

12. Uso de material concreto para la heurística en la resolución de problemas en alumnos de 4° grado

VALENTINA BARRÓN ARRIAGA*

<https://doi.org/10.52501/cc.309.12>

Resumen

El aprendizaje de las matemáticas, es considerado como uno de los más difíciles por el razonamiento y análisis que implica para su resolución, sin embargo, cada individuo posee la habilidad y conocimiento vivencial para resolver situaciones de manera permanente, algunas con mayor grado de dificultad que otras. El aprendizaje formal de las matemáticas parte desde los conceptos básicos del lenguaje matemático, en donde el educando asimila los elementos y significado de las operaciones básicas es decir, la aritmética, siendo la base para la resolución de problemas matemáticos en diferentes niveles de formación académica. Es aquí, en donde los alumnos identifican las matemáticas como una asignatura difícil, compleja y aburrida, debido al uso de números, generando disgusto y frustración en el momento que se requiere del análisis y razonamiento para resolver un ejercicio, debido a que las matemáticas son consideradas una ciencia exacta, son sistemáticas para su uso y aplicación, todo lo que nos rodea es medible. En esta investigación se abordará la heurística como la habilidad para resolver problemas a partir de una serie de análisis y reflexión que genere en el educando un panorama con diferentes posibilidades de resolución, potenciando su pen-

* Maestra en Educación Básica. Docente frente a grupo con alumnos de primer grado. ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-9999-3664>

samiento crítico, la creatividad y habilidad de cálculo mental. Se presenta el diagnóstico del eje problematizador, la descripción del contexto geográfico, institucional y pedagógico, a partir de la aplicación de instrumentos que dan sustento a la necesidad de esta investigación, así como los objetivos generales y específicos, la pregunta de investigación y la hipótesis de acción se abordará el marco teórico y conceptual, es decir la heurística, el material concreto, la aritmética y la resolución de problemas. Actualmente los procesos de enseñanza y de aprendizaje reflejan la necesidad de implementar estrategias docentes, que tengan impacto en el alumno para adquirir los conocimientos permanentes para su aplicación en las situaciones de la vida cotidiana, en este proceso se requiere identificar y diagnosticar las necesidades de aprendizaje del alumno para fortalecer sus áreas de oportunidad.

Palabras clave: *Heurística, material concreto, aritmética, resolución de problemas.*

Introducción

La heurística, entendida como un conjunto de estrategias y métodos que facilitan la resolución de problemas, se ha convertido en una herramienta fundamental en el ámbito educativo, especialmente en la enseñanza y aprendizaje de la aritmética. En un mundo donde las habilidades matemáticas son esenciales, el desarrollo de la heurística no sólo permite a los estudiantes abordar problemas aritméticos de manera más efectiva, sino que también fomenta un enfoque creativo y crítico hacia las matemáticas. La utilización de material concreto en este proceso enriqueció el aprendizaje, permitiéndoles no sólo resolver problemas, sino también comprender los conceptos subyacentes que los sustentan.

El uso de material concreto, ofreció a los estudiantes una representación tangible de los números y las operaciones aritméticas; este enfoque multisensorial ayudó a que pudieran visualizar problemas abstractos, lo que resultó en una comprensión más profunda de las relaciones numéricas y de las operaciones básicas, la manipulación de estos materiales proporcionó a los educandos la oportunidad de experimentar directamente con las mate-

máticas, lo que les permitió explorar diferentes estrategias de resolución y descubrir qué métodos son más efectivos en contextos específicos.

Además, el desarrollo de la heurística en la resolución de problemas de aritmética mediante material concreto promovió la autonomía en el aprendizaje, los estudiantes se vieron motivados a investigar por sí mismos, proponiendo distintas estrategias y evaluaron la eficacia de cada una de ellas, fomentando así su pensamiento crítico, este proceso no sólo mejoró su capacidad para resolver problemas aritméticos, sino que también les brindó herramientas que podrán aplicar en situaciones futuras tanto en el ámbito académico como en su vida cotidiana.

La importancia del desarrollo heurístico no se limitó al mero acto de resolver problemas, se extendió a la formación de una mentalidad matemática robusta y flexible; al involucrarse los estudiantes en el uso de material concreto, se promovió un ambiente de aprendizaje colaborativo donde se compartieron conocimientos y se discutieron distintas formas de abordar un mismo problema, esto no sólo enriqueció la experiencia de aprendizaje individual, sino que también fortalece la comunidad educativa, creando una cultura de apoyo mutuo y colectivo.

Finalmente, la heurística, acompañada del uso de material concreto, se erigió como un pilar fundamental en la enseñanza de la aritmética, preparando a los estudiantes no sólo para enfrentar desafíos matemáticos, sino también para desarrollar competencias que les serán útiles a lo largo de su vida, en un contexto educativo que cada vez responde más a las necesidades de un mundo en constante cambio, la integración de estos enfoques es clave para formar individuos capaces de adaptarse y prosperar, híbridos entre la teoría y la práctica, entre el conocimiento y la aplicación, por lo tanto, el desarrollo de la heurística a través del material concreto no sólo fue pertinente, sino esencial en la educación matemática contemporánea.

Desarrollo

Actualmente, los procesos de enseñanza y de aprendizaje reflejan la necesidad de implementar estrategias docentes, que tengan impacto en el alumno para adquirir los conocimientos permanentes para su aplicación en las

situaciones de la vida cotidiana, en este proceso se diagnosticaron las necesidades de aprendizaje del alumno para fortalecer sus áreas de oportunidad. Para identificar la problemática se realizó un diagnóstico, “el cual es un proceso general de identificación y valoración de las necesidades que presenta un sujeto en un contexto dado” (De la Orden, 1969, p. 125).

El docente, cuando aplico el diagnóstico pedagógico, se preguntó: ¿Por qué no aprende el niño? ¿Cuál es la causa de la dificultad? ¿Qué medidas tomar para atenuar la dificultad? Esta reflexión le facilitará reconocer las necesidades del alumno. Buisan, Ballesteros y Anaya (1997) mencionan que la formulación de interrogantes y la fijación del tipo de actuación siempre ha de tener presente su objetivo, que es mejorar la situación que se presenta por otra mejor o más deseable, ya sea a través de programas de prevención o programas de intervención. Se menciona a continuación la secuencia de trabajo que se realizó para sustentar la metodología de diagnóstico:

1. *Demanda del diagnóstico*: la necesidad de este diagnóstico surgió a partir de la observación que el investigador identificó en su práctica docente, visualizando poca habilidad en la resolución de problemas en su grupo de alumnos de 4° grado.
2. *Recogida inicial de información*: los resultados obtenidos del Sistema de Alerta Temprana (SISAT), examen diagnóstico de la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (MEJOREDU), el instrumento aplicado de elaboración propia y una guía de observación, se identificó dificultad en la resolución de problemas.
3. *Formulación de hipótesis*: se detectó que el grupo tiene bajo aprovechamiento en la asignatura de matemáticas, específicamente en aritmética y en la resolución de problemas.
4. *Validación de hipótesis*: de acuerdo al análisis desglosado de los resultados de la prueba de elaboración propia, resultados de prueba SISAT y MEJOREDU, se identificó bajo nivel de logro de los aprendizajes esperados fundamentales del ciclo anterior en los alumnos de 4° grado.
5. *Dictamen de resultados*: se identificó el eje problematizador a favorecer en una propuesta de intervención para la mejora de los aprendizajes y habilidad para la resolución de problemas en la aplicación de la aritmética.

El grupo de 4° grado tuvo las características generales de contar con una matrícula de 28 alumnos, 14 niñas y 14 niños, entre 9-10 años de edad. Se aplicó el test de estilos de aprendizaje de Blander (1982), identificando que predomina en el grupo el kinestésico-visual. Para identificar cuáles fueron los niveles de logro de los aprendizajes esperados en los alumnos de 4° grado de primaria, se retomó a Piaget (1998) con los estadios de desarrollo del niño en el momento de operaciones concretas que abarca de los 7 a 12 años; en donde comienzan a usar la lógica para llegar a conclusiones válidas, para esto es necesario generar situaciones reales directas y no abstractas.

Por otra parte, cabe mencionar a Ausubel (1983) en su teoría de aprendizaje significativo en donde destacó que el alumno debe construir conocimiento a partir de su propio descubrimiento, considerando sus saberes previos con los nuevos para crear su propio concepto nuevo del evento, en donde el aprendizaje es significativo porque es un conocimiento a largo plazo, se debe mantener motivado para generar curiosidad de seguir investigando.

Vinculando lo anterior con el Plan y Programa de Estudio 2011 se reflejó en las competencias para la vida, específicamente la de aprendizajes permanentes direccionados a la asignatura de matemáticas, los cuales son saberes que se adquieren de forma continua retomando los saberes previos y reforzando con los nuevos, reflejados en el campo de formación académica del Modelo Educativo 2017 Aprendizajes Clave, en donde el enfoque competencial se favorece de forma gradual, creando un espiral de conocimientos significativo.

Considerando los aprendizajes esperados fundamentales de Plan y Programa 2011 en el Marco Común de Aprendizajes Fundamentales de tercer grado en el instrumento de elaboración propia, los resultados de prueba SISAT en el área de cálculo mental y MEJOREDU en la asignatura de matemáticas, se identificó como problemática prioritaria trabajar en el fortalecimiento de la asignatura de matemáticas, para que continúen desarrollando su formación académica.

En la resolución de problemas, a partir de los aprendizajes esperados fundamentales del Marco Común de Aprendizajes Fundamentales (MCAF) de tercer grado del Plan y Programas 2011, se realizó el análisis de los ítems retomados del Libro de Texto Gratuito de Matemáticas (Desafíos matemá-

ticos) de 4°, de las secuencias de diagnóstico para identificar los saberes previos de los alumnos.

Los resultados del instrumento aplicado para dar sustento a la problemática reflejar que partiendo del concepto del número y lenguaje matemático, en los ítems 1, 2 y 3 el 48% del total de 28 alumnos no escribieron la notación desarrollada de las cifras. En los ítems 4, 5, 6, 7 y 8 el 41% de los alumnos no comprendieron la instrucción al acomodar las cifras de menor a mayor; en los ítems 9 y 10 el 67% de los estudiantes se confundieron con el paréntesis y no supieron contestar el ejercicio. En el ítem 11 el 90% de los alumnos no lograron el razonamiento y análisis del problema, al no asimilar la palabra descuento como una resta.

En el ítem 12 sólo el 3% de los alumnos asimiló las cifras que se deben dividir. En el ítem 13 únicamente el 3% de los alumnos identificó que debía resolver tres multiplicaciones y sumar sus productos; en el ítem 14 el 0% de alumnos, es decir, ninguno identificó que debía resolver tres multiplicaciones, ya que otros datos estaban de sobra, finalmente en el ítem 15 el 97% de los alumnos no logró resolver de manera mental la multiplicación y división del problema.

El segundo instrumento en que se sustentó el eje problematizador, son los resultados de la prueba de evaluación diagnóstica MEJOREDU aplicada al inicio del ciclo escolar 2022-2023, la asistencia regular y de grupo completo permitió aplicar la prueba de manera directa, bajo observación y tiempo de resolución a los alumnos de 4° grado, esta vez el instrumento reflejó resultados más confiables que permitieron visualizar las áreas de oportunidad de los alumnos. De acuerdo a los resultados el nivel de los saberes previos de los alumnos, respecto a los aprendizajes esperados del ciclo pasado, reflejó que la matrícula actual del grupo de 4° grado sólo el 46.7% de los 28 alumnos tienen conocimiento y aplicación del sentido numérico y pensamiento algebraico.

Es decir, que se requiere reforzar el eje de número, álgebra y variación de acuerdo a Plan y Programa 2011. El tercer instrumento en donde se identificó la problemática; son los resultados de prueba SISAT, de acuerdo a la rúbrica de evaluación, en cálculo mental el grupo de 4° tiene un resultado de 60% de alumnos en el indicador de “requiere apoyo”; el 30% en desarrollo y 10% en nivel esperado, es decir, falta fortalecer la habilidad de cálculo mental para la resolución de problemas.

La comparación de los resultados del primer momento de evaluación diagnóstica MEJOREDU, con resultado del 47.6% en el eje de número, álgebra y variación; la prueba SISAT con el 60% de alumnos en el indicador “requiere apoyo” y el examen diagnóstico de elaboración propia, en donde el aprovechamiento es bajo, no se logró la resolución de problemas que implicaban más de una operación para llegar al resultado.

Justificación de la investigación

La causa raíz de la problemática es la deficiencia de los saberes previos desde el concepto de número, el valor posicional, pasando por las secuencias, falta de identificación de signos y su representación como indicador de la operación a realizar. El vocabulario matemático en donde a la suma también se le llama adición y a la resta, sustracción, sus elementos, componentes, significado literal del concepto, el dominio de las tablas de multiplicar como una suma abreviada, la colocación de los números en operaciones con punto decimal, las partes de la división y sus diferentes posibles representaciones.

En la aritmética, la orientación como se presenta el algoritmo al alumno, en ocasiones es el factor que lo hace dudar y pone en conflicto ante un ejercicio que no identifica por la falta de análisis y razonamiento de los planteamientos. De manera que esta investigación es necesaria para proporcionar a los alumnos, las herramientas y estrategias que favorezcan la habilidad de pensamiento matemático, desde el cálculo mental hasta el análisis y razonamiento en la resolución de problemas de manera asertiva, direccionado hacia un aprendizaje significativo como una competencia para la vida y sus aplicaciones en los diferentes contextos en que se desenvuelve el alumno.

Árbol de problemas

Silva (2001) expone que “para hacer frente a un problema necesitará comprender qué lo causa y cuáles podrían ser sus efectos, consiste en una representación lineal, ofrece una visión holística, sistémica, permitiendo desglo-

sar pensamientos lógicos de lo general a lo particular” (p. 336). En la recolección de datos en la fase intensiva del diagnóstico se identificó la falta de habilidad matemática en los alumnos de 4° grado, que se sustenta en la exigencia educativa planteada en el Artículo 3°, los saberes previos, Plan y Programas 2011 en los aprendizajes esperados.

Se identificaron las problemáticas, tales como aprendizajes previos fallidos, falta de análisis en resolución de problemas, no asimilaban los conceptos numéricos y signos matemáticos, no asociaban las posibles soluciones con la vida cotidiana, se confundían cuando se les presentaba el ejercicio con otra estructura u orientación. El uso de estos materiales se direccionó a la comprensión de los educandos para un aprendizaje significativo, a partir de la práctica docente y la contextualización de los diferentes escenarios en que se desenvuelven, con situaciones reales de su vida cotidiana, en donde ellos mismos asimilaron la necesidad de saber tomar decisiones para resolver problemas de cualquier tipo.

Objetivo general

- Desarrollar la heurística para el razonamiento de la resolución de problemas a través del material concreto para su comprensión y logro de un aprendizaje significativo.

Objetivos específicos

- Usar material concreto para desarrollar la heurística en la resolución de problemas que impliquen el uso de la aritmética.
- Comprender el planteamiento de un problema matemático a partir de los datos que se le presentan conforme a los cinco pasos del modelo IDEAL.
- Analizar las operaciones aritméticas que debe resolver para obtener la respuesta.

De aquí surge la siguiente pregunta investigación:
¿Cómo favorecer el razonamiento para la resolución de problemas matemáticos en alumnos de 4° grado?

Hipótesis de acción

El material concreto influyó significativamente en la comprensión y resolución de problemas matemáticos, en el planteamiento de situaciones de la vida cotidiana, estimulando el pensamiento reflexivo para el análisis de la posible solución, por lo que el modelo IDEAL, desglosó los datos del problema de manera específica para su análisis, permitiendo a los estudiantes la asimilación de la información mediante la heurística para llegar al resultado.

Fuenlabrada (2005) respecto al enfoque para la enseñanza de la Aritmética, sostiene el postulado didáctico de ir de lo “sencillo a lo complejo”, que deberá plantearse en términos de las situaciones problemáticas mismas, de las relaciones entre los conceptos involucrados para la puesta en marcha de las soluciones, favoreciendo en todo momento, el tránsito de procedimientos, soluciones espontáneas no convencionales hacia otras de mayor complejidad y abstracción, hasta llegar a nociones, conceptos u operaciones aritméticas convencionales.

Chamorro (2005) respecto a la resolución de problemas en la educación básica como uno de los núcleos de la formación lógico-matemática, propone introducir al alumno de una forma espontánea para despertar su interés, es necesario que el maestro capte la idea de problema que pretende proponer, a través del análisis, comparación y selección de una serie de situaciones que permitan disociar la idea de problema de la idea de ejercicio.

Marco teórico pedagógico

Esta investigación planteó la necesidad de potenciar el análisis y razonamiento de la resolución de problemas, despertando el interés y motivación del alumno para generar sus propias estrategias, a través del uso de material

concreto, desarrollando su creatividad al diseñarlo, elaborarlo, manipularlo y encontrarle diferentes aplicaciones para llegar al resultado de la incógnita, del planteamiento de un problema que implique resolver operaciones aritméticas combinadas.

Conceptualización de la investigación

Entre los principales teóricos de la corriente constructivista y cognitivista destacaron las propuestas de Piaget (1973) con su teoría del desarrollo cognitivo, por la edad de los alumnos y la etapa cognoscitiva en que se encuentran; Vygotsky (1931) con su teoría sociocultural, de la zona de desarrollo próximo, Ausubel (1983) con su teoría del aprendizaje significativo, por la importancia de retomar los saberes previos y Bruner (1968) con su teoría del aprendizaje por descubrimiento, a partir de la heurística.

En relación con lo anterior Piaget (1973) en su libro de seis aportaciones de psicología, explica la teoría de los cuatro estadios del desarrollo cognitivo: sensoriomotor el recién nacido y el lactante de 0 a 2 años, preoperacional la primera infancia de 2 a 7 años, operaciones concretas la infancia de los 7 a los 11 años, operaciones formales a partir de los 12 años, es aquí en donde retomaremos el estadio llamado operaciones concretas.

En este sentido retomando a Ausubel (1983) destacó que los saberes previos son la base para adquirir un aprendizaje significativo una vez que el alumno interioriza el nuevo conocimiento, mencionó “si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un sólo principio, enunciaría este: “El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente” (p. 37), es aquí en donde la información nueva se complementa y amplía para generar la reflexión de su utilidad y aplicación.

En ese mismo contexto la teoría de Jerome Bruner (1968) sostiene que el descubrimiento consiste en reorganizar o transformar la experiencia, de manera que se pueda adquirir más consolidada, de manera hipotética y heurística antes que de manera expositiva. “El descubrimiento es un tipo de razonamiento inductivo, ya que los alumnos pasan de estudiar ejemplos específicos a formular reglas, conceptos y principios generales. Se conoce

también como aprendizaje basado en problemas, aprendizaje de indagación o aprendizaje de experiencia” (p. 40).

Vinculando las teorías anteriores, para que el alumno adquiriera un aprendizaje significativo dentro de los Planes y Programas de Estudio de Educación Básica 2011 y 2017, en su primer principio pedagógico colocaban al estudiante al centro del proceso educativo adecuando las estrategias de enseñanza de acuerdo a la etapa de desarrollo en que se encuentren los alumnos según Piaget (1975), también coinciden en generar ambientes de aprendizaje que se refiere a estimular la motivación intrínseca del alumno, aparecen las ideas de Bruner (1968) con el aprendizaje por descubrimiento.

La heurística es una disciplina de la actividad racional humana que puede tener dos acepciones: la primera, de carácter científicista, la describe como el método de indagación basado en la experiencia, con el objeto de explicar problemas específicos, concierne el uso de métodos inductivos racionales, en esta línea son significativos los aportes del filósofo y matemático húngaro Lakatos (1983):

La segunda de acuerdo al matemático Polya (1989) de origen húngaro, plantea reglas heurísticas que guían a la solución de problemas, a partir de cuatro etapas esenciales: entender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y por último analizar la solución, guiados por interrogantes que metódicamente conducen a la solución. En su obra, indicó que la heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas. Asimismo, señala que para acercarse al problema es conveniente poseer conocimientos previos y desarrollar situaciones similares [p. 102].

Partiendo de las características del proceso de solución de problemas, el cual va dirigido a revelar las relaciones necesarias para hallar la vía de solución a partir del contenido del enunciado, se logra mediante la comprensión del mismo; también el concepto de comprensión de problemas matemáticos permite lograr unidad entre los procesos reflexivos, analíticos, heurísticos y de razonamiento para la solución de problemas.

La aritmética es aquella rama dentro de las matemáticas que se ocupa del estudio de los números y las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) que pueden realizarse con ellas, es utilizada para las tareas

cotidianas más elementales, por ejemplo contar, pero también en aquellos contextos que exigen la resolución de cálculos científicos más complejos. Fernández (1979), señalan que “las operaciones aritméticas es el arte o capacidad de contar y realizar operaciones con los números” (p. 52), en su aprendizaje entran en juego una serie de funciones que lo hacen muy complejo, tales como: el desarrollo intelectual, la maduración de percepción del niño, el lenguaje y la simbolización.

Dificultades más frecuentes en el aprendizaje de las operaciones aritméticas, en el tercer nivel de educación primaria, son con frecuencia la falta de vocabulario matemático, ya que implica una asimilación de símbolos en ese puente de lo concreto a lo abstracto. Respecto a la suma, les cuesta mecanizar este proceso desde el valor posicional, su sinónimo de adición, su simbología, el aumentar, agregar, poner y aunque logran aprender el ejercicio, no ejercitan el cálculo mental, ya que necesitan apoyo de materiales para resolverla, lo que genera que se olvide con facilidad.

En la resta o sustracción, no tienen noción de reversibilidad, no comprenden del todo el quitar, aminorar, simplificar, no colocan de forma correcta las cantidades para realizar el ejercicio, además de que inician la resolución de ejercicio de izquierda a derecha. Respecto a la multiplicación al ser una suma abreviada, generalmente los alumnos entienden el procedimiento de resolución, pero la dificultad se refleja cuando no se saben las tablas de multiplicar al momento de su aplicación en la multiplicación; la división es el complemento de las anteriores, desde su simbología, el acomodo de las cifras, la separación de cifras conforme avanza la resolución, la aplicación de las tablas de multiplicar, el uso de la sustracción y el punto decimal cuando es necesario.

Marco legal educativo

En esta época de modernización, en medio de la globalización, surgió la necesidad de llegar a acuerdos internacionales para la formación académica de las nuevas generaciones, como la Declaración mundial sobre Educación para todos, realizada en Jomtien, Tailandia, en 1990; la educación encierra un tesoro de Jack Delors en 1996, la Organización de Estados Iberoame-

ricos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI), Foro Mundial sobre la Educación, Dakar en el 2000; Educación para todos en las Américas Marco de Acción Regional, Santo Domingo en el 2000; Incheon en el 2015; Agenda 2030, por mencionar algunos, en donde la calidad educativa tiene como objetivo el aprendizaje significativo para formar ciudadanos del mundo.

Las pruebas estandarizadas aplicadas por organismos internacionales permiten conocer los niveles de aprovechamiento de las matemáticas que existe en diferentes países, ubicándonos en un nivel de logro e identificando las áreas de oportunidad en las que se debe trabajar para la mejora del logro de los aprendizajes. PISA (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) define la competencia matemática como:

La capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Esta competencia le ayuda al individuo a reconocer la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias en su vida diaria como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo [p. 17].

Tiene como finalidad evaluar el conocimiento de los estudiantes en áreas de lectura, matemáticas y resolución de problemas. Se preocupa por la capacidad de los estudiantes de analizar, razonar y comunicarse efectivamente conforme se presenten, resuelvan e interpreten problemas en una variedad de contextos. (OCDE, 2008). La Secretaría de Educación Pública (SEP) en coordinación con el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) y las autoridades educativas de las entidades federativas, pusieron en operación el Plan Nacional.

La apreciación de la calidad educativa en México ha tenido como sustento los resultados obtenidos por pruebas estandarizadas como las que surgen del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA) o bien de forma local a través de la evaluación diagnóstica de 4° y 5° grados de educación primaria prueba PLANEA, que es una propuesta desarrollada por la Secretaría de Educación Pública (SEP) a través de la Dirección General de

Evaluación de Políticas (DGEP), que sustituyó a la prueba Enlace comentada en el Plan Nacional de Desarrollo.

En la aplicación realizada al inicio de ciclo escolar 2022-2023, de acuerdo a la rúbrica de evaluación en cálculo mental el grupo de 4° tiene un resultado de 60% de alumnos en el indicador de “requiere apoyo”, lo que refleja la necesidad de favorecer la habilidad de cálculo mental. Dicho lo anterior, la Ley General de Educación dice que: Artículo 3°. El Estado está obligado a prestar servicios educativos de calidad que garanticen el máximo logro de aprendizaje de los educandos, para que toda la población pueda cursar la educación preescolar, la primaria, la secundaria y la media superior (LGE, 2013).

Metodología de la investigación

A partir del diagnóstico, respecto al aprovechamiento que tuvieron los alumnos de 4° “A” de la escuela primaria en sus habilidades para la resolución de problemas con el uso de materiales concretos y la aplicación de la aritmética con algoritmos combinados. Elliot (1993) consideran a la investigación-acción como “un estudio de la situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma” (p. 26). Define las acciones humanas y situaciones de la práctica docente como la comprensión de las problemáticas detectadas, a partir del diagnóstico y comprenderlas a profundidad para una posible solución o mejora.

En el modelo de Elliot (1993) aparecen las siguientes fases:

- Identificación de una idea general. Descripción e interpretación del problema que hay que investigar.
- Exploración o planteamiento de las hipótesis de acción, como acciones que hay que realizar para cambiar la práctica.
- Construcción del plan de acción. Es el primer paso de la acción que abarca: la revisión del problema inicial y las acciones concretas requeridas; la visión de los medios para empezar la acción siguiente, y la planificación de los instrumentos para tener acceso a la información. Hay que prestar atención.

- La puesta en marcha del primer paso en la acción.
- La evaluación.
- La revisión del plan general (p. 38).

A partir de la propuesta de tres ciclos de aplicación para la fase de intervención, se planearon secuencias de trabajo direccionadas a los aprendizajes esperados de los contenidos de Plan y Programas 2011, para lo cual se implementó el modelo IDEAL a través de dinámicas lúdicas, desde la elaboración de materiales por el alumno y su aplicación para resolver problemas matemáticos en una intervención llamada “Creo, juego y resuelvo”. En la siguiente tabla comparativa se aprecia de manera más específica las diferencias de los pasos de ambos procesos.

Tabla 1. *Tabla comparativa entre el método Polya (1965) y el modelo IDEAL (1993)*

Método de los 4 pasos de Pólya (1965)	Modelo IDEAL de Bransford y Stein(1993)
1. Comprender el problema	I: Identificar el supuesto o problema
2. Concebir el plan	D: Definir el problema
3. Ejecución del plan	E: Estrategia o alternativa de solución
4. Verificar el resultado	A: Aplicar en función de la estrategia elegida
	L: Lograr los objetivos y evaluarlos

Nota: comparación entre el método de los cuatro pasos y su variante del modelo IDEAL en cinco pasos.

Fuente: elaboración propia.

El modelo inicia con la “I” de identificación de datos clave; segundo paso la “D”, induce al alumno a realizar un análisis más a profundidad y específico de los datos clave para definir la pregunta incógnita; el paso tres corresponde a la “E”, elegir las posibilidades de resolución; es decir, el tipo de operación a resolver, generando la comprensión del planteamiento llevándolo a un momento de razonamiento de una o más posibles soluciones del problema; el cuarto paso es la “A”, aplicar la solución que pensó; es decir, resolver los algoritmos que darán respuesta a la pregunta y, finalmente, el paso cinco, se refiere a la “L”, lograr obtener el resultado que dará respuesta a la pregunta o incógnita del problema y evaluar la efectividad de la estrategia elegida.

Universo, población y muestra

Vinculando a esta investigación, el universo con que se trabajó la fase de intervención corresponde a los alumnos de educación básica de primaria, tomando como muestra al grupo de 4° A, conformado por un total de 28 alumnos, 14 niñas y 14 niños, todos ellos entre una edad de 9 a 10 años. El criterio de selección se basó en los resultados obtenidos de las pruebas estandarizadas SISAT en cálculo mental, MEJOREDU y examen diagnóstico de elaboración propia, obteniendo resultados bajos en todos los instrumentos, reflejando la problemática y necesidad de fortalecer la asignatura de matemáticas, específicamente en la resolución de problemas

Plan de acción

Esta investigación se refirió al Plan de Acción de las estrategias y secuencias didácticas que se propusieron implementar para dar respuesta a la pregunta de investigación y la problemática identificada en el diagnóstico. Brousseau (1998) plantea, “las situaciones o secuencias didácticas como una forma para modelar el proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera tal que este proceso se visualiza como un juego para el cual el docente y el estudiante han definido o establecido reglas y acciones implícitas” (p. 125).

Para aplicar el plan de intervención se seguirá el modelo de Elliott (1993), consiste en tres fases:

1. Identificación de una idea general. Descripción e interpretación del problema que hay que investigar.
2. Exploración o planteamiento de las hipótesis de acción, como acciones que hay que realizar para cambiar la práctica.
3. Construcción del plan de acción. Es el primer paso de la acción que abarca: la revisión del problema inicial y las acciones concretas requeridas; la visión de los medios para empezar la acción siguiente, y la planificación de los instrumentos para tener acceso a la información. Hay que prestar atención a:

- La puesta en marcha del primer paso en la acción.
- La evaluación.
- La revisión del plan general (p. 36).

La secuencia nombrada “Abejas pentamáticas” consistió en un pentagrama, que es un organizador gráfico para la resolución de problemas del modelo IDEAL de cinco pasos, consiste en un pentágono y en cada apartado se desarrolla cada paso:

1. Identificar el problema (datos clave)
2. Definir el problema (pregunta incógnita)
3. Estrategia de solución (tipo de operación a resolver)
4. Aplicación de la estrategia de solución (resolver las operaciones)
5. Logro de la estrategia (resultado de la estrategia)

Figura 1. *Pentagrama*



Nota: cinco pasos del modelo IDEAL.

Tabla 1. *Cronograma de secuencias de intervención*

		Secuencia didáctica	Tiempo	Atendiendo
CICLO 1 Propuesta de aprendizaje	1	Dominando la aritmética (Diagnóstico)	1 hrs	Identificar las áreas de oportunidad de los alumnos, respecto a la habilidad en la resolución de operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), atendiendo el uso de material concreto.
	2	Piri-liche posicional	8 hrs	Favorecer el valor posicional para la resolución de operaciones básicas, su descomposición aditiva y la notación desarrollada, atendiendo, la colocación correcta de las cifras para su resolución.
	3	Abejas pentamáticas	12 hrs	Conocer y aplicar el modelo IDEAL en un pentagrama de cinco pasos, atendiendo, la heurística en la resolución de problemas en alumnos de 4º grado.
	4	Canasta IDEAL (Evaluación)	10 hrs	Usar material concreto para la resolución de problemas, atendiendo, la evaluación del aprendizaje adquirido por el alumno con el modelo aplicado.
CICLO 2 Propuesta de mejora	5	Re-Dominando la aritmética	8 hrs	Reforzar las áreas de oportunidad detectadas en el ciclo 1, utilizando el mismo material de diferente manera, individual por binas y equipo, atendiendo, la adecuación para el aprendizaje esperado.
	6	Piri-liche posicional	8 hrs	Reforzar la construcción de cifras de unidades de millar y decenas de millar en su descomposición aditiva y notación desarrollada, atendiendo, el aprendizaje esperado del grado.
	7	Abejas pentamáticas VS Canasta IDEAL	12 hrs	Retomar el modelo IDEAL por los alumnos, sin la guía detallada de la docente, atendiendo, la heurística fortalecida con otras posibles estrategias de solución.
	8	Mi idea IDEAL (Evaluación)	12hrs	Redactar y resolver problemas de producción propia de los alumnos, elaborar un organizador gráfico creativo, utilizando el modelo IDEAL, generar la autoevaluación de su aprendizaje adquirido, atendiendo, el título de esta investigación.
CICLO 3 Propuesta de reforzamiento	1	Dado, dando y contando (Diagnóstico)	10 hrs	Reforzar la habilidad de cálculo mental de operaciones combinadas de suma, resta, multiplicación y división, esta secuencia será el nuevo diagnóstico del ciclo 3.
	2	Tapas pitagóricas	10 hrs.	Reforzamiento de las tablas de multiplicar para favorecer la habilidad multiplicativa y divisora en la resolución de problemas.
	3	Memorama IDEAL.	6 hrs.	Reforzamiento de los elementos de las operaciones básicas, los pasos del modelo IDEAL y su significado para la resolución de problemas en cinco pasos.
	4	La IDEAL-OCA (Evaluación)	10 hrs.	Cierre de tercer ciclo de intervención del plan de acción, evaluación del logro de los aprendizajes . Nota: instrumentos de análisis o control de Plan de acción. Fuente: elaboración propia.

Nota. instrumentos de análisis o control de plan de acción.

Fuente: elaboración propia.

La primera secuencia llamada, “Dominando la aritmética”, se evaluó con una lista de cotejo, debido a que las matemáticas son sistemáticas, esta sirvió como diagnóstico para conocer los saberes previos de los alumnos. Se pretendió identificar que el alumno resolviera o no las operaciones combinadas sin la guía del docente, se tomaron en cuenta los aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales para medir el nivel de logro del aprendizaje, así como las adecuaciones y mejoras que se requiera en la secuencia para el segundo ciclo de aplicación.

De igual manera, la secuencia del Piri-liche posicional, se evaluó con una lista de cotejo, que permitirá reconocer los alcances de aprendizaje del alumno, a partir del ritmo de trabajo, la habilidad que demostraron en la construcción del número, su lectura en voz alta, debido a que las cifras son exactas; es decir, no cambian, la lista de cotejo permitió identificar si el alumno tiene o no el dominio de la lectura y escritura de una cifra. Las secuencia llamada “Abejas pentamáticas” y la “Canasta IDEAL”, requirieron ser evaluadas de manera más específica respecto a los indicadores conforme al aprendizaje esperado, de la resolución de problemas de cinco pasos del modelo IDEAL, en los niveles que requiere apoyo, en desarrollo y esperado, serán evaluadas con una rúbrica analítica.

Resultados

Como punto de partida, se dirá que, durante la aplicación de la propuesta de intervención diseñada en secuencias didácticas, el eje medular fue la implementación del modelo IDEAL para la resolución de problemas matemáticos, favoreciendo la heurística de los educandos, como estrategia para mejorar el nivel de análisis y reflexión, para la resolución de problemas, al igual que la manipulación de material concreto, fueron los factores más importantes para el logro de los aprendizajes esperados del perfil de egreso de los alumnos de cuarto grado de primaria.

De lo anterior se derivaron las siguientes analogías y reflexiones: las actividades realizadas en las diferentes secuencias didácticas se trabajaron de manera gradual, de acuerdo a los resultados del diagnóstico, con la conceptualización, elementos y funcionalidad de las operaciones básicas (suma,

resta, multiplicación y división), de la misma manera, los cinco pasos del modelo IDEAL, se retomó el valor posicional, para la acomodación correcta de las cifras al resolver operaciones y la elaboración del material concreto por los alumnos favoreció su creatividad, interés y motivación.

El mover de posición el mobiliario del aula de manera frecuente, permitió la interacción de todos los alumnos y generar redes de apoyo positivas, al igual que ritmos de trabajo en una participación activa, en donde cada integrante del equipo tenía una comisión, rompiendo la monotonía que tradicionalmente se tenía respecto a aprendizaje de la resolución de problemas, visto por muchos como un proceso aburrido y frustrante.

Para que los alumnos aprendan de manera significativa, es importante partir de sus intereses y estilo de aprendizaje, en el grupo de cuarto grado, su estilo de aprendizaje predominante fue cinestésico; es decir, requieren estar en constante movilidad y variedad de actividades para despertar su curiosidad y después para mantener la atención y no perder de vista el objetivo, en este caso es, resolver un problema matemático hasta llegar al resultado.

A lo anterior se agregaría, la importancia de iniciar algo que se hace en la vida cotidiana y concluirlo hasta ver el resultado final, por ejemplo; armar un rompecabezas, es un fureto que implica la heurística, para resolver una situación simple e inmediata de la vida cotidiana. La resolución de problemas matemáticos, es detonador de estructuras mentales que mantiene la mente activa, en donde la imaginación es la principal generadora de ideas para resolver problemas, se dice que, el ser humano ante una condición que requiera resolver una necesidad se vuelve creativo y estrategia, es decir, desarrolla su heurística de manera empírica.

La interacción e intercambio de ideas entre los alumnos, contribuyó a un aprendizaje significativo, en el aspecto de la argumentación de sus procedimientos para llegar al resultado, fundamentando y explicando la estrategia que aplicó para resolver el problema, realizando la comparativa con otros compañeros de sus procedimientos, visualizando que existen varias posibilidades de solución, a partir del intercambio y diálogo de esa comunidad de conocimiento.

Fue importante que ningún estudiante se quedara sin la asignación de una tarea dentro de las actividades de las secuencias didácticas, en el grupo

de cuarto de primaria, tuvimos alumnos con barreras de aprendizaje, quienes fueron en todo momento los líderes y representantes de todos los equipos; de esta manera el grupo se adecuó a las necesidades de ritmo y condición de dichos alumnos, fomentando la inclusión y un lugar de reconocimiento favoreciendo la autoestima de los alumnos con barreras de aprendizaje, al saberse parte importante del equipo, reflejando este reconocimiento en actividades de otras asignaturas.

La resolución de problemas matemáticos, es un hilo conductor para que el educando sea capaz de resolver problemas o situaciones de vida, de manera reflexiva, asertiva y práctica sin afectar a otros, desarrollando una heurística positiva para la toma de decisiones. Las dificultades que se identificaron en la implementación de la realización de las actividades fueron, en un inicio, la falta de conocimiento de los elementos de las operaciones básicas y el valor posicional, retomados en los dos ciclos de intervención para reforzar el contenido.

Conclusiones

A partir del análisis de resultados, se reflejó que las estrategias del plan de intervención fue adecuado para favorecer el aprendizaje de los dicentes respecto a la resolución de problemas; sin embargo, se identificaron áreas de oportunidad a considerar, se sugirieron en el tercer ciclo actividades para mejorarlas, la importancia del manejo del lenguaje básico de los elementos de las operaciones básicas son la base de su adecuada interpretación y asimilación de los conceptos y funcionalidad.

El dominio de la resolución de problemas matemáticos es fundamental en diversas áreas de la vida y tiene una importancia significativa en el desarrollo cognitivo, académico y profesional de las personas. El uso de material concreto en el aprendizaje de la resolución de problemas es una estrategia pedagógica efectiva que beneficio a los estudiantes en varios aspectos. Facilitó la comprensión conceptual, en una representación física de conceptos abstractos, es decir, datos desconocidos, al manipular objetos tangibles, los estudiantes identificaron y comprendieron los datos e información que se les planteó del problema.

El uso de materiales concretos involucró varios sentidos, habilidades de análisis y razonamiento, como el tacto, la vista, la creatividad, la manipulación e interacción con los materiales refuerza la retención de información, ya que los estudiantes experimentan directamente las propiedades y relaciones de los objetos, desde un enfoque multisensorial contribuyendo a una comprensión más profunda. Fomentó el aprendizaje activo, permitiendo la prueba y error en el proceso de resolución, estimulando la heurística de los estudiantes, generando sus propias estrategias de resolución en un intercambio de posibilidades, a partir del diálogo y trabajo colaborativo para la comprensión de los planteamientos.

Además, el uso de material concreto construyó conexiones con la vida cotidiana, se pudo vincular con situaciones de la vida diaria, lo que hizo que el aprendizaje fuera más relevante y aplicable, los estudiantes relacionaron los conceptos abstractos con experiencias concretas, lo que facilitó la transferencia del conocimiento a situaciones del mundo real, al fomentar la colaboración entre estudiantes, trabajar juntos para manipular objetos y encontrar soluciones, fortaleció las habilidades sociales y promovió el aprendizaje colaborativo en las zonas de desarrollo próximo.

Ofreció beneficios significativos al proporcionar una experiencia de aprendizaje más versátil, flexible, participativa y significativa para los estudiantes, esta propuesta puede adaptarse a diferentes niveles educativos y disciplinas, mejorando la comprensión y resolución de problemas matemáticos. Durante la implementación de las secuencias didácticas predominaron las estrategias de enseñanza creativa y lúdica, generando la interrogación, representación gráfica, planteamiento de hipótesis, analogía y razonamiento en función de los objetivos y actividades propuestas en cada uno de los ciclos de intervención.

Comenzando por la estrategia lúdica del dato desconocido del planteamiento del problema y la identificación del tipo de operación a resolver, a través de preguntas incitantes y divergentes de forma intercalada, le permitió al profesor identificar indicios en la comprensión, a través de la argumentación realizada por los estudiantes, en cada una de los pasos del modelo IDEAL, las preguntas divergentes promueven la búsqueda de relaciones entre los datos y la estrategia, estimulando la heurística, el pensamiento activo y la búsqueda de alternativas de solución.

La implementación de las secuencias didácticas de los ciclos de intervención permitieron al docente identificar los aciertos y dificultades en el desarrollo de las actividades al realizar el seguimiento de avances, adecuación y mejoras para favorecer el logro de los aprendizajes de los educandos en la analogía directa, vinculando una situación cotidiana con el problema, a través de una serie de pasos y su reconstrucción para la implementación del plan, estimulando el pensamiento divergente en la activación de la heurística de los alumnos y la habilidad de la resolución de operaciones combinadas.

Durante el proceso de implementación del plan de acción, se reflejaron áreas de oportunidad en los educandos, es decir, al concluir el ciclo uno, se identificó la necesidad de retomar actividades con los mismos materiales, aplicados de manera diferente para que los alumnos implementaran las diferentes posibilidades de uso que se le puede dar para llegar al resultado deseado, en propuestas que ellos mismos sugirieron para la resolución de problemas y la aplicación de las operaciones básicas en las diferentes actividades.

Con el fin de retomar los objetivos específicos de esta investigación, cabe mencionar que el docente comunicó a los alumnos el objetivo que se pretende lograr partiendo de la exploración de conocimientos previos. Es así, que la interacción dialógica motivó la participación de los estudiantes, provocando la libre expresión de sus ideas, dudas, propuestas y participación activa. En la implementación de la secuencia didáctica predominaron las estrategias de enseñanza creativa, en función de los objetivos y actividades propuestas en cada fase, las preguntas divergentes de las posibles alternativas para resolver los problemas matemáticos dieron indicios de la comprensión del planteamiento de los ejercicios para estimular el pensamiento reflexivo, la imaginación y el interés de indagación de los estudiantes para llegar al resultado.

A partir del planteamiento de la hipótesis esta investigación, como referente para el diseño del plan de intervención, la docente generó un ambiente de aprendizaje con actividades lúdicas direccionadas a la comprensión de los planteamientos de problemas matemáticos, seguido de la interacción entre los alumnos y el intercambio de ideas, el trabajo colaborativo, el reconocimiento al esfuerzo y participación de cada alumno, al hacer sus aportaciones para las posibles soluciones de los ejercicios.

La estrategia de intervención, destacó el énfasis en la aplicación del modelo IDEAL, al centrar la atención en el proceso de resolución de problemas en cinco pasos, favoreciendo la mejora del uso de las operaciones básicas y su funcionalidad, para llegar al resultado con apoyo de la manipulación del material concreto, en donde los alumnos mantuvieron la atención, motivación e interés por resolver los problemas. Además, la interacción organizativa se mantuvo en un ambiente de trabajo colaborativo, en un diálogo asertivo y permanente para llegar a acuerdos, expresando sus ideas, potenciando su heurística.

El proceso cognitivo, la regulación del comportamiento en un entorno con libre participación, los alumnos asimilaron y reconocieron sus alcances de análisis, las actividades fueron flexibles y versátiles al tomar en cuenta propuestas y sugerencias de los alumnos para su modificación o adecuación para llegar al resultado. Es importante mencionar la función mediadora del docente durante la implementación de las secuencias didácticas, generando preguntas detonadoras, integrador y guía de las ideas aportadas por los alumnos para construir propios conceptos para la comprensión de los planteamientos del problema relacionándolo con sus contextos de la vida cotidiana, con lluvias de ideas para rescatar palabras clave.

Se afirma que la heurística como estrategia para mejorar la habilidad matemática en los alumnos de cuarto grado dentro de su proceso de enseñanza y aprendizaje, puede ser considerada como una alternativa apropiada para potenciar la creatividad, dado que estimula la ideación, promueve el descubrimiento y búsqueda de soluciones a los problemas, a partir de la imaginación y la interacción de los contextos de la vida real. A manera de cierre, es relevante decir que las matemáticas son aplicadas de manea formal o informal dentro de los contextos en que interactúan los seres humanos, resolviendo de manera permanente situaciones que implican un análisis, reflexión y toma de decisiones para su resolución, en el aspecto académico.

Las matemáticas es la asignatura en que se aborda de manera formal su proceso de enseñanza y aprendizaje; es aquí en donde el docente debe generar interés y gusto por indagar, conocer, imaginar, descubrir y aprender, para formar estudiantes reflexivos, que reconozcan sus alcances heurísticos, talentos y habilidades como herramientas de aprendizaje para ser un sujeto integral, generador del cambio social.

Siglas

USAER Unidad de Servicios de Apoyo a la Educación Regular

SISAT Sistema de Alerta Temprana

SINCE Sistema de Control Escolar

SEP Secretaría de Educación Pública

PLANEA Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes

PISA Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos

PEMCE Programa Escolar de Mejora Continua

OCDE Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos

MEJOREDU Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación

MCAF Marco Común de Aprendizajes Fundamentales

INEGI Instituto Nacional de Estadística y Geografía

DGEP Dirección General de Evaluación de Políticas

DAFO Debilidades, Amenazas, Fortalezas, Oportunidades

CTE Consejo Técnico Escolar

CEPAL Comisión Económica para América Latina y el Caribe

Referencias

Aliseda, A. (2000). *Heurística, hipótesis y demostración en matemáticas. El Concepto de Heurística en las Ciencias y las Humanidades*. México. D. F. Editorial Siglo Veintiuno Editores, S. A. de C. V.

Aparici, R. y García, A. (1988). *El material didáctico de la UNED*. Madrid

Ausubel, D. (1983). *Aprendizaje Significativo. Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas, México.

Bandler, R. y J. Grinder (1982) *Programación neurolingüística*. Madrid.

Barraza A. (2005). Una conceptualización comprehensiva de la innovación educativa, *Innovación Educativa*, Vol. 5, Núm. 28, p. 30

Barrios, O. (2002). *Estrategias didácticas innovadoras*. Barcelona. Editorial Octaedro.

Bransford, John, y Stein, Barry. (1993). *Solución IDEAL de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear* (4a ed.). Barcelona: Labor.

Brousseau G. (1998): *Teoría de las Situaciones Didácticas, Pensamiento*. Francia.

Bruner, J. (1968). *El proceso de la educación*. México: Unión Tipográfica Editorial Hispanoamericana.

Bruner, J. (1981). *Realidad mental y mundo posibles*. Madrid. Gedisa.

- Bruner, J. (1980). *Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*. Madrid. Pablo del Río.
- Buisan, C. (1997). *Diagnóstico en Educación. Proyecto docente*. Barcelona. Universidad de Barcelona. Inédito.
- Bustos Cobos, Felix. (1994). *Aprendizaje Humano*, Colombia, Editorial Colina, Bogotá.
- Caplan, G. (1964). *Principles of preventive psychiatry*. New York. Basis Books.
- Casassus, J., Froemel, J. E., Palafox, J. C., y Cusato, S. *Primer Estudio Internacional Comparativo sobre Lenguaje, Matemática y Factores Asociados en Tercero y Cuatro Grado (Segundo Informe)*, Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe de la UNESCO. Nov. 1998.
- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*, 1ra edición. Editorial Pearson Prentice Hall. Madrid, España.
- Cobos, B. (1986) *Revisado y criticado desde el Constructivismo serie fundamentos de la educación*. Archivo F-Doc-30 Santafé de Bogotá.
- De la Orden, A. (1969). *Diagnóstico del rendimiento educativo*. La educación actual. Madrid. LA CESIC.
- Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro*. UNESCO.
- Díaz Barriga, Frida (2005). *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida*. México: MacGraw Hill.
- Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*, Madrid: Morata.
- Fons, M. (1993): *Evaluación psicológica infantil*. Barcelona. Barcanova.
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada.
- Guadarrama, P. (2009) *Dirección y asesoría de la investigación científica*. Bogotá: Magisterio.
- Hernández S. R.; C. C. Fernández y L. P. Baptista (1991). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill. México.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) *Desempeño de los estudiantes al final de Educación Primaria PISA 2017*.
- Instituto Politécnico Nacional. (2002). *Metodología para el análisis FODA*. Distrito Federal, México: Dirección de Planeación y Organización.
- Lakatos, I. (1983). *La Metodología de los Programas de Investigación Científica*. Madrid: Alianza Editorial.
- Latorre, A. (2005). *La Investigación-acción, conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona, España.
- MCAF (2021). *Marco Común de Aprendizajes Fundamentales. Tercer grado*.
- Müller, H. (1987). *Aspectos metodológicos acerca del trabajo con ejercicios en la enseñanza de la matemática*. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. C. de la Habana.
- Müller, H. (2015). *El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la matemática*. Santiago de Cuba.
- Piaget, J. (1975). *El desarrollo del pensamiento*. Buenos Aires: Paidós.
- Piaget, J. (1991). *Seis estudios de psicología*. Barcelona. Editorial Labor
- Piaget, J. (1998). *Introducción a Piaget: Pensamiento, Aprendizaje y Enseñanza*. México: Longman, S. A.

- PISA para docentes. (2005). La evaluación como oportunidad de aprendizaje. México: Secretaría de Educación Pública, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Polya, G. (1965). Descubrimiento matemático: sobre la comprensión, Aprendizaje y enseñanza de la resolución de problemas (vol. 2). Nueva York: Wiley.
- Puig, L. (1996). Elementos de Resolución de Problemas. Granada: Comares.
- Rosas (2011). Recursos y materiales educativos, nuestro compañero pedagógico. Perú: Teodoro Peñaloza.
- Saquicela, N., y Arias, J. (2011). Guía metodológica para la aplicación del material didáctico en el área de matemática. San Francisco del Cantón Santiago.
- Schoenfeld, H. (1992). Aprender a pensar matemáticamente: resolución de problemas, metacognición y creación de sentido en matemáticas. Nueva York: Mac Millan.
- Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. Didáctica de las matemáticas en educación primaria. Madrid
- SEP. (2011) Planes y Programas de Educación Básica. México: SEP.
- SEP. (2014) Acuerdo 717 por el que se emiten los lineamientos para formular los Programas de Gestión Escolar. Última actualización.
- SEP. (2017) Elementos de la Planeación Didáctica y Evaluación formativa en el Aula de los Aprendizajes Clave en el Marco del Modelo Educativo.
- Silva. (2001). Metodologías para la elaboración de estrategias de desarrollo local. Chile.
- Vygotsky, L. (1979). Zona de desarrollo próximo. Argentina. Grijalbo.
- Tobón, S. (2017). Evaluación socioformativa. Estrategias e instrumentos. Mount Dora (USA): Kresearch.
- Pimienta. P. (2012). Estrategias de enseñanza-aprendizaje Docencia universitaria basada en competencias Pearson educación, México, 2012 ISBN: 978-607-32-0752-2 Área: Educación.

Referencias

- Barriga, F. D. (2006). Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida. México: McGrawHill. <https://www.uv.mx/rmipe/files/2016/08/Ensenanza-situada-vinculo-entre-la-escuela-y-la-vida>.
- Instituto Mexicano para la Competitividad. (2015). Resultados de la prueba PLANEA vía SEP.IMCO. http://imco.org.mx/banner_es/resultados-de-la-prueba-planea-via-sep/
- Luna, Richard (2 de junio de 1984). «Una pequeña historia de los bolos». Archivado desde [option=com_content&view=article&id=331:a-little-bowling-story&catid=18:general&Itemid=62](http://www.archive.org/details/option=com_content&view=article&id=331:a-little-bowling-story&catid=18:general&Itemid=62) el original.
- MEJOREDU <https://diagnostica.mejoredu.gob.mx/login>
- México. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2016). Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea. Resultados nacionales 2019. Cuarto de primaria Lenguaje y comunicación y Matemáticas. <http://planea.sep.gob.mx/>

content/general/docs/2019/difusion_resultados/1_Resultados_nacionales_Planea_2019.pdf

Revista Números José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático1), Dominós orientales y otras variantes didácticas. (Juegos XXXV). <http://www.sinewton.org/numeros> ISSN: 1887-1984 Volumen 96, noviembre de 2017, páginas 119-133

Saldarriaga, J. (2011). Maestra Kids. Obtenido de <http://app.kiddyshouse.com/maestra/articulos/seleccion-de-materialconcreto>.