

6. Elaboración de materiales didácticos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas durante las jornadas de la práctica profesional docente

ORLANDO VÁZQUEZ PÉREZ*

MARICELA BONILLA GONZÁLEZ**

SAÚL ELIZARRARÁS BAENA***

<https://doi.org/10.52501/cc.309.06>

Resumen

Este trabajo recopila algunas evidencias del desarrollo que se llevó a cabo con 35 alumnos del segundo semestre que están cursando la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria (LEAMES) en el turno vespertino de la Escuela Normal Superior de México (ENSM). Esta investigación puso en práctica la manera de utilizar los materiales didácticos bajo la propuesta de Bruner (1960), en la que cada etapa (concreta, pictórica y gráfica) propician que los alumnos logren comprender los conceptos enseñados por parte del docente. Aquí, a modo de evidencia, se presenta el desarrollo de un andamio cognitivo por una estudiante, en el cual se expone la indagación, el problema identificado, el plan de acción, la propuesta pedagógica mediante el uso de materiales didácticos relacionados con la enseñanza de la geometría, mediante las representaciones que propone Bruner (1960): concreta, pictórica y abstracta y finalmente, la coevaluación del cierre del semestre.

* Doctor en Ciencias de la Educación por el Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México. ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-1973-3968>

** Doctora en Ciencias en la Especialidad de Matemática Educativa. Profesora-investigadora de la Escuela Normal Superior de México. ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-4059-9114>

*** Doctor en Ciencias de la Educación. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores (Nivel 1). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9623-3452>

Palabras clave: *Enseñanza, aprendizaje, matemáticas, materiales didácticos.*

Introducción

Esta investigación recopila la información obtenida sobre los procesos llevados a cabo con dos grupos de cuarto semestre que cursan la Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (LEAMES) de la Escuela Normal Superior de México (ENSM). Este trabajo se llevó a cabo en el segundo semestre correspondiente al ciclo escolar: 2023-2024. Las acciones estuvieron orientadas de acuerdo con lo establecido en la asignatura de *Diseño de materiales y recursos educativos para la enseñanza de las matemáticas* (DMREEMS) vigentes (SEP, 2022). Los resultados obtenidos fueron favorables y alentadores, pero a la vez, permitieron advertir los alcances, limitaciones y propuestas para mejorar la práctica docente al impartir la asignatura referida. Los autores de este documento, consideramos que una de las acciones realizadas en el Cuerpo Académico del turno vespertino: “Matemática educativa y formación docente” (CAMEFD ENSMEX-CA6) de la ENSM desde 2011 ha sido identificar, analizar e interpretar los procesos de la práctica docente de los integrantes de este cuerpo académico, así como los procesos que llevan a cabo en sí mismos los docentes en formación de la LEAMES sobre sus aprendizajes al interior de la ENSM y las prácticas escolares que realizan con estudiantes de secundaria. Entre otras líneas de investigación que interesan al cuerpo académico referido, aquí expondremos algunos de los resultados obtenidos ante la puesta en práctica de la asignatura de DMREEMS.

Desarrollo

Planteamiento del problema

Las constantes observaciones en las jornadas de práctica de los docentes en formación, han permitido identificar que tanto ellos como los docentes titulares de las escuelas secundarias casi no recurren al uso de materiales didácticos. Para el caso de los docentes en formación, en primer lugar, cuando lo llegan a utilizar, lo hacen de manera parcial, es decir, no le dan continuidad

al uso de estos materiales, y por consiguiente, no le sacan el mayor provecho; en segunda instancia, los utilizan por las encomiendas que se les hacen por parte de los docentes titulares de las escuelas formadoras de docentes, pero sin llevar a cabo el enfoque CPA (Concreto, Pictórico y Abstracto) propuesto por Bruner (1960).

En el caso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación básica y media superior, el uso de materiales didácticos con y sin el uso de la tecnología resultan ser necesarios por múltiples razones, entre otras, porque ayudan a la *comprensión de ciertos contenidos matemáticos* que se pretendan enseñar, y porque también ayudan a *mejorar y facilitar la práctica docente*. No obstante, la mayoría de las veces, la práctica docente se ha visto limitada exclusivamente al uso de plumones y pizarrón y los estudiantes, al libro de texto, de sobra está resaltar, que la práctica del docente va mucho más allá de estos usos y costumbres.

Ante la necesidad de que los docentes en formación hagan uso y lleven a la práctica la utilización de materiales didácticos manipulativos, quienes conformamos el Cuerpo Académico: CAMEFD ENSMEX-CA6, propusimos implementar en la malla curricular de la LEAM la asignatura de DMREEM, la cual es parte del Trayecto: de Lenguas, Lenguajes y Tecnologías Digitales. Esta asignatura de flexibilidad curricular se cursa en el cuarto semestre de la LEAM.

Metodología

Este estudio es de carácter cualitativo (Eisner, 1998; Carvalho, M., 2008; Martínez, 2006) y permite conjugar la enseñanza y la investigación (Barreiro, Leonian, Marino, Pochulu y Rodríguez, 2017). La investigación se llevó a cabo con dos grupos que cursaron el cuarto semestre de la LEAM de la ENSM del turno vespertino, esto se realizó durante el segundo semestre del ciclo escolar: 2023-2024 en la asignatura de DMREEM (SEP, 2022). El grupo A estuvo constituido por 20 alumnos y el Grupo B, por 15. En ambos grupos se llevaron a cabo 42 sesiones durante el semestre. En ambos grupos, se dio a conocer el *Programa Oficial* de la asignatura de DMREEM (SEP, 2022) y se les mostraron mediante diapositivas y, en algunos casos, de manera concreta distintos materiales didácticos a lo largo del semestre, también se les

expusieron distintos videos alusivos al uso de materiales concretos, todo esto con la finalidad de que ellos tuvieran una idea general acerca de la diversidad de materiales didácticos que existen y que, a su vez, ellos propusieran otros materiales para sus prácticas docentes. Cabe destacar que en la presentación de materiales concretos se enfatizó en la propuesta de Bruner (1960), representante del cognitivismo en educación, quien desarrolló la teoría conocida como aprendizaje por descubrimiento. Es decir, se les hizo hincapié en que el uso de materiales manipulables requiere transitar por las etapas de representación: *concreta, gráfica y simbólica*, para de esta manera garantizar una comprensión del significado de los contenidos matemáticos a enseñar con sus estudiantes de nivel secundaria.

Técnicas e instrumentos de investigación

En este trabajo se utilizaron *técnicas e instrumentos* para recabar la información. Con la técnica de observación se utilizaron como instrumentos la observación participante, la guía de observación, el andamio cognitivo y el registro anecdótico. Con la técnica de desempeño se apoyó con los instrumentos de producto final integrador y bitácora. Con la técnica de interrogatorio, los instrumentos utilizados fueron el debate, el ensayo y cuestionarios de respuestas abiertas. Las técnicas e instrumentos utilizadas en esta investigación se presentan en la tabla 1.

Tabla 1. *Técnicas e instrumentos utilizados en la investigación*

Técnicas	Instrumentos
Observación	Observación participante
	Guía de observación
	Andamio cognitivo
	Registro anecdótico.
Desempeño	Producto final integrador
	Bitácora.
Interrogatorio	Debate
	Ensayo
	Cuestionario de respuestas abiertas

Fuente: elaboración propia.

Esta tabla presenta las técnicas utilizadas con sus respectivos instrumentos para poder interpretar la información recopilada a lo largo del trabajo.

Propuesta institucional

Al inicio del semestre, se presentó a los estudiantes el propósito general del curso de DMREEM (SEP, 2022):

Se espera que el estudiantado normalista innove en su práctica docente mediante el uso de diversos materiales y recursos didácticos con o sin el uso de la tecnología, acordes a la naturaleza de los contenidos matemáticos, esto con el fin de favorecer una mejor comprensión conceptual y procedimental que le permita incrementar sus saberes sobre la enseñanza de las matemáticas en educación secundaria y media superior en un ambiente colaborativo e inclusivo [SEP, 2022, p. 5].

Como lo señala el propósito general del curso, a los docentes en formación se les mostraron distintos materiales didácticos con o sin el uso de la tecnología; cabe destacar que la mayoría de los alumnos recurrieron al uso de materiales didácticos sin el uso de la tecnología. Al inicio del semestre, se les dio a conocer los términos de lo que se debe entender por materiales y recursos didácticos, Carretero, Coriat y Nieto (1955) los definen de la siguiente forma:

RECURSOS:

Se entiende por recurso cualquier material, no diseñado específicamente para el aprendizaje de un concepto o procedimiento determinado, que el Profesor decide incorporar en sus enseñanzas.

MATERIALES:

Se distinguen de los recursos porque, inicialmente, se diseñan con fines educativos (Si bien, en general, un buen material didáctico trasciende la intención de uso original y admite variadas aplicaciones; por ello, no hay una raya que delimite claramente qué es un material y qué es un recurso).

De acuerdo con las definiciones anteriores, podemos sintetizar que un material didáctico es aquello que se diseña desde un inicio con fines educativos para la enseñanza y aprendizaje de un determinado contenido, mientras que un recurso didáctico es aquello que no está diseñado con un fin educativo pero que el docente lo utiliza como un medio para la enseñanza y aprendizaje de un contenido en particular [SEP, 2022, p. 5].

Al respecto cabe señalar que los alumnos usaban indistintamente los términos materiales y recursos didácticos. También se les dio a conocer un cuadro en el que se enumeraban once materiales didácticos propuestos en el Programa de DMREEM [SEP, 2022], a saber:

Tabla 2. *Materiales didácticos propuestos en el Programa de DMREEM*

Los materiales manipulativos son objetos físicos que se utilizan en la enseñanza de las matemáticas para facilitar la comprensión de conceptos abstractos a través de la manipulación práctica. Estos materiales pueden ser utilizados en todos los niveles educativos, desde la educación infantil hasta la educación superior. Algunos ejemplos de materiales manipulativos, comúnmente utilizados en la enseñanza de las matemáticas son:

No.	Materiales manipulativos	Material	Uso educativo
1	Bloques de construcción	Madera, plástico o espuma	Los bloques de construcción se utilizan para enseñar conceptos básicos de conteo, adición, sustracción, multiplicación y división. Los estudiantes pueden agrupar y contar bloques, así como realizar operaciones simples al combinar o quitar bloques.
2	Ábacos	Plástico	Los ábacos son herramientas excelentes para enseñar a los estudiantes sobre el valor posicional de los números. Los cuentan moviendo las cuentas a lo largo de las barras, lo que ayuda a comprender la relación entre unidades, decenas, centenas, etc.
3	Tarjetas y fichas	Plástico, papel, cartón, fomi	Las tarjetas y fichas son versátiles y se pueden utilizar para una variedad de actividades. Pueden contener números para practicar operaciones matemáticas, problemas para resolver, o incluso representaciones gráficas de conceptos.
4	Geoplanos y geoespacios	Tableros de madera, plástico, papel, Formas tridimensionales de plástico, madera, popotes o metal	Los geoplanos son útiles para explorar conceptos geométricos como áreas, perímetros y simetría. Los estudiantes pueden estirar bandas elásticas alrededor de las clavijas para crear formas y experimentar con propiedades geométricas. Los geoespacios son materiales de suma importancia porque permiten visualizar cuerpos geométricos en tercera dimensión.
5	Dados y fichas de juego	Plástico, cartulina	Los dados y fichas de juego son ideales para enseñar conceptos de probabilidad, así como para prácticas de conteo, suma y resta, de manera más divertida e interactiva.

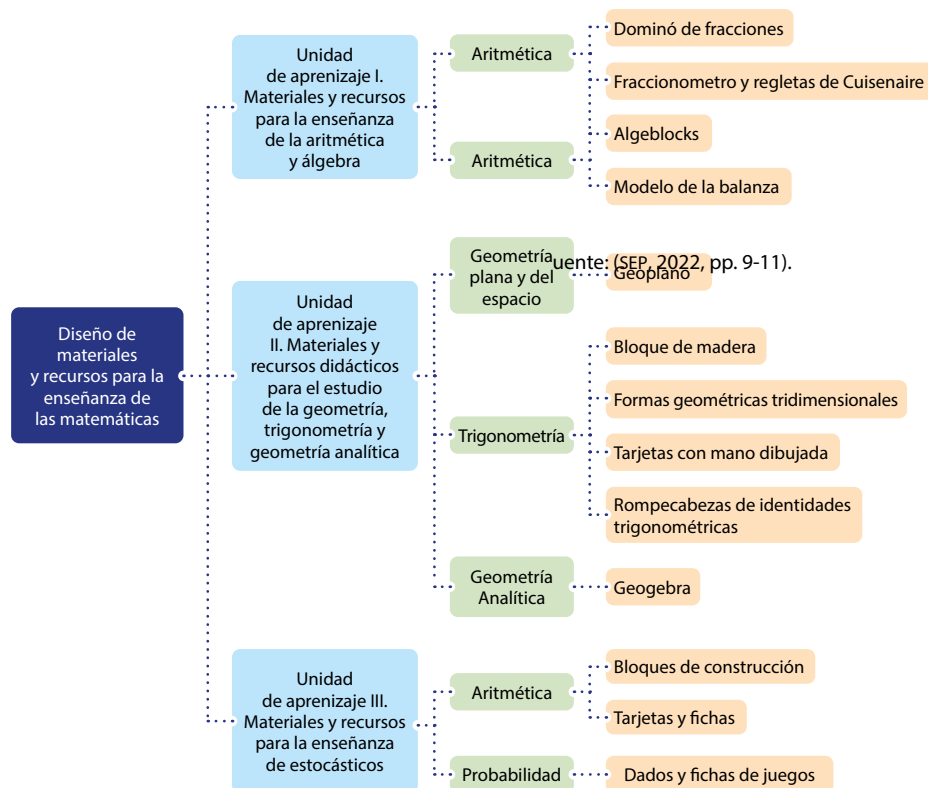
6	Regletas de Cuisenaire	Plástico, fomi, papel, madera.	Las regletas de Cuisenaire son barras de diferentes colores y longitudes que representan valores numéricos. Los estudiantes pueden combinar y comparar las regletas para comprender las operaciones matemáticas, las relaciones entre los números y operaciones con fracciones, teorema de Pitágoras, entre otros contenidos matemáticos.
7	Material base 10	Cubos de plástico o madera	Estos materiales representan unidades, decenas, centenas y miles de manera visual y tangible. Ayudan a los estudiantes a entender la base 10 y a realizar operaciones como suma y resta de números grandes.
8	Relojes con manecillas	Papel, plástico, etc.	Los relojes ayudan a los estudiantes a comprender el concepto de tiempo, incluida la lectura de la hora en relojes analógicos y digitales, así como la realización de cálculos de tiempo.
9	Balanzas y pesos	Plástico, madera	Las balanzas enseñan conceptos de equilibrio, igualdad, y proporción. Los estudiantes pueden usarlas para entender la igualdad y resolver ecuaciones de manera práctica.
10	Tangram	Plástico, madera, fomi, papel, cartón	El tangram es un juego de siete piezas que forman un cuadrado. Se utiliza para enseñar conceptos geométricos, como formas y habilidades espaciales, ya que los estudiantes deben manipular las piezas para formar figuras específicas.
11	Juegos de cartas educativos	Plástico, cartón, fomi	Los juegos de cartas diseñados específicamente para la enseñanza de matemáticas pueden incluir actividades que refuercen conceptos como fracciones, operaciones matemáticas, resolución de problemas y patrones numéricos o geométricos.

Estos y otros materiales manipulativos no especificados en la tabla anterior, pueden adaptarse a diferentes niveles educativos y ser utilizados de manera creativa para fomentar la participación y la comprensión profunda de los conceptos matemáticos. Además, proporcionan a los docentes en formación experiencias prácticas y concretas que ayudan a los estudiantes de todos los niveles educativos a internalizar conceptos matemáticos abstractos, haciendo que el aprendizaje sea más significativo y divertido.

Fuente: (SEP, 2022, pp. 9-11).

También se les presentó la estructura del curso de DMREEM (SEP, 2022), tal como se presenta a continuación:

Figura 1. Estructura del curso de DMREEM



Fuente: SEP, 2022, p. 15.

Como se puede advertir en la figura 1 la estructura del curso consta de tres unidades. La primera concierne a materiales y recursos didácticos para el estudio de la aritmética y álgebra, la segunda para el estudio de la geometría, trigonometría y geometría analítica y la tercera para la enseñanza de estocásticos. Cada unidad, con sus respectivos materiales didácticos.

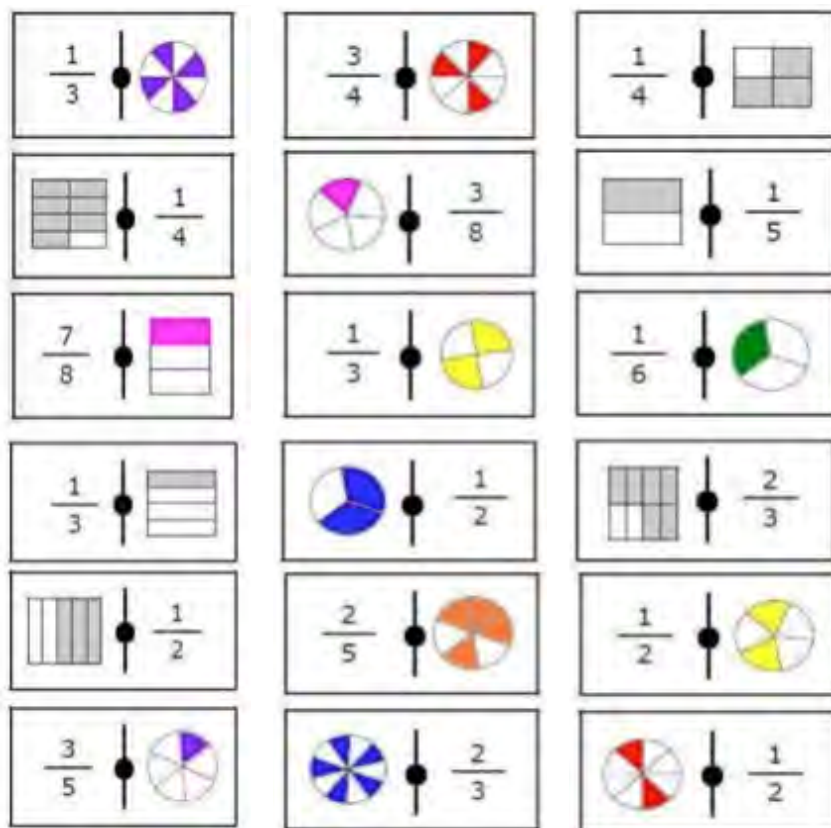
A modo de ejemplo, se ilustran algunos de las recomendaciones propuestas en el Programa de DMREEM (SEP, 2022), correspondiente a cada una de las tres unidades.

En la unidad 1 se plantea:

- Dominó de fracciones

- El dominó de fracciones como el que se muestra a continuación favorece el aprendizaje de los números fraccionarios en términos de la representación gráfica y numérica.
1. Elaborar un dominó como el que aparece enseguida y dividir a los alumnos por equipos para jugar.

Figura 2. Dominó



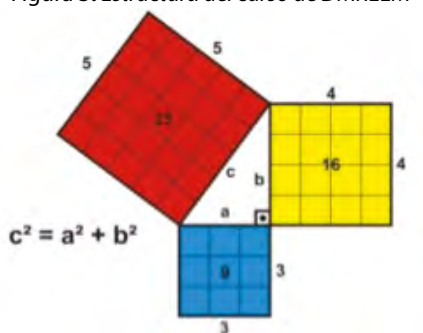
Fuente: <https://anagarciaazcarate.wordpress.com/2014/11/30/cadenas-de-21-fichas-de-dominos-de-fracciones/>:

2. Formar una cadena de fracciones con fichas diferentes.
3. Analizar este material didáctico haciendo referencia a sus ventajas y desventajas (SEP, 2022, pp. 22-23).

En la unidad dos, una de las actividades recomendadas es:

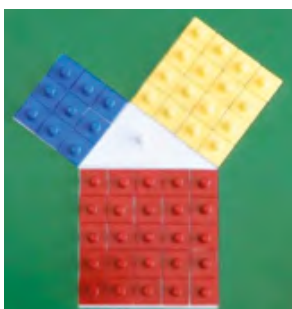
- Regletas de Cuisenaire, bloques de madera
- Comprobar el Teorema de Pitágoras en sus representaciones aritmética, algebraica y geométrica mediante material didáctico (puede ser mediante bloques de Dienes, papel cuadriculado, etc.). Se recomienda hacer uso de distintos materiales para la mostración no formal del Teorema de Pitágoras (SEP, 2022, pp. 40-41).

Figura 3. Estructura del curso de DMREEM



Fuente: <https://www.um.es/docencia/pherrero/mathis/pitagoras/teorema.htm>

Figura 4. Teorema de Pitágoras



Fuente: <https://www.mumuchu.com/blog/teorema-pitagoras-montessori/>

Con relación a la unidad tres, entre las actividades propuestas, una de ellas es el uso de diagramas de punto.

Diagramas de puntos

Estos gráficos permiten mostrar la dispersión de los datos y encontrar valores atípicos a simple vista.

El material didáctico por utilizar puede ser de fomi, papel bond, fichas de colores o taparrosas de envases, es decir, se puede utilizar material reciclado.

Una actividad por tratar con los docentes en formación para que, a su vez, ellos lo propongan como parte de sus actividades docentes podría ser la siguiente:

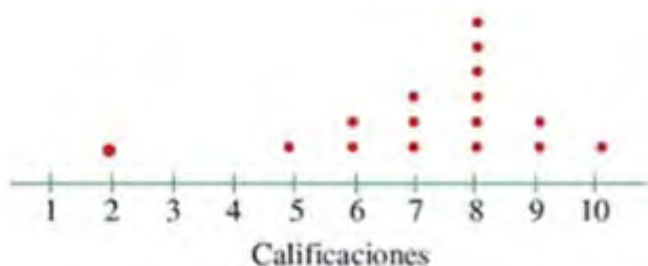
Un servicio de restaurante aplica un formulario de encuesta a los clientes para indagar acerca de la calidad del servicio que ofrece, para ello, solicita calificar la calidad del 1 al 10, donde 10 es la puntuación más alta. La encuesta se realizó a 16 clientes. Obteniéndose las siguientes calificaciones:

Figura 5.

10	7	8	9	2	7	8	9
6	8	8	6	5	7	8	8

Con el material solicitado se puede trazar una línea y colocar las fichas en el lugar correspondiente de acuerdo con la información recabada. Donde cada punto representa un dato y la cantidad de ellos es la frecuencia.

Figura 6. Calificaciones



Fuente: https://www.youtube.com/watch?v=bR7s_Y2_XJc

La gráfica anterior tiene, entre otra de sus bondades, mostrar el valor aislado, en este caso representado por el numeral 2 en donde a simple vista se nota un sólo punto que lo representa, a este valor en estadística se conoce como valor atípico y puede corresponder a muchas conjeturas.

Esta gráfica permite introducir las medidas de dispersión. Es decir, una ventaja de este gráfico es que permite medir la dispersión de los valores, es decir de tendencias.

Como ya se ha indicado al inicio de las actividades, todos los gráficos estadísticos tienen sus alcances y limitaciones, por lo que los diagramas de puntos no son la excepción. En seguida anunciaremos a los histogramas (SEP, 2022, pp. 61-62).

A continuación, se enlistan y describen de modo general las acciones realizadas del desarrollo del curso de DMREEM (SEP, 2022) por parte del profesor-investigador a lo largo del semestre, a saber:

- a) Se inicio el semestre con un instrumento de indagación de 7 preguntas abiertas. Aquí se pretendió recopilar información acerca de qué entendían por los términos material y recurso didáctico, material manipulativo, innovación, entre otros aspectos.
- b) Se les dio a conocer el Programa del curso de DMEREM (SEP, 2022) y los criterios de evaluación. Como parte de la evaluación se solicitó la elaboración y exposición de manera individual de 2 materiales didácticos y sus respectivos andamios cognitivos para la enseñanza de algún contenido matemático (aritmética, álgebra, geometría, etc.) considerando en el enfoque CPA. La presentación de los materiales solicitados se realizó en el aula después de cada jornada de prácticas docentes. Al final del semestre, se les solicitó una carpeta con el *producto final integrador*.
- c) Posterior a la aplicación del instrumento de indagación, se discutieron en el grupo las respuestas otorgadas por los docentes en formación, con el fin de que ellos identificaran las definiciones de lo que se les había preguntado en dicho instrumento.

- d) Se dieron a conocer a los estudiantes en formación los precursores de los materiales didácticos, así como las teorías más relevantes, entre ellos, las de Bruner (1960), Dienes (1978) y Skemp (1980).
- e) Se presentó a los estudiantes el método Singapur y se propició la reflexión acerca del método, haciendo referencia a que Singapur es uno de los países del mundo con primer lugar en matemáticas por cuarto año consecutivo, y uno de sus ejes principales es el uso de materiales didácticos, mediante la propuesta de Bruner (1960).
- f) Después de cada jornada de prácticas (dos en total) se solicitó que expusieran el andamio cognitivo y los materiales didácticos. El andamio cognitivo solicitaba que incluyeran la siguiente información:

- Indagación
 - Datos de la escuela.
 - Nivel educativo.
 - Indagación de conocimientos.
 - Indagación sociocultural.
- Problema identificado
 - ¿Cómo afecta a los estudiantes?
 - ¿Cuáles son las alternativas de solución del problema identificado?
 - ¿Qué puedo hacer al respecto?
- Plan de acción
 - Material didáctico manipulativo con o sin el uso de la tecnología.
 - Material didáctico basado en una propuesta ya hecha (dar los créditos, autor, libro, video, etc.)
 - Material didáctico innovador (que no se haya hecho antes, es autoría personal).
- Propuesta de innovación (material didáctico)
 - Describir las acciones a realizar.
 - Describir el material didáctico para revertir el problema identificado.

- ¿Qué tipo de materiales didácticos voy a utilizar para la práctica docente?
 - Mostrar el material o recurso didáctico para lograr el propósito esperado.
- g) Al final del semestre, se les pidió una carpeta como *producto final integrador*. Aquí se les solicitó que adjuntaran evidencias de todo lo realizado a lo largo del semestre, así como un instrumento de coevaluación con preguntas abiertas.

Preguntas y objetivos de investigación

Las preguntas y objetivos planteados fueron:

- ¿Qué materiales y recursos didácticos utilizan para sus prácticas los docentes en formación de 4º semestre al cursar la asignatura de DMREEM?
- ¿De qué manera favorece el uso de materiales y recursos didácticos a los docentes en formación, al realizar sus prácticas escolares con estudiantes de nivel secundaria?
- Identificar en los estudiantes de 4º semestre qué materiales y recursos didácticos utilizan, con o sin el uso de la tecnología, en sus prácticas escolares.
- Identificar en los docentes en formación de qué manera favorece en ellos su práctica docente al utilizar o no los materiales y recursos didácticos, y cómo beneficia el uso de éstos en la comprensión de sus estudiantes de nivel secundaria.

Perspectiva teórica referencial

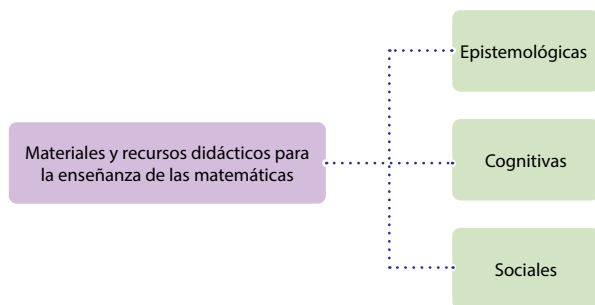
Aquí se decidió utilizar el término de *perspectiva teórica referencial*, en lugar de marco teórico, por diversas cogniciones. En primera instancia porque la perspectiva teórica amplía la visión de las teorías considerándola de *modo holístico*, y porque permite considerar, al mismo tiempo, varias

teorías que convergen en un sólo punto (Martínez, 2006), no obstante, el término “marco teórico”, refiere el mismo autor, indica “enmarcar” o delimitar la búsqueda del investigador, lo cual dista de lo que aquí se investigó. Para Martínez (2006):

En una investigación cualitativa, este “marco” (así, entre comillas) no debe “enmarcar” (delimitar) la búsqueda del investigador, pues sólo es “referencial”, es decir, sólo tiene por finalidad exponer lo que se ha hecho hasta el momento para esclarecer el fenómeno objeto de la investigación. Debe referir las principales investigaciones sobre el área o áreas cercanas: autores, enfoques y métodos empleados, conclusiones e interpretaciones teóricas a que llegaron y otros elementos de importancia [Martínez, 2006, p. 129].

En este documento, interesaron elementos de carácter teórico y de método, por lo tanto, la perspectiva teórica referencial, utilizada en esta investigación estuvo orientada en tres perspectivas de carácter: *epistemológica, cognitiva y social*.

Figura 7. *Perspectiva teórica utilizada en la investigación*



Fuente: elaboración propia.

Esta figura permite visualizar la interrelación de las perspectivas que se utilizaron en el desarrollo de la presente investigación.

Perspectiva epistemológica

El uso de esta perspectiva tuvo una participación importante, principalmente por el tipo de conocimientos y nociones que tenían los docentes en formación al inicio del semestre, pues para ellos era indistinto utilizar el término material y/o recurso didáctico. De igual manera, daban poca importancia al uso de materiales didácticos al realizar sus prácticas escolares. En el mejor de los casos, cuando hacían uso de materiales didácticos, sólo se limitaban a hacer uso de ellos, sin llegar a las representaciones que propone Bruner (1960) bajo el enfoque CPA. Para lograr la transición de una etapa a otra, era necesario el uso de materiales didácticos, pero se requería indagar sobre los contenidos que tenían que desarrollar con sus estudiantes de secundaria, para ello, se utilizó el *andamio cognitivo* como instrumento de indagación tanto de conocimientos como socioculturales.

Perspectiva cognitiva

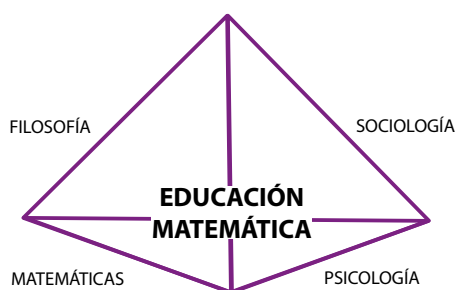
La *perspectiva cognitiva* interesó en esta investigación, por lo que ocurre al *interior* y *exterior* del pensamiento de los docentes en formación, pues es casi imposible pensar que ellos están pensando, nadie más lo sabe, más que ellos mismos (Frawley, 1999). A este respecto, las conclusiones que se pudieran ofrecer en este trabajo *no son resultados de lo que realmente pasó por la mente de los docentes en formación, al momento de planificar las clases* (antes, durante y después), sino más bien, se obtuvieron evidencias que ellos mismos plasmaron en los planes de clases y en sus registros anecdóticos. En particular, aquí nos interesó recuperar lo que ellos escribieron en los registros anecdóticos de sus experiencias al realizar sus prácticas docentes y de su experiencia al cursar la asignatura de DMREEM (SEP, 2022).

Perspectiva social

Aquí nos referimos a las *matemáticas en la sociedad*. De modo particular, aquí nos interesa el contenido matemático que los docentes en formación enseñaron a sus estudiantes de secundaria con la ayuda de materiales didácticos. La matemática hoy en día cobra sentido en cada una de las activi-

dades que realiza el hombre y aún más si ésta tiene una utilidad práctica en un contexto situado. En este caso nos referiremos a la *Educación Matemática Crítica* desde el punto de vista de Higginson (1980), quien propone un modelo tetraédrico y considera que está conformada por cuatro disciplinas: *matemáticas, psicología, sociología y filosofía*. Estas distintas dimensiones de la *educación matemática* asumen las preguntas básicas que plantean: *qué enseñar* (matemáticas); *por qué* (filosofía); *a quién y dónde* (sociología); *cuándo y cómo* (psicología).

Figura 8. Modelo tetraédrico propuesto por Higginson (1980)



Fuente: <https://es.slideshare.net/slideshow/teoras-de-enseanza-aprendizaje-de-la-educacin-matemtica/49202381>

Esta figura permite identificar en cada vértice del tetraedro las disciplinas alrededor de la educación matemática.

Criterios de análisis

Los criterios de análisis utilizados en este trabajo derivaron de la perspectiva teórica utilizada en esta investigación. Tal como se presenta en la tabla 3.

Tabla 3. *Criterios de análisis*

Epistemológico	Cognitivo	Social
• Andamio cognitivo – Material didáctico, con o sin uso de la tecnología • Representación: – Concreta – Gráfica – Abstracta	• Registros anecdóticos	• Contenido matemático

Nota: Esta tabla presenta un resumen de los elementos que incluyó cada criterio de análisis para analizar la información recabada en esta investigación.

Fuente: elaboración propia.

Resultados

Derivado del trabajo realizado a lo largo del semestre, se logró que entre los Grupos A y B, elaboraran 70 materiales didácticos, lo cual implica una gran cantidad de información considerando los criterios de análisis aquí expuestos. Es por ello que en este apartado sólo se expondrá a modo de evidencia un sólo ejemplo. Con esta aclaración, se procederá a exponer los resultados siguiendo el orden de acuerdo con los criterios de análisis: epistemológico, cognitivo y social.

Resultados de acuerdo con los aspectos epistemológicos

A continuación, se exponen evidencias del andamio cognitivo utilizado por parte de la docente en formación, así como del uso de materiales didácticos mediante el enfoque CPA.

Figura 9. Andamio cognitivo



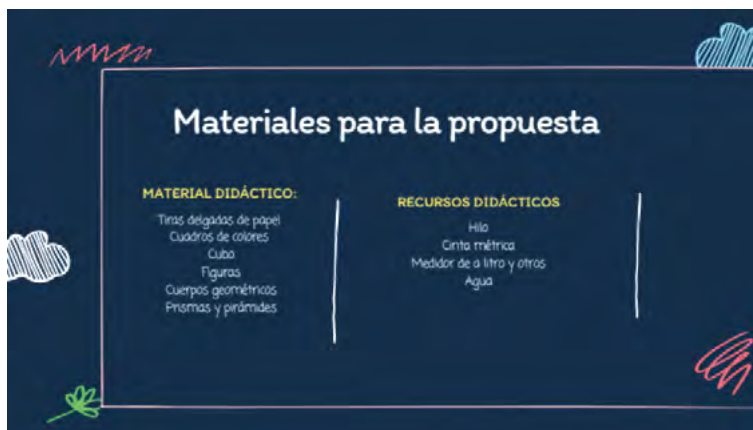
Fuente: H. Joaquín, comunicación personal, 28 de junio de 2024.

Figura 9. Continuación



Fuente: H. Joaquín, comunicación personal, 28 de junio de 2024.

Figura 9. Continuación



Fuente: Fuente: H. Joaquín, comunicación personal, 28 de junio de 2024.

Joaquín Soriano Hayee Tamara • 4a



Joaquín Soriano Hayee Tamara • 4a



Explicación de perímetro, área y volumen con la unidad básica de cm.



Medida del dm^3 en cm^3 y su equivalencia con el litro, y este último a mililitros.



Joaquín Soriano Hayee Tamara • 4a

Equivalencia de cm^3 a mililitros



Del pda: Los alumnos investigaron, y en clase se explicó cómo se calcula el volumen de prismas y pirámides, haciendo énfasis en la relación entre sus fórmulas, ya que el volumen de la pirámide es la tercera parte del prisma de igual base y medidas.

Cada estudiante eligió un prisma y pirámide (de la misma forma de base), con una cinta métrica y/o regla tomó las medidas correspondientes para calcular el volumen de cada uno (parte concreta).

Después hicieron su representación en una papel y el cálculo de volumen de cada uno en cm^3 y su equivalencia a mililitros (ello formó parte de lo pictórico y la parte abstracta), para comprobar los resultados cada alumno midió la cantidad de agua en mililitros que cabía en los cuerpos que le tocaron, y con ello también se verificó en concreto que la pirámide de las mismas medidas es la tercera parte del volumen del prisma.



Fuente: H. Joaquín, comunicación personal, 28 de junio de 2024.

A lo largo de la exposición de la figura 4 se identifica de manera detallada todo el proceso seguido por la docente en formación de cuarto semestre del Grupo A. En el andamio cognitivo presentado, se hace alusión a que se utilizaron materiales didácticos manipulativos sin uso de la tecnología. También se describen en la propuesta pedagógica bajo el enfoque CPA cada una de las fases. En la Fase Concreta se utilizaron figuras planas de papel y cuerpos geométricos (prismas y pirámides) de plástico, unidades de plástico de base 10, cinta métrica, botella con agua de 500 ml., recipientes de plástico

graduados, prismas y pirámides de plástico transparentes, todo esto con la finalidad de comprobar y lograr la comprensión de las unidades de medida al calcular perímetros, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos. Cabe precisar, que en la secuencia de las evidencias presentadas en el andamio cognitivo quedaron fuera muchos detalles que la estudiante dio a conocer al momento de exponer sus materiales didácticos, pues lamentablemente, no se videograbó la exposición, la cual hubiera sido de suma importancia por la explicación misma que la alumna hizo, así como todos los detalles que escaparon y no pueden ser resumidos en una imagen, pues como refiere Eisner (1998) a veces las palabras dicen más que una simple imagen y viceversa. Sin duda alguna, el no haber videograbado fue una limitante en este trabajo de investigación.

Resultados de acuerdo con los aspectos cognitivos

Aquí se presentan las respuestas que otorgó la docente en formación, sobre el cuestionario de coevaluación que se les planteó al finalizar el curso de DMREEM (SEP, 2022).

La figura 5 permite identificar en la docente en formación los logros adquiridos, experiencias, refuerzo de conocimientos, y ella expresa que el uso de materiales didácticos, sin duda alguna, ayuda tanto a la práctica docente como a la comprensión de sus estudiantes.

Resultados de acuerdo con los aspectos sociales

Con relación a los aspectos sociales, tal como lo refiere el andamio cognitivo (ver figura 4), los *contenidos matemáticos* estudiados con el uso de materiales didácticos fue: *medición y cálculo en diferentes contextos*, y el tema específico fue el de *cálculo de volúmenes de prismas, pirámides y cilindros*. Esto se llevó a cabo con 11 estudiantes de tercer grado de secundaria. De acuerdo con la información del andamio cognitivo, se identificó que los estudiantes referidos manifestaron diversos problemas del contexto escolar y, con relación a la indagación de conocimientos, se identificó que tenían dificultades en operaciones básicas de la aritmética, en conceptos básicos de geometría (perímetro, área y volumen), no diferenciaban

entre lo que es una figura geométrica y un cuerpo geométrico (primas, pirámides y cilindros), así como manifestaron no reconocer unidades para medir el perímetro, área y volumen. También se identificó dificultades por parte de los alumnos de secundaria al sustituir en las fórmulas geométricas, y jerarquía de operaciones. Dificultades para comprender que es el volumen de un cuerpo geométrico.

Figura 10. Coevaluación de cierre semestral

SEP
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

Asesoría Educativa Federal en la Unidad de Servicio
Dirección General de Educación Secundaria y Educación de Maestría
Escuela Normal Superior de México
Toluca, Estado de México
Coordinación de Matemáticas

Diseño de Materiales y Recursos Educativos para la Enseñanza de las Matemáticas
Ciclo Escolar: 2023-2024

COEVALUACIÓN DE CIERRE SEMESTRAL

Nombre del alumno (a): **Jarquín Soriano Haydee Tamara**
Fecha: **28 de junio de 2024** Semestre y Grupo: **4A** N.L. **6**
Elaboró: **Dr. Orlando Vázquez Pérez**

INSTRUCCIONES: CONTESTA CON HONESTIDAD CADA UNA DE LAS PREGUNTAS.

1) ¿Cómo favoreció en tu formación docente el curso-taller: Diseño de Materiales y Recursos Didácticos para la Enseñanza de las Matemáticas?
Esta asignatura favoreció mi formación docente al proporcionarme herramientas prácticas y teóricas para diseñar materiales didácticos efectivos. La propuesta pedagógica de Bruner, que enfatiza la transición desde lo concreto hasta lo abstracto, me ayudó a comprender mejor algo que había hecho antes en otras prácticas y de la cual desconocía la teoría. También me brindó conocimientos para saber cómo guiar a los estudiantes a través de diferentes niveles de comprensión con ayuda de materiales. Aprendí a desarrollar materiales que no solo facilitan la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también motivan a los estudiantes a explorar y entender por sí mismos más acerca de las matemáticas, considerando la diversidad y el hecho de ser inclusivo con todos.

2) ¿Se cumplieron tus expectativas de este curso-taller? Si/No. ¿Por qué?
Sí, se cumplieron mis expectativas. Esperaba conocer cómo diseñar y utilizar materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas y eso es exactamente lo que obtuve. Las lecturas, videos y actividades me permitieron comprender y reflexionar mejor acerca de los contenidos de la materia, lo cual me lleva a poder aplicar lo aprendido en el diseño

As. Mariana Salazar Del Rio | CoE. Edmundo Elías Rodríguez | CoE. Ana Amador | CoE. J. J. Delgado
Tel. +52 (55) 5344 5194 | Cel. +52 (55) 5152 1139
www.sep.mx | e-mail: sema@sep.mx

Fuente: H. Joaquín, comunicación personal, 28 de junio de 2024.

Figura 10. Continuación

y uso de materiales en el diseño de una secuencia didáctica para el desarrollo de un proceso de aprendizaje acorde a la Nueva Escuela Mexicana.

3) ¿Qué propone para mejorar este curso-taller?

Creo estaría muy bien incluir el diseño de materiales para abordar temas de matemáticas a nivel preparatorio, quizás más adelante en otra materia lo veamos, no lo sé. Algo más que estaría muy bien, es que se pudiera trabajar un poco más con tecnología, poder ver videos y otros materiales donde se incorporen herramientas digitales que puedan complementar la parte concreta, pictórica y abstracta en el desarrollo de un tema. Finalmente quizás haber visto las presentaciones del otro grupo que llevaba la asignatura hubiera sido muy interesante y enriquecedor ya que ambos grupos hicimos o trabajamos con materiales para la enseñanza de las matemáticas.

4) ¿Qué aprendiste de la participación de tus compañeros al exponer sus materiales didácticos?

Aprendí muchas cosas nuevas, desde formas diferentes de abordar un mismo tema a diversos materiales e ideas para trabajar en un futuro. Cada uno brindó una perspectiva personal, hubo creatividad y diversidad en el diseño y uso de materiales, lo que me mostró una variedad de enfoques y técnicas que no había considerado antes. Observé cómo diferentes materiales podían abordar el mismo tema desde ángulos distintos, lo que me hizo reflexionar sobre la flexibilidad y grandes posibilidades que hay al enseñar. Escuchar experiencias en el caso de quienes aplicaron o usaron sus materiales en las jornadas de prácticas o en otros momentos fue algo interesante, rescato de las intervenciones que es muy importante iniciar por la etapa concreta ya que de esa forma hay mayor comprensión por parte de los alumnos. La participación de los demás me permitió enriquecer aprendizajes y me inspiró para poder aplicar nuevas ideas y mejoras en futuras jornadas de prácticas.

Página 2 de 2

Fuente: H. Joaquín, comunicación personal, 28 de junio de 2024.

A modo de conclusiones

Aquí se darán las respuestas a las preguntas de investigación:

¿Qué materiales y recursos didácticos utilizan para sus prácticas los docentes en formación de 4º semestre, al cursar la asignatura de DMREEM?

De modo general podemos argumentar lo siguiente:

- Los docentes en formación recurrieron al uso de materiales didácticos manipulativos, en su mayoría sin el uso de la tecnología; pocos hicieron uso de ella. Cabe precisar que algunos argumentaron que no hicieron uso de la tecnología porque en las escuelas secundarias de la CDMX (Ciudad de México) no se cuenta con internet, o bien no tienen habilitados salas de usos múltiples con computadoras.
- Utilizaron materiales didácticos de acuerdo con los contenidos matemáticos que tenían que enseñar a sus alumnos de secundaria.
- Utilizaron materiales didácticos elaborados por ellos mismos con papel, cartón, plástico, madera, fomi, tapas de cartón de huevo, etc.
- Algunos elaboraron sus propios materiales con base en las ideas que tuvieron al revisar canales de YouTube, y otros compraron sus materiales en plataformas de ventas.
- Utilizaron diversos materiales como balanzas, tarjetas, dominós, dados, fichas, etc.
- Algunos estudiantes utilizaron plantillas de tarjetas que bajaron de internet.
- La minoría de los estudiantes no utilizó materiales didácticos durante sus prácticas.

¿De qué manera favorece el uso de materiales y recursos didácticos a los docentes en formación, al realizar sus prácticas escolares con estudiantes de nivel secundaria?

Respecto a esta pregunta podemos argumentar:

- El uso de materiales didácticos manipulativos les facilitó su práctica docente, principalmente porque propicia la comprensión de los contenidos matemáticos en sus estudiantes de secundaria.
- La falta de materiales hace que las clases sean menos comprensivas para sus estudiantes; así lo refirieron los que no utilizaron materiales didácticos.
- El uso de materiales didácticos permitió a sus estudiantes transitar de un lenguaje informal a un lenguaje formal de las matemáticas.

- Favorece el interés de participación los estudiantes de secundaria.
- Los estudiantes en formación, al finalizar el semestre, refirieron que los materiales didácticos les favorecieron en sus prácticas docentes y que es importante el uso de ellos para lograr una mejor comprensión en los estudiantes al enseñarles ciertos contenidos matemáticos.

Alcances, limitaciones y propuestas

Algunos alcances, limitaciones y propuestas derivados este estudio son:

Alcances

Se lograron varios aspectos relevantes, entre ellos:

- A los docentes en formación se les dieron a conocer, mediante exposición de presentaciones, videos de canales de YouTube y presentación de materiales concretos, distintos materiales didácticos con o sin el uso de la tecnología, no obstante, la mayoría de los alumnos recurrieron al uso de materiales didácticos sin el uso de la tecnología.
- Se consiguió que por cada estudiante se elaboraran dos materiales didácticos, dando como resultado 70 materiales en total.
- Se logró que los docentes en formación utilizaran materiales didácticos en sus prácticas escolares, mediante el enfoque CPA propuesto por Bruner (1960).
- Se alcanzó que los estudiantes utilizaran el andamio cognitivo como instrumento para recopilar información, para de esta manera planificar mejor sus clases y elegir el material didáctico idóneo para sus prácticas docentes.
- Se ganó que los docentes en formación comprendieran la importancia de utilizar materiales y recursos didácticos manipulables, para hacer más comprensibles los contenidos a enseñar durante sus prácticas profesionales.

- Se obtuvo que los estudiantes describieran sus prácticas docentes a modo de registros anecdóticos y compartieran sus experiencias con sus compañeros de clases.

Limitantes

Entre las limitantes más notables podemos señalar las siguientes:

- Faltó tiempo para socializar tanto los materiales didácticos utilizados por los docentes en formación como los productos finales integradores ante la comunidad escolar de la ENSM.
- No se logró videogravar y tomar fotografías a los docentes en formación cuando expusieron sus andamios cognitivos y sus materiales didácticos.
- Los docentes en formación no propusieron materiales didácticos innovadores.
- Una limitante en este curso fue que no se llevó a cabo que los dos grupos socializaran sus materiales didácticos.
- No se propusieron materiales didácticos para el nivel medio superior.
- Faltó proponer a los docentes en formación materiales didácticos con el uso de la tecnología.

Propuestas

Aquí se presentan algunas sugerencias a nivel nacional:

- Se propone que en todas las escuelas formadoras de docentes se lleve por lo menos un curso, desde los primeros semestres, de materiales y recursos didácticos para la enseñanza de todas las asignaturas.
- Se sugiere que se utilicen materiales y recursos didácticos con o sin el uso de la tecnología.
- Se plantea que el uso de materiales didácticos manipulativos se lleve a cabo mediante las representaciones del enfoque de CPA propuesto por Bruner (1960).

Referencias

- Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M. D. y Rodríguez, M. A. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. Ediciones UNGS.
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación Matemática desde una perspectiva cultural*. Ediciones Paidós.
- Carretero, R., Coriat, M. y Nieto, P. (1995). *Secuenciación, Organización de Contenidos y Actividades de Aula*. En Junta de Andalucía (ed.). *Materiales Curriculares. Educación Secundaria*. Vol. 17. Área de Matemáticas, pp. 65-173.
- Carvalho, M. (2008). *Investigación cualitativa en educación matemática*. Limusa.
- Chevallard, I. (1998). *Estudiar Matemáticas. El Eslabón Perdido entre Enseñanza y Aprendizaje*. Biblioteca para la actualización del maestro.
- Dienes, Z. P. (1978). *La matemática moderna en la enseñanza primaria*. Teide.
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. Ediciones Paidós.
- Flores, P.; Lupiáñez, J. L.; Berenguer, L.; Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. http://funes.uniandes.edu.co/1946/1/libro_MATREC_2011.pdf
- Higginson, W. (1980). *On the foundations of mathematics education. For the Learning of Mathematics*. Vol. 1, n.2. pp. 3-7.
- Martínez, M. (2006). *La investigación cualitativa. Síntesis conceptual*. Revista Investigación en Psicología. UNMSM. Vol. 9 (1), pp.123-146.
- Perkins, D. (2000). *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a educación de la mente*. SEP/Gedisa.
- SEP (2018). *Plan y Programas de Estudio de la Licenciatura en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria*. Quinto semestre. Innovación para la docencia.
- SEP (2022). *Plan y Programas de Estudio de la Licenciatura en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas*. Primer semestre. Diseño de materiales y recursos educativos para la enseñanza de las matemáticas.
- Skemp, R. R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Morata.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Una empresa docente/Universidad de los Andes.
- Zapatera, A. (2020). *El método singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje*. International Journal of Developmental and Educational Psychology INFAD Revista de Psicología, N°2, 2020. ISSN: 0214-9877. pp. 263-274. https://repositorioinstitucional.ceu.es/bitstream/10637/12843/1/Metodo_Zapatera_INFAD_2020.pdf