Capítulo 5. Lógica

Edgar Esaúl Saucedo Becerra[1]

DOI: https://doi.org/10.52501/cc.440.05

Resumen

La lógica matemática es una disciplina fundamental que estudia las estructuras del razonamiento válido mediante el uso de símbolos y reglas formales. Su propósito no es definir qué pensar, sino cómo hacerlo correctamente, favoreciendo la coherencia y evitando contradicciones. Este campo tiene aplicaciones en áreas diversas, como la informática, la filosofía y la inteligencia artificial, ya que fortalece habilidades de análisis, abstracción y resolución de problemas. Históricamente, surge con Aristóteles y evoluciona con aportaciones clave de Boole y Frege, quienes consolidaron la lógica simbólica moderna. En este contexto, la lógica proposicional analiza proposiciones, entendidas como enunciados con valor de verdad (verdadero o falso). Las proposiciones pueden ser simples o compuestas, y se relacionan mediante conectores lógicos, como conjunción, disyunción, negación, condicional y bicondicional. Las tablas de verdad permiten evaluar todas las combinaciones posibles de estos valores, lo cual facilita la verificación de la validez de los argumentos. Además, existe una relación entre lógica y teoría de conjuntos, donde operaciones como unión, intersección y complemento corresponden a operadores lógicos. En conjunto, estos elementos constituyen una base esencial para el pensamiento formal y la argumentación rigurosa.

Palabras clave: *lógica matemática, proposiciones, conectores lógicos.*

Proposiciones, conectores lógicos y tablas de verdad

La lógica matemática constituye un pilar esencial del pensamiento formal, y su estudio permite desarrollar habilidades para analizar, construir y evaluar argumentos con rigor. A través del uso de símbolos y estructuras formales, la lógica ofrece herramientas que trascienden las

[1] Maestro en Tecnología Educativa. Docente en Tecnológico Nacional de México. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3114-2197 ; correo electrónico: edsaucedo@gmail.com

matemáticas e impacta en disciplinas como la informática, la lingüística, la filosofía, el derecho y la inteligencia artificial.

Esta disciplina tiene como objeto principal el estudio del razonamiento válido. Su propósito no es determinar qué se debe pensar, sino cómo pensar correctamente, es decir, de manera coherente, estructurada y sin contradicciones. En palabras de Mendelson (2010), "la lógica matemática es la aplicación del método matemático al estudio de los principios del razonamiento válido" (p. 1).

En este capítulo se presentan los fundamentos de la lógica proposicional y de predicados: los conceptos de proposición, verdad, conectores lógicos, tablas de verdad, inferencias válidas y reglas de deducción. A través del análisis de estos elementos, el estudiante adquiere las bases necesarias para representar argumentaciones en lenguaje simbólico y evaluar su validez mediante métodos formales.

El estudio de la lógica matemática no solo contribuye a la formación intelectual del universitario, sino que fortalece su capacidad de argumentación, toma de decisiones y resolución de problemas, habilidades cada vez más valoradas en contextos académicos, científicos y profesionales.

Lógica

La lógica matemática, también conocida como lógica simbólica o formal, se ocupa del estudio de los sistemas formales que permiten representar el razonamiento mediante símbolos, reglas y estructuras precisas, facilitando la demostración de teoremas y la validación de argumentos. En palabras de Mendelson (2010) , "es la aplicación del método matemático al estudio de los principios del razonamiento válido" (p. 1).

Así, la lógica matemática es una disciplina que estudia las estructuras del pensamiento formal, lo que permite analizar la validez de los razonamientos mediante símbolos y reglas precisas. Es fundamental en áreas como las matemáticas, la computación y la filosofía, ya que ayuda a desarrollar habilidades de análisis, abstracción y resolución de problemas (Jiménez, 2014).

¿Dónde y cuándo surgió?

La lógica surgió como disciplina formal en la antigua Grecia con Aristóteles (384-322 a. C.), quien desarrolló el silogismo como una forma de razonamiento deductivo. Sin embargo, la lógica matemática moderna nace en el siglo XIX, con el trabajo de George Boole en Inglaterra y Gottlob Frege en Alemania. George Boole publicó *The laws of thought* en 1854, donde desarrolló el álgebra booleana, base para la lógica digital. Por su parte, Gottlob Frege publicó *Begriffsschrift* en 1879, el cual se considera el primer sistema formal completo de lógica matemática.

En América Latina, su enseñanza y aplicación han cobrado fuerza en universidades y centros de investigación, especialmente en el contexto de la educación matemática y la informática (Farré et al., 2013).

Principales aportes históricos

- Aristóteles (siglo IV a.C.): fundador de la lógica clásica.
- George Boole (1854): lógica algebraica.
- Gottlob Frege (1879): primer sistema lógico formal.
- Bertrand Russell y Alfred North Whitehead (1910-1913): *Principia mathematica*, obra clave para fundamentar las matemáticas en la lógica.
- Kurt Gödel (1931): teoremas de incompletitud, límites de los sistemas formales.

Características

La lógica se divide en 5:

1. Proposicional
2. Modelos
3. Demostración
4. Conjuntos
5. Recursión

En este capítulo se toma el estudio de la lógica proposicional. Su objetivo es cuestionar los conceptos y las reglas de deducción que se utilizan en las matemáticas.

La lógica estudia las reglas de deducción formales y el pensamiento lógico se aplica en diferentes áreas. En las ciencias computacionales, la lógica proposicional sirve para <u>verificar si se escriben correctos los programas</u>, ya que los programas solo hacen lo que se les ponen a realizar.

Una proposición lógica es un enunciado declarativo al que puede asignarse un valor de verdad, es decir, puede determinarse si es verdadero o falso. Las proposiciones constituyen la base del razonamiento lógico y del análisis formal utilizado en la lógica matemática y en las demostraciones deductivas (Arroyo et al., 2018; Copi et al., 2016, p. 24).. Un ejemplo de ello es el conjunto de valores de verdad que satisfacen una proposición.

Características de una proposición lógica

- Debe ser un enunciado claro y preciso.
- No debe ser ambiguo.
- Debe tener un valor de verdad único: verdadero (V) o falso (F).

Ejemplos de proposiciones lógicas simples:

Proposición: p: "El número 5 es mayor que 3".

Esta proposición es verdadera porque 5 es mayor que 3.

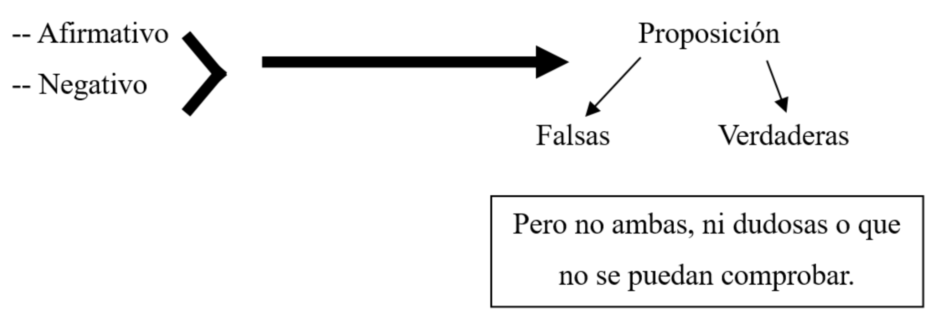
Proposición: q: "El número 2 es par".

Esta proposición también es verdadera.

Lógica proporcional

Una proposición es un enunciado declarativo. Un enunciado es una frase de dos o más palabras o una expresión que puede ser numérica. Los tipos de enunciados son los siguientes:

- Imperativo: es una orden.
- Interrogativo: es una pregunta.
- Exclamativo: son frases con emoción.
- Declarativo:



Representación con conjuntos

Las proposiciones lógicas pueden representarse como conjuntos:

Sea A = {x∈ ℕ:x>3}, el conjunto de números mayores que 3.

Sea B = {x ∈ ℕ:x es par}, el conjunto de números pares.

Conjunción: A∩B: representa los números mayores que 3 y que también son pares.

Disyunción: A∪B: representa los números que son mayores que 3 o que son pares.

Complemento de A: ¬A: representa los números que no son mayores que 3.

Clasificación de proposiciones lógicas

Proposiciones simples: son aquellas que no contienen conectores lógicos.

Ejemplo: "Hoy es lunes."

Proposiciones compuestas: son aquellas que combinan dos o más proposiciones simples mediante conectores lógicos como "y" (∧), "o" (∨), "no" (¬), "si... entonces" (→).

Ejemplo: “Hoy hace frío y está lloviendo”.

En los enunciados de la tabla 1 se evalúa si es una proposición, si es verdadera o falsa y si solo es enunciado y de qué tipo es:

Tabla 1. *Tipos de proposiciones*

	Enunciado	Tipo
1	El Tecnológico de Zacatecas está vacío de alumnos los domingos.	Declarativo, afirmativo, proposición verdadera.
2	Los marcianos nos vigilan.	Declarativo, afirmativo, no proposición porque no podemos comprobarlo
3	Ve a comprarme dos boletos para el cine.	Imperativo, no proposición.
4	3 + 4 = 5	Declarativo, afirmativo, proposición, falsa.
5	Thalía esposa de Tomy motola nació en 1869.	Declarativo, afirmativo, proposición, falsa.
6	Todos los números tienen un número de valor mayor.	Declarativo, afirmativo, proposición, verdadero
7	Los números primos se pueden dividir solo entre sí mismos y la unidad.	Declarativo, afirmativo, proposición, verdadero
8	¿Tienes novio(a)?	Interrogativo, no proposición
9	6 > 9	Declarativo, afirmativo, proposición, falsa.
10	¡Uff, qué calor!, ¡hay que sudor!	Exclamativo, no proposición

Fuente: elaboración propia.

La lógica estudia el razonamiento, analiza si el razonamiento es correcto, analiza las relaciones entre los enunciados mas no el contenido o la veracidad del contenido, sin embargo, si los dos primeros enunciados fueran verdaderos la lógica garantiza el tercero (Johnsonbaught, 1999).

Operaciones lógicas: las operaciones sobre conjuntos (unión, intersección, complemento) tienen paralelos en la lógica:

- Unión: equivalente a una disyunción lógica ("o").
- Intersección: representa una conjunción lógica ("y").
- Complemento: relacionado con la negación lógica ("no").

Estas conexiones permiten usar la teoría de conjuntos como una herramienta para formalizar sistemas lógicos.

Conexión con operaciones lógicas

1. Conjunción lógica ("y"):

   Proposición combinada: $p \wedge q$.

   Traducción: "El número 5 es mayor que 3 y el número 2 es par."

   Esto es verdadero, ya que ambas proposiciones, p y q, son verdaderas.

2. Disyunción lógica ("o"):

   Proposición combinada: $p \vee r$.

   Traducción: "El número 5 es mayor que 3 o el número 7 es divisible por 2."

   Esto es verdadero, porque al menos una de las proposiciones (ppp) es verdadera.

3. Negación ("no"):

   Negación de r: $\neg r$.

   Traducción: "El número 7 no es divisible por 2."

   Esto es verdadero, porque rrr es falsa.

4. Implicación ("si...entonces"):

   Proposición implicativa: $p \rightarrow q$.

   Traducción: "Si el número 5 es mayor que 3, entonces el número 2 es par."

   Esto es verdadero, porque si la primera proposición (p) es verdadera, la segunda (q) también lo es.

Conectores lógicos

Para hablar utilizamos conectores como "y" u "o", a continuación se describen los operadores más usados con las proposiciones.

Conjunción o AND

Es equivalente a "y", es la unión de dos o más proposiciones, por lo que se convierte en una proposición compuesta. El símbolo utilizado para este operador es: ^. Se utiliza V para verdadero y F para falso.

Ejemplo: si el contenido de las proposiciones es como se indica en la tabla

Proposición	Contenido	Valor de verdad
p	la casa es blanca	V
q	los alumnos son inteligentes	V

Por su parte, las proposiciones compuestas serían del siguiente modo:

p ^ q = la casa es blanca y los alumnos son inteligentes. V

Nota: las dos proposiciones tienen que ser verdaderas para que el resultado sea verdadero.

Ejemplo:

Proposición	Contenido	Valor de verdad
r	hoy es lunes	F
s	los lunes siempre llueve	F

r^s = hoy es lunes y los lunes siempre llueve. F

La tabla de verdad que contiene las combinaciones ente dos proposiciones es la siguiente para el operador conjunción.

Tabla 2. *Tabla del operador conjunción*

P	Q	P^Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

El segundo operador es el operador disyunción.

Disyunción o OR

Es la composición de dos o más proposiciones con el operador "o" y se denota como v.

Ejemplo: si se tiene las proposiciones anteriores se pueden unir con "v".

Proposición	Contenido	Valor de verdad
p	la casa es blanca	V
q	los alumnos son inteligentes	V

p v q = la casa es blanca y los alumnos son inteligentes. V

Nota: con una proposición que sea verdadera el resultado es verdadero.

La tabla de disyunción que contiene las combinaciones entre dos proposiciones es la siguiente:

Tabla 3. *Disyunción*

P	Q	P v Q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

No o not

El tercer operador es el operador negación, lo que realiza es contradecir la proposición. Para este operador solo es necesaria una proposición. Para este operador hay diferentes símbolos $\overline{P}$ ¬P ~P

Si la proposición es:

P = Hoy es lunes

~P = Hoy no es lunes

Tabla 4. *Not o negación*

P	$\overline{P}$ ¬P ~P
V	F
F	V

Condicional

El cuarto operador es la condicional, es una proposición compuesta de dos proposiciones. Se lee si p entonces q.

Tabla 5. *Condicional*

P	Q	P→Q	Q→P
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Cuando la primera proposición es verdadera y la segunda falsa el resultado es falso. Todas las demás opciones son verdaderas.

Bicondicional

El quinto operador es el bicondicional. Proposición compuesta de al menos 2 proposiciones. P si solo si q.

Tabla 6. *Bicondicional*

P	Q	P←→Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ejercicios:

Con las proposiciones de la siguiente tabla se presentan algunos ejercicios:

Proposición	Contenido	Valor de verdad
R	3>5	F
S	5>2	V
Q	Hay un tornado en la escuela	F
P	Esta nevando	F

Ejercicios de sustitución con frase

S→R = Si 5>2 entonces 3>5. F

V →F = F

R→Q = Si 3>5 entonces hay un tornado en la escuela. V

Q→P = Si hay un tornado en la escuela entonces está nevando. V

S←→ R= 5>2 si solo si 3>5. F

V←→F = F

Q←→ P = Hay un tornado en la escuela si solo si está nevando. V

Sustitución sin el valor frase de la proposición

Suponiendo que p y r son falsas y que q, s y t son verdaderas determine los valores de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

Proposición	Valor de verdad
P	F
R	F
Q	V
S	V
T	V

P = F R = F Q = V S=V T = V

Ejemplo 1:

$p \rightarrow q = F \rightarrow V = V$

Pasos: primero sustituir con los valores de verdad, luego hacer operaciones desde los paréntesis más internos, hasta obtener el valor de verdad final.

Ejemplo 2:

$\neg p \rightarrow \neg q = \neg F \rightarrow \neg V = V \rightarrow F = F$

Ejemplo 3:

$\neg(p \rightarrow q) = \neg(F \rightarrow V) = \neg(V) = F$

Evaluando expresiones

Para evaluar expresiones se tienen que sacar los valores de verdad de cada una de las proposiciones individuales, luego ha que sustituirlas por el valor de verdad y los operadores, y después se realiza la operación.

En los siguientes ejercicios represente la afirmación de manera simbólica dado que p: 4<2 F q: 7<10 V r: 6<6 F y encontrar el valor de verdad.

Datos	**Simbología**
P: 4<2 F Q: 7<10 V R: 6<6 F S: 23+3 = 7 F T: Hoy es lunes F	
1.- Si 4<2 entonces 7< 10	$P \rightarrow q = F \rightarrow V = V$
2.- Si (4<2 y 6<6), entonces 7<10	$(P \wedge R) \rightarrow Q =$ $(F \wedge F) \rightarrow V = V$
3.- Si no es cierto que (6< 6 y 7 no es menor que 10), entonces 6<6.	$\neg (R \wedge \neg Q) \rightarrow R =$ $\neg (F \wedge \neg V) \rightarrow F =$ $\neg (F \wedge F) \rightarrow F = V \rightarrow F = F$
4.- 7<10 si y solo si (4<2 y 6 no es menor que 6)	$Q \leftrightarrow (P \wedge \neg R) =$ $V \leftrightarrow (F \wedge \neg F)$ $V \leftrightarrow F = F$
5. Si (7<10 y 6<6 y 23+3=7 y 4<2) entonces 7<10	$(Q \wedge R \wedge S \wedge P) \rightarrow Q$ $(V \wedge F \wedge F \wedge F) \rightarrow V$ $F \rightarrow V = V$
6. Hoy es lunes si solo si (no es cierto que (si 4<2 entonces 6<6) y (23+3=7 o 7<10)	$T \leftrightarrow \neg(p \rightarrow r) \wedge (s \vee q) =$ $F \leftrightarrow \neg(F \rightarrow F) \wedge (F \vee V) =$ $F \leftrightarrow \neg(V) \wedge (V) =$ $F \leftrightarrow F \wedge V = F \leftrightarrow F = V$
7. No es cierto que(6<6 y 4<2) si solo si (si 7 <10 entonces 6<6)	$\neg(r \wedge p) \leftrightarrow (q \rightarrow r) =$ $\neg(F \wedge F) \leftrightarrow (V \rightarrow F)=$ $\neg(F) \leftrightarrow (F) =$ $V \leftrightarrow F = F$

Tablas de verdad

Una **tabla de verdad** es una herramienta fundamental en lógica matemática que permite representar todas las posibles combinaciones de verdad (verdadero o falso) de una o más proposiciones, y mostrar el resultado lógico de una expresión o enunciado compuesto.

2^n núm. de proposiciones = núm. de renglones = $2^{3\ \text{prop}}$= 8 renglones: la mitad verdaderos y la mitad falsos. En este ejemplo 4 verdaderos y 4 falsos.

Ejemplos:

Para sacar la tabla de ((P^Q) v R)→P se observa que solo hay 3 proposiciones que son P, Q y R. Se tiene que respetar el orden alfabético.

1

P	**Q**	**R**	**P ^ Q**	$\overline{(P \wedge Q)}$	$\overline{(P \wedge Q)} \vee R$	$(\overline{(P \wedge Q)} \vee R) \rightarrow P$
V	V	V	V	F	V	V
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	F	V	V	F
F	F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V	F

SOLUCION

2

p	**q**	**p→q**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

2^n número de proposiciones = número de renglones = $2^2 = 4$

$\neg p \rightarrow \neg q$

3

p	Q	¬p	¬q	¬p → ¬q
V	V	F	F	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

4

p	q	(p→q)	¬(p→q)
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	F

Equivalencias lógicas y leyes de inferencia

Equivalencias lógicas

Las **equivalencias lógicas** son relaciones entre proposiciones que, aunque se escriban de manera distinta, **significan lo mismo** (tienen las mismas tablas de verdad).

Ejemplo:

$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q \equiv \neg p \vee q$

Esto significa que decir “si p entonces q” es lo mismo que decir “no p o q”.

Ejemplo en lenguaje cotidiano

- Proposición: “Si estudio, entonces apruebo”.
- Equivalente: “No estudio o apruebo”.

  Ambas expresiones siempre tienen el mismo valor de verdad.

1. Demuestra con una tabla de verdad que:

   $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

   (Ley de Morgan)

2. Reescribe en forma equivalente:
   - “Si hace frío, entonces llevo chamarra”.
   - Usando p = “Hace frío”, q = “Llevo chamarra”.

¿Qué son las leyes de inferencia?

Las **leyes de inferencia** son reglas que nos permiten **deducir nuevas proposiciones verdaderas** a partir de proposiciones conocidas como verdaderas. Es decir, nos dicen cómo **razonar lógicamente**.

Nombre de Equivalencia	
Doble negación	$\neg(\neg P) \equiv P$
Conmutativa	$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$; $P \vee Q \equiv Q \vee P$
Asociativa	$(P \wedge Q) \wedge R \equiv P \wedge (Q \wedge R)$
Distributiva	$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
De Morgan	$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$; $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$
Condicional	$P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$
Bicondicional	$P \leftrightarrow Q \equiv (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

Leyes de inferencia

1. Aplica Modus Ponens:
   - Si estudio, entonces apruebo.
   - Estudié.
   - ¿Qué concluyes?

2. Aplica *modus tollens*:
    - Si corro, entonces sudo.
    - No sudé.
    - ¿Qué concluyes?

3. Identifica la regla usada:
    - Si hoy es lunes, entonces hay clase.
    - Hoy es lunes.
    - Conclusión: hay clase.

Lógica de predicados y cuantificadores

Lógica de predicados

La lógica de predicados, también conocida como lógica de primer orden, es una extensión de la lógica proposicional que permite representar afirmaciones más complejas mediante el uso de **predicados**, **variables** y **cuantificadores**. Esta lógica es fundamental en matemáticas, filosofía, informática y lingüística, ya que permite formalizar razonamientos sobre objetos y sus propiedades (Miquel, 2019).

Elementos de la lógica de predicados

Predicados

Un predicado es una función que asigna un valor de verdad a una o más variables. Por ejemplo, el predicado P(x) puede representar "x es par". Los predicados pueden tener una o más variables, y se combinan con conectivos lógicos como $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.

Variables y términos

Las **variables** representan elementos del dominio de discurso. Los **términos** pueden ser variables, constantes o funciones aplicadas a otros términos. Por ejemplo, en la aritmética de Peano, el término s(s(0)) representa el número 2 (Miquel, 2019).

Cuantificadores

Los **cuantificadores** permiten expresar afirmaciones generales o particulares sobre los elementos del dominio.

Cuantificador universal (∀)

Expresa que una propiedad se cumple para todos los elementos del dominio.

- Ejemplo:

$\forall x \in N$, $x+0 = x$ ("Para todo número natural x, x más 0 es igual a x").

Cuantificador existencial (∃)

Indica que existe al menos un elemento que cumple cierta propiedad.

- Ejemplo:

$\exists x \in Z$, x2=4 ("Existe un número entero cuyo cuadrado es 4").

Existencia única (∃!)

Afirma que existe **exactamente un** elemento que cumple la propiedad.

- Ejemplo:

$\exists! x \in R$, $x = 0$ ("Existe un único número real igual a cero").

Negación de cuantificadores

Negar una proposición con cuantificadores implica cambiar el tipo de cuantificador:

- $\neg(\forall x\ P(x)) \equiv \exists x\ \neg P(x)$
- $\neg(\exists x\ P(x)) \equiv \forall x\ \neg P(x)$

Ejemplo:

Negar: "Todos los estudiantes aprobaron"

Se convierte en: "Existe al menos un estudiante que no aprobó".

Fórmulas abiertas y cerradas

Una **fórmula abierta** contiene variables libres, mientras que una **fórmula cerrada** tiene todas sus variables ligadas por cuantificadores. Las fórmulas cerradas pueden evaluarse como verdaderas o falsas en un modelo (Miquel, 2019).

Ejemplos prácticos

1. **Universal**:

$\forall x \in N, x+1>x$ ("Todo número natural es menor que su sucesor").

2. **Existencial**:

$\exists x \in Z, x2 = 9$ ("Existe un número entero cuyo cuadrado es 9").

3. **Negación**:

$\neg(\forall x \in R, x2 \geq 0) \equiv \exists x \in R, x2<0$

Conclusión

La lógica de predicados permite una representación más rica y precisa del razonamiento matemático que la lógica proposicional. Gracias a los cuantificadores y predicados, es posible formalizar teorías completas como la aritmética de Peano o la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel, fundamentales en el desarrollo de las matemáticas modernas (Miquel, 2019).

Aplicación de la lógica

La lógica matemática constituye una herramienta fundamental en distintos campos del conocimiento. En el ámbito de la **informática**, se utiliza para el diseño de algoritmos, lenguajes de programación y circuitos digitales, ya que permite establecer estructuras formales para la resolución de problemas computacionales (Mendoza y Rodríguez, 2019).

En las **ciencias exactas**, la lógica facilita la construcción de demostraciones rigurosas y el análisis de estructuras abstractas, asegurando la validez de los razonamientos matemáticos (Martínez, 2017).

En la **educación**, su enseñanza contribuye al desarrollo del pensamiento crítico, la argumentación y la capacidad de análisis de los estudiantes, al favorecer la identificación de falacias y la construcción de razonamientos sólidos (Perdomo, 2020). Asimismo, fomenta competencias metacognitivas que fortalecen la resolución de problemas en distintos contextos.

Finalmente, en el campo de la **filosofía y las ciencias sociales**, la lógica matemática se aplica en la modelación de procesos de decisión, la teoría de juegos y la inteligencia artificial, lo que refleja su carácter transversal y su impacto en la sociedad contemporánea (Salas y Pineda, 2021).

Referencias

Arroyo Hernández, J., Ramírez Jiménez, J., y Sequeira Chavarría, F. (2018). *Lógica y teoría de conjuntos*. Editorial Universidad Nacional.

Boole, G. (1854). *An investigation of the laws of thought*. Macmillan.

Copi, I. M., Cohen, C., y McMahon, K. (2016). *Introducción a la lógica* (14.ª ed.). Pearson.

Farré, J., Jiménez, J., y Rodríguez, M. (2013). *La lógica matemática como base del pensamiento analítico para las matemáticas y la computación*. Universidad Abierta y a Distancia de México.

Frege, G. (1879). *Begriffsschrift. Verlag von Louis Nebert.*

Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik, 38*, 173-198.

Jiménez, J. (2014). *Aplicaciones de la lógica en la computación y las matemáticas*. Universidad Nacional Autónoma de México.

Johnsonbaugh, R. (1999). *Matemáticas discretas* (4.ª ed.). Editorial Pearson.

Martínez, J. (2017). *Fundamentos de lógica y matemáticas*. Universidad Nacional Autónoma de México.

Mendelson, E. (2010). *Introducción a la lógica matemática* (5.ª ed.). Reverté.

Mendoza, F., y Rodríguez, L. (2019). Aplicaciones de la lógica matemática en la computación. *Revista Colombiana de Matemáticas Aplicadas, 11*(2), 45-58.

Miquel, A. (2019). Teorías y modelos: una introducción a la lógica de primer orden. *Publicaciones Matemáticas del Uruguay, 17*, 195-224. https://pmu.uy/pmu17/pmu17-0195.pdf

Perdomo, C. (2020). El papel de la lógica matemática en la formación del pensamiento crítico. *Revista Latinoamericana de Educación, 14*(27), 89-104.

Russell, B., y Whitehead, A. N. (1913). *Principia Mathematica* (Vol. I–III). Cambridge University Press.

Salas, M., y Pineda, R. (2021). Lógica, modelación y sociedad: aplicaciones contemporáneas. *Revista Iberoamericana de Filosofía y Ciencia, 8*(1), 33-52.