alcances y limitaciones de sus prácticas profesionales.

Barreiro *et al.* (2017) señalan que las afirmaciones personales o juicios del investigador deben vincularse con la teoría, lo cual hace posible el análisis de las evidencias disponibles del documento en el cual se plasmaron testimonios relacionados con sus prácticas profesionales. Los autores enfatizan la importancia de la coherencia y la relevancia.

La coherencia debe darse entre las tres partes del análisis: si la afirmación personal se refiere a “un cierto asunto, la teoría debe versar sobre “ese asunto” (y no sobre algo cercano) y las evidencias deben permitir sostener la afirmación... La relevancia se refiere a que en nuestra afirmación señalemos un aspecto que pueda ser sostenido con varias evidencias [Barreiro *et al.*, 2017, p. 16].

Otra manera de recabar información para el reporte de esta investigación fue a través de la observación no participante, la cual es definida por Goetz y Lecompte (1987) como una técnica inicial o exploratoria para abordar los problemas temas y escenarios. En el caso que nos ocupa, resultaba inevitable que se mantuviera una distancia, ya que quien realizaba las prácticas profesionales era el estudiante normalista de matemáticas en proceso de formación inicial.

Desarrollo

El informe de una investigación bajo la modalidad de tesis

En los Planes de Estudio 2018, que todavía se encuentran vigentes, se reconocen tres modalidades de titulación: el informe de prácticas, el portafolio de evidencias y la tesis de investigación. En cualquiera de los tres casos, se debe resolver algún problema de la práctica profesional y de la propia práctica docente; para ello, debe recopilar evidencias sobre el aprendizaje que van más allá de la aplicación de un programa de estudios, ya que:

“Su concreción requiere considerar aspectos sociales, culturales, económicos, ideológicos, políticos, antropológicos, lingüísticos y legales, además de los pedagógicos, didácticos y metodológicos, que se materializan de distinta manera, de acuerdo con los contextos y los sujetos” [SEP, 2018, p. 5].

En particular, interesa profundizar en cuanto a la tesis de investigación con la finalidad de que se puedan identificar las dificultades de quienes egresan de la LEAMES para la elaboración de su trabajo de titulación bajo esta modalidad. Al respecto se debe puntualizar que oficialmente, se le define como “la elaboración rigurosa de un texto que sigue las pautas teórico-metodológicas sugeridas por las distintas perspectivas o tradiciones de la investigación y cuya finalidad es aportar nuevas formas de explicación y comprensión de los fenómenos educativos” (SEP, 2018, p. 16).

Aunado a lo anterior, se precisa que el punto de partida es la selección del tema, cuyo criterio puede considerar el propio programa de estudios, las experiencias durante a formación docente o el interés por profundizar y enriquecer el conocimiento en algún campo de conocimiento (SEP, 2018). Otro elemento que debe ser considerado es la hipótesis o supuesto, es decir, una afirmación basada en los aprendizajes adquiridos y las experiencias analizadas durante la formación inicial, la cual no es definitiva sino hasta que se concluya la investigación.

En forma más global, el encuadre de la investigación educativa debe estructurarse conforme a los apartados siguientes: Carátula, Tema a inves-

tigar o título de la investigación, Objetivos o propósitos, Planteamiento del problema: que incluye la selección, la delimitación, la justificación y el impacto social, marco teórico, marco de referencia, formulación de hipótesis o supuestos, estrategia metodológica, incluye las técnicas de acopio de información, recursos, cronograma de actividades y referencias y otros recursos (SEP, 2018, p. 17).

Estos apartados, permiten dar forma a la estructura final de la tesis, en la cual se presenta un informe final de la investigación. En la tabla 2, se muestran los apartados que institucionalmente se solicitan y las características de cada uno de ellos.

Tabla 2. *Apartados y sus características de una tesis de investigación educativa*

Apartado	Características
Carátula	Incluye los datos específicos de la institución, el título de la tesis, nombre de la persona sustentante, el asesor o asesora, fecha, etcétera.
Índice	Describe el contenido de la tesis (apartados, capítulos, temas, subtemas, conclusiones, anexos, entre otros).
Introducción	Describe de manera puntual el tema de estudio, las principales preguntas, objetivos, el método, así como el contenido sintético de cada uno de los capítulos que componen la tesis.
Cuerpo de la tesis o capítulos	Puede incluir el planteamiento del problema, marco referencial, marco teórico, el marco metodológico, los resultados de la aplicación de los instrumentos, así como el análisis de dicha información que da paso a las conclusiones.
Conclusiones	Expone los principales hallazgos en función de las preguntas, objetivos, hipótesis y/o supuestos, enfatiza en el aporte que hace al campo o tema de estudio y plantea nuevas vetas de investigación en función de sus resultados.
Referencias	Se refiere a las fuentes de consulta bibliográficas, hemerográficas, electrónicas, etcétera, que se utilizaron y que sirvieron para fundamentar, argumentar, analizar e interpretar la información.
Anexos	Incluye los productos o materiales que se utilizaron o elaboraron en el contexto de la investigación que pueden ser utilizados para eventuales consultas.

Fuente: elaboración propia, a partir de la información contenida en SEP (2018).

Análisis de resultados

En una de las sesiones de un futuro profesor de matemáticas (D_1), a quien se le dio acompañamiento, propuso la resolución del problema siguiente:

“He comprado un DVD y me ha costado 105 dólares. Lo he pagado con 12 billetes de dos tipos, de 5 dólares y de 10 dólares. ¿Cuántos billetes de cada clase he entregado?”

Una de las estrategias de resolución que propuso uno de los estudiantes consistió simplemente en sumar el costo total al valor de un billete de cinco dólares (ver figura 3), lo cual no correspondía con la pregunta planteada, en la cual se solicita que se especificara el número de billetes de cada valor, ya sea cinco dólares o diez dólares.

Figura 3. *Procedimiento incorrecto mostrado por un estudiante*

$$\begin{array}{r} 105 \\ + \quad 5 \\ \hline 155 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia.

El procedimiento formal, implicaba la representación algebraica del sistema de ecuaciones de primer grado: una que expresara la suma del total de billetes ($x + y = 12$) y otra que la cantidad de dinero en términos del número de billetes de ambos valores ($5x + 10y = 105$).

En el pasaje siguiente, se muestra como el docente en formación inicial, omite el tratamiento del error y con ello, coarta la posibilidad de que se pueda reflexionar sobre la interpretación de los datos del problema y se centra en dar por válido el procedimiento formal de otro estudiante.

- D₁: ¿Qué opinión tienen los demás? [No hubo respuesta] ¿Qué método utilizaron para resolverlo? [No hubo respuesta] ¿Cómo representaron los dos números de billetes de 5 y 10 dólares?
- A₁₆: Los billetes de 5 dólares es x y los billetes de 10 dólares es y .
- A₂₇: Representé la primera ecuación como $x + y = 12$ y la segunda como $5x + 10y = 105$.
- D₁: Ahora que ya pudieron plantearlo, ¿qué método utilizaron para resolverlo?
- A₇: Resolví el sistema de ecuaciones por el método de reducción, multipliqué la 1ª ecuación por (-5) para que se vayan las x .

- A₁₀: Por lo cual tenemos el valor de y que es 9, con ello ocupe la primera ecuación para sustituir y por el valor que encontramos.
- A₂₁: Lo cual se resolvió con una simple resta que nos da 3, ese es el valor de la x .
- D₁: Entonces ocuparon 9 billetes de 10 dólares y 3 billetes de 5 dólares para poder pagar el DVD.

Otro problema que fue planteado por el docente en formación inicial fue el siguiente:

“En un corral hay conejos y gallinas. En total hay 14 cabezas y 38 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?”

En la figura 4, se muestra el procedimiento incorrecto que fue realizado por otro estudiante, que tampoco pudo representar algebraicamente el sistema de ecuaciones de primer grado y, como se puede identificar en el pasaje siguiente, el docente en formación se limitó a preguntar si había otra forma de resolver correctamente el problema y posteriormente, validarla.

De esta manera, en términos de Astolfi (2004) excluyó un tratamiento didáctico para el error manifestado y para la dificultad de representar en lenguaje algebraico los datos del problema.

Desde la perspectiva de Polya (1985) o de Schoenfeld (2016), tampoco consideró el análisis y la comprensión de la situación planteada, que le permitiera la preconfiguración de un plan y su ejecución mediante la exploración de solución del problema variando las condiciones del mismo y, finalmente, comprobando el resultado conforme a las condiciones del problema planteado.

Figura 4. *Ejemplo de procedimiento incorrecto*

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 38 \\ \hline 52 \end{array}$$

Fuente: elaboración propia.

- D₁: ¿Qué opinión tienen los demás? [No hubo respuesta]; ¿Cómo representaron los 2 tipos de animales?
- A₄: Lo representé de que los conejos son x y las gallinas son y

- A₈: Los mismos datos yo tengo, por lo cual los planteo, que $x + y = 14$ y la segunda ecuación es $4x + 2y = 38$
- D₁: ¿Qué método ocuparon para resolverlo?
- A₁₉: Lo resolví por el sistema de ecuaciones, por el método de sustitución, por el cual despejamos x en 1ª ecuación: $x = 14 - y$
- A₈: Con el valor de x lo sustituí en la ecuación 2 para poder encontrar a y , lo cual me dio como resultado 5
- D1: Entonces, son 5 conejos y 9 gallinas

A partir del intercambio y diálogo que se tuvo con el estudiante normalista (D₁), en su diario de clase, puso de manifiesto las dificultades que se presentaron para su enseñanza, al plantear la resolución de problemas sobre sistemas de ecuaciones de primer grado, con dos incógnitas con estudiantes de segundo grado de secundaria:

“Una de las dificultades que se me presentaron fue que no logré mantener su atención por más de diez minutos, ya que se distraían con mucha facilidad y repercutía en que no comprendieran el tema.

Otra dificultad que manifesté fue que no lograba plantear las preguntas apropiadas para que ellos pudieran darse cuenta del error matemático que cometían y utilizarlo para desarrollar su razonamiento y las habilidades matemáticas.

También se me dificultó propiciar el error para que pudieran reflexionar más sobre el contenido matemático y, en particular, sobre el procedimiento convencional que permitía resolver un problema relacionado con un sistema de ecuaciones de primer grado.”

A continuación, se presenta el caso de otro estudiante, a quien se le dificultó el diseño de su secuencia didáctica, así como la relación entre teoría y práctica, ya que tampoco pudo enlazar la perspectiva teórica del error con su praxis en el aula de tercer grado de secundaria.

En su primera clase, considero necesario trabajar con el Teorema de Pitágoras, en el pasaje siguiente se muestra cómo el docente (D₂) decide iniciar con una pregunta abierta, en lugar de proponer un problema que permitiera el planteamiento de alguna estrategia de resolución y, con ello,

promover la perspectiva teórica de Polya (1985) o Schoenfeld (2016). Las intervenciones de los estudiantes se denotan con E_n y cuando intervienen dos o más estudiantes con G.

- D₂: ¿Qué recuerdan del Teorema de Pitágoras?
 E₂: Que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.
 D₂: Sí, el Teorema de Pitágoras se puede generalizar para todo triángulo rectángulo.

Aun cuando el docente afirmó que el Teorema de Pitágoras sólo aplica en el caso del triángulo rectángulo, volvió a preguntar sobre la misma cuestión.

- D₂: ¿En cuáles figuras se puede aplicar el Teorema de Pitágoras?
 G: En un triángulo.
 D₂: ¿En cualquier triángulo?
 E₁₇: En un triángulo rectángulo.
 D₂: ¿Qué características tiene un triángulo rectángulo?
 E₁₇: Tiene un lado más largo.
 D₂: Entonces, ¿este es un triángulo rectángulo? [Dibujó en el pizarrón un triángulo isósceles con base mayor].
 E₇: No maestro, el triángulo rectángulo es el que tiene un ángulo de 90° y la hipotenusa siempre está enfrente
 D₂: ¡Exacto! La característica más importante de un triángulo rectángulo es que siempre tendrá un ángulo de 90°.

El docente en formación (D2), continuó con preguntas de tipo teóricas o memorísticas, es decir, relacionadas con los conceptos y propiedades implicadas en el triángulo rectángulo o en la expresión algebraica que representa la generalización del Teorema de Pitágoras.

- D₂: ¿Cuántas fórmulas del Teorema de Pitágoras existen?
 G: Tres.
 D₂: ¿Cuáles?
 G: $a^2 + b^2 = c^2$ $c^2 - a^2 = b^2$ $c^2 - b^2 = a^2$

El docente en formación inicial, se percató de que la mayoría del grupo no comprendía a qué se referían los escasos compañeros que habían señalado las tres expresiones algebraicas que se pueden obtener mediante el despeje de sus variables, por lo que tuvo que recurrir a la explicación directa. En el párrafo siguiente se cita la nota que plasmó en su diario de clase.

“Pude percibir, en los gestos de los demás estudiantes, que no tenían claridad sobre lo que sus compañeros decían. En ese momento interferí y les expliqué que sólo existía una fórmula y que, para calcular algún cateto, ya fuera a ó b lo que se hacía era un despeje. Les expliqué en el pizarrón para favorecer su comprensión” [D2].

La fase del desarrollo de esta sesión consistía en resolver tres problemas del Teorema de Pitágoras, aunque refiere que el único problema en el que presentaron mayor dificultad fue uno en el que debían calcular el área de un pentágono, cuyo lado mide 12 cm y estaba inscrito en una circunferencia de radio igual a diez centímetros. Como se puede advertir el contexto era estrictamente geométrico y requería del razonamiento lógico matemático, de la imaginación espacial y del despeje del Teorema de Pitágoras en cuanto a las variables que representan uno de los catetos.

En el testimonio siguiente, se muestran algunas de las vicisitudes que se presentaron para el docente en formación inicial, en las cuales se aprecia que no hubo un trabajo didáctico con el error en forma positiva.

“Gran parte de los estudiantes lograron contestar lo solicitado, cabe señalar que durante la clase se les permitió a los estudiantes socializar con sus compañeros que estuvieran a su alrededor; aunque pude notar que algunos estudiantes copiaron lo que los demás hacían.

El problema donde mayor dificultad se logró apreciar fue en el tercero ya que fue donde la mayoría de los estudiantes se acercó a pedir ayuda, esto deja en evidencia que se les hacía difícil la formación de triángulos rectángulos a partir de otras figuras” [D2].

Posteriormente, señala que sus actividades fueron acertadas por las escasas dificultades que se presentaron; sin embargo reconoce que no propició

el error como lo tenía planeado y es que en correspondencia con la perspectiva de Astolfi (2006), esto debe quedar plasmado en el diseño de la secuencia didáctica:

A modo de conclusión del momento 1 las actividades planteadas las considero acertadas ya que no se presentó ningún tipo de dificultad al momento de solucionarlas. Es importante señalar que no se propició el error como estaba planeado [D2].

En general, la forma en que procedió la enseñanza fue mediante el planteamiento de preguntas orientadoras que les ayudaran a comprender el problema y cuando no lo lograba les explicaba de forma directa.

D: En este triángulo rectángulo, ¿cuál sería la hipotenusa?

E₃₅: El que va desde el piso hasta el techo

D: Exactamente, y ¿Qué ángulo podría ser más fácil de medir? ¿El de arriba o el de abajo?

E₁₄: El de arriba

D: O sea, ¿me tendría subir a la azotea a medirlo?

E₁₄: Ah no, entonces el de abajo sería más fácil.

D: ¿Por qué?

E₁₄: Porque a la azotea no podemos subir y al patio sí podemos salir.

En su diario de clase, el docente en formación inicial reconoció que se había equivocado en la resolución del problema, ya que no había proporcionado el valor de la tangente y por eso, los resultados de los estudiantes no coincidían con los de él. En este caso, se debe destacar que tampoco se aprovechó la ocasión para darle un tratamiento didáctico al error que se suscitó de forma espontánea:

Les pedí que se pusieran a hacer las operaciones correspondientes; todos hicieron el despeje adecuado y cuando me empezaron a decir sus resultados, me percaté que me había equivocado, ya que ellos no tenían conocimiento de cuánto era la tangente del ángulo que habían medido, les hice saber que me

equivocé... les di el valor de la tangente, les solicité que volvieran hacer operaciones y ahora sí resultó [D2].

Si bien es cierto que el docente en formación inicial aclaró la situación, era evidente que en la secuencia didáctica, debía dejarse claro cómo se obtenían los valores numéricos para las razones trigonométricas. El pasaje siguiente, muestra la inquietud manifestada por uno de los estudiantes del grupo, ante la equivocación del docente en formación inicial.

D2: Con las razones trigonométricas era posible medir cosas que estuvieran fuera de nuestro alcance.

E8: ¿Y el numerito que nos dio, de dónde lo saco?

D2: Cada ángulo tiene un valor y ese valor cambia si se trata del seno, coseno o la tangente, pero eso lo veremos en la clase de mañana.

Posteriormente, el docente en formación solicitó a los estudiantes que realizaran una actividad en la cual tenían que calcular la medida de los ángulos o lados de algunos triángulos rectángulos con ayuda de las razones trigonométricas. Para iniciar la sesión, dibujó uno de los triángulos y les fue guiando mediante el planteamiento de preguntas orientadoras.

D: ¿Qué datos nos están proporcionando?

E₂₇: Un ángulo y un lado.

D: Sí, pero qué lado.

E₂₇: Ah, la hipotenusa.

D: ¿Qué ángulo es el que nos están pidiendo? [No hubo respuesta]

E₂₁: Es el cateto opuesto.

En esta última intervención, omitió trabajar la respuesta errónea y procedió a explicar de forma directa, tal y como se muestra en el pasaje siguiente:

D2: Ahora para contestar lo que se nos pide, ¿qué razón trigonométrica nos involucra un ángulo y el lado que nos están dando? En este caso es la hipotenusa y el lado que estamos buscando es el cateto opuesto.

G: Seno.

Enseguida, les pidió que sustituyeran los datos que tenían en la razón de seno, él lo escribió en el pizarrón $\frac{co}{10}$ y les preguntó:

D₂: ¿Cómo le puedo hacer para dejar sólo al cateto opuesto? Y?

E₂₈: Despejando

D₂: Pasa a hacerlo en el pizarrón.

Al resolverlo, el estudiante nunca sustituyó el valor de seno, de 32°, y afortunadamente, el docente tuvo un acercamiento a trabajar el error de forma positiva, tal y como lo señala Astolfi (2004).

D₂: ¿Quién concuerda con su compañero? [Muchos asintieron su concordancia]

D₂: ¿Por qué tú no la levantaste?

E₁₁: Porque está mal, le faltó buscar en la tabla el valor de 32°.

Cabe señalar que conforme fue avanzando en las sesiones, como parte de las asesorías o acompañamiento pedagógico, se le fue haciendo ver al docente en formación inicial que era importante hacerse consciente de que tenía que ser paciente para advertir el momento adecuado para evitar explicar a los estudiantes y, en cambio, aprovechar el momento para que se trabajara el error de forma positiva.

Un tercer caso que se quiere mostrar para la ejemplificación de la dificultad que se tiene para trabajar con el error de forma positiva, es decir, sin un carácter sancionador es el de una estudiante normalista en formación docente inicial, quien basó su enseñanza sobre las operaciones con fracciones, esencialmente en explicar procedimientos y aclarar dudas.

Al respecto, cuando trabajó el concepto de equivalente, inició una pregunta abierta, en lugar de que planteara una situación contextualizada que permitiera la reflexión y el razonamiento matemático. En el pasaje siguiente, se muestra como la docente en formación inicial validó el concepto de equivalentes en términos de que se parecen:

D₃: ¿Qué entienden por equivalente?

E_{12} : Si graficamos una fracción y coloreamos la misma cantidad en cada una, podemos ver que se parecen y son equivalentes.

D_3 : Correcto.

Al término de la sesión, se le mencionó que lo equivalente no puede definirse en términos de lo que se parece. En la sesión posterior, se enfocó en el concepto de fracciones equivalentes para remediar el error conceptual con el siguiente argumento.

D_3 : Las fracciones equivalentes son aquellas que representan la misma cantidad, pero el numerador y el denominador son distintos.

En su diario de clase, dejó testimonio de que sólo consideró necesario explicar de forma directa los diferentes casos en los que se puede trabajar con la equivalencia de fracciones, en lugar de buscar contraejemplos que pudieran generar el conflicto cognitivo.

Posteriormente, comencé con una explicación de los diferentes métodos para encontrar una fracción equivalente, señalando que los métodos que pueden utilizar para encontrar si una fracción es equivalente son: el método de graficar la fracción, de la división o simplificación.

En los diferentes ejemplos donde se ocupó la gráfica de fracciones, que se mostraron en el pizarrón, les reiteré que las reparticiones representadas debían ser equivalentes, es decir, todos sus segmentos tenían que ser iguales.

Los jóvenes prestaban atención y hacían diversas anotaciones al momento de estar dando la explicación; pregunté si existían dudas y la mayoría contestó que no, pero en sus expresiones identifiqué que a algunos no les había quedado tan clara la explicación, por lo cual puse diferentes ejemplos para tratar de que quedara más claro el tema [D_3].

En la sesión tres, la docente en formación inicial introdujo el tema principal de la adición y sustracción de fracciones comunes con el mismo denominador. Para ello, inició con una breve explicación del tema y planteó una pregunta que originó tanto respuestas correctas (E_4 y E_{16}) como respuestas incorrectas (E_9 y E_{12}):

- D₃: La suma y resta de fracciones homogéneas son aquellas que cuentan con el mismo denominador; por ejemplo, un octavo más tres octavos o cuatro sextos menos tres sextos. Pero ¿cómo resolvemos este tipo de operaciones?
- E₄: Se suman los números de arriba y el de abajo se pasa igual.
- E₁₆: Se suman los numeradores y el denominador se pasa igual.
- E₉: Se multiplica el número de arriba por el de arriba y el número de abajo por el de abajo.
- E₁₂: Utilizando el método de la mariposa.

Cuando contestaron de manera incorrecta, dejó que los estudiantes por sí mismos se corrigieran; no obstante, no fue sistemático el proceder, ya que un estudiante corregía a otro sin hacer uso, por ejemplo, de la representación gráfica para contrastar la respuesta correcta con la incorrecta y así generar la reflexión sobre el error que cometían.

En este caso, al igual que con los demás que fueron descritos e interpretados de forma previa, el diario de clase y la reflexión docente, les permitieron concientizarse de que es necesario volver hacia su práctica docente para mejorarla de forma gradual y sistemática.

A modo de conclusiones

La principal dificultad de estudiantes normalistas de matemáticas durante sus prácticas profesionales se deben a la falta de conexión con la teoría, lo cual ocurre desde el diseño de las secuencias didácticas hasta el momento en que instrumentan sus actividades en el aula.

Si bien es cierto que en sus prácticas profesionales, los futuros profesores de matemáticas tienen las intenciones de innovar su enseñanza, ya sea con el apoyo de *software* interactivo como GeoGebra o con el juego para lograr el aprendizaje significativo, en general, la práctica educativa se enfoca en dar explicaciones sobre el tema correspondiente, lo más claras posibles, y pedir a los estudiantes de secundaria que realicen actividades de reafirmación sobre el tema, dejando de lado las ventajas que trae consigo la en-

señanza mediada por el error, a fin de incidir en el aprendizaje de forma positiva, es decir, sin que tenga un carácter sancionador.

En este reporte de investigación se informa sobre los casos de algunos estudiantes normalistas de matemáticas que se encuentran en el último trayecto de su formación docente inicial, los resultados obtenidos nos permiten tener ciertos elementos como punto de referencia para la reflexión y, con ello, tomar decisiones a partir del planteamiento de alternativas de solución.

Es importante puntualizar que la reflexión docente no es trivial ni ocurre de forma inmediata, ya que el proceso educativo es muy complejo y no puede darse por sentado que es suficiente con el análisis e interpretación de un tema para lograr que el docente en formación inicial pueda volverse experto en el trabajo sobre sí mismo.

En particular, es menester que se pueda enfocar el acompañamiento en la praxis de los futuros profesores de matemáticas, desde los primeros semestres de la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria, es decir, en la conjugación de la teoría y la práctica, con la finalidad de que se puedan ir familiarizando de manera gradual y sistemática.

Cabe señalar que este tema y problema de investigación no se agota con este reporte, ya que las aristas que pueden desprenderse son muy variadas; por ejemplo, se debe indagar acerca del error que se puede cometer por parte de los estudiantes cuando la enseñanza utiliza recursos tecnológicos diversos y, con ello, el desarrollo del pensamiento computacional. Aunado a lo anterior, son muchos contenidos matemáticos que pueden ser considerados y no sólo de tipo algebraico o aritmético, ya que la idea de propiciar el error puede resultar en interesantes respuestas de los estudiantes.

Referencias

- Astolfi, P. (2004). *El "error", un medio para enseñar*. Díada/SEP.
- Barreiro, P.; Leonian, P.; Marino, T. Pochulu, M. D. y Rodríguez, M. A. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. M. A. Rodríguez (coord.) Ediciones UNGS Universidad Nacional de General Sarmiento.

- Bernaté, J. y Romero, E. (2020). La formación y el desarrollo profesional de los docentes en educación, retos para la sociedad latinoamericana. En *Innovación educativa desde la praxis y formación docente*. (pp. 8-33). Editorial EIDEC. <https://www.editorialeidec.com/wp-content/uploads/2020/03/INNOVACION-EDUCATIVA.pdf>
- Dehaene, S. (2019). *¿Cómo aprendemos? Los cuatro pilares con los que la educación puede potenciar los talentos de nuestro cerebro*. Siglo veintiuno editores.
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. Paidós.
- Gigerenzer, G. (2005). I Think, Therefore Err. *Social Research*, 72(1), 195-218.
- Goetz, J. P. y Lecompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Ediciones Morata.
- Jiménez, A. (2019). Formación de profesores de matemáticas: el caso de la licenciatura más antigua de Colombia. *Praxis y Saber*, 10(22), 45-70. <https://doi.org/10.19053/2160159.v10.n22.2019.7945>
- Mejía, D. (2022). Retos de la práctica docente para la enseñanza de matemáticas en secundaria. *RECIE. Revista electrónica científica de investigación educativa*, 6, e1678, 1-13. <https://doi.org/10.33010/recie.v6i0.1678>
- Pérez, E. T. (2022). Formación del docente para la enseñanza de las matemáticas: una mirada hacia el futuro de los estudiantes universitarios. *Revista Educare*, 26(1), 69-80. <https://portal.amelica.org/ameli/journal/375/3753509004/>
- Perrenoud, P. (2007). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Colofón.
- Polya, G. (1985). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.
- Reyes, A. M. y Pedroza, R. (2023). Formación y enseñanza en matemáticas un modelo de ecología del aprendizaje. *Con Texto Humano*, 2(1), 21-32. <https://contextohumano.uaemex.mx/article/view/21025/16763>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- SEP (2018). *Orientaciones académicas para la elaboración del trabajo de titulación. Planes de Estudio 2018*. Dirección General de Educación Superior para el Magisterio.
- Vasilachis, I. (2006). La investigación cualitativa. En: I. Vasilachis de Gialdino (coord.). *Estrategias de investigación cualitativa* (pp. 23-64). Gedisa.