



ANÁLISIS Y APLICACIONES

DE VNA S-A-A-2 EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN
Y SISTEMAS DE COMUNICACIÓN RF



EDICIONES
COMUNICACIÓN
CIENTÍFICA



Luis Nazario Aburto Sayago
Luis Héctor Porrágas Beltrán
Adrián Sánchez Vidal
Francisco López Huerta
Bertilde Ocampo Mata
Luis Felipe Marín Urías
Rogelio de Jesús Portillo Vélez

Análisis y aplicaciones del VNA S-A-A-2 en líneas de transmisión y sistemas de comunicación RF

Ediciones Comunicación Científica se especializa en la publicación de conocimiento científico de calidad en español e inglés en soporte de libro impreso y digital en las áreas de humanidades, ciencias sociales y ciencias exactas. Guía su criterio de publicación cumpliendo con las prácticas internacionales: dictaminación de pares ciegos externos, autenticación antiplagio, comités y ética editorial, acceso abierto, métricas, campaña de promoción, distribución impresa y digital, transparencia editorial e indexación internacional.

Cada libro de la Colección Ciencia e Investigación es evaluado para su publicación mediante el sistema de dictaminación de pares externos y autenticación antiplagio. Invitamos a ver el proceso de dictaminación transparentado, así como la consulta del libro en Acceso Abierto.

www.comunicacion-cientifica.com



[DOI.ORG/10.52501/cc.387](https://doi.org/10.52501/cc.387)



**COMUNICACIÓN
CIENTÍFICA** PUBLICACIONES
ARBITRADAS
HUMANIDADES, SOCIALES Y CIENCIAS



**COLECCIÓN
CIENCIA e
INVESTIGACIÓN**

Análisis y aplicaciones del VNA S-A-A-2 en líneas de transmisión
y sistemas de comunicación RF

Luis Nazario Aburto Sayago

Luis Héctor Porrágas Beltrán

Adrián Sánchez Vidal

Francisco López Huerta

Bertilde Ocampo Mata

Luis Felipe Marín Urías

Rogelio de Jesús Portillo Vélez

Análisis y aplicaciones del VNA S-A-A-2 en líneas de transmisión y sistemas de comunicación RF / Luis Nazario Aburto Sayago y otros.— Ciudad de México : Comunicación Científica, 2026. (Colección Ciencia e Investigación).

297 páginas: ilustraciones ; 23 × 16.5 centímetros

DOI: 1052501/cc.387

ISBN Comunicación Científica: 978-968-9803-00-3

1. Líneas eléctricas. 2. Radiofrecuencia. 3. Circuitos integrados de radiofrecuencia I. Aburto Sayago, Luis Nazario, autor. II. Porrágas Beltrán, Luis Héctor, autor. III. Sánchez Vidal, Adrián, autor. IV. López Huerta, Francisco, autor. V. Ocampo Mata, Bertilde, autora. VI. Marín Urías, Luis Felipe, autor. VII. Portillo Vélez, Rogelio de Jesús, autor.

LC: TK3221 A53

DEWEY: 621.3192 A53

La titularidad de los derechos patrimoniales y morales de esta obra pertenece a los autores D. R. © Luis Nazario Aburto Sayago, Luis Héctor Porrágas Beltrán, Adrián Sánchez Vidal, Francisco López Huerta, Bertilde Ocampo Mata, Luis Felipe Marín Urías y Rogelio de Jesús Portillo Vélez, 2026. Reservados todos los derechos conforme a la Ley. Su uso se rige por una licencia Creative Commons BY-NC-ND 4.0 Internacional, <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.es>

Primera edición, 2026

Diseño de portada: Francisco Zeledón • Interiores: Guillermo Huerta

Ediciones Comunicación Científica, S. A. de C. V., 2026,

Av. Insurgentes Sur 1602, piso 4, suite 400,

Crédito Constructor, Benito Juárez, 03940, Ciudad de México,

Tel.: (52) 55-5696-6541 • Móvil: (52) 55-4516-2170

info@comunicacion-cientifica.com • www.comunicacion-cientifica.com

 [comunicacioncientificapublicaciones](#)  [@ComunidadCient2](#)

ISBN CC: 978-968-9803-00-3

DOI: 10.52501/cc.387



Esta obra fue dictaminada mediante el sistema de pares ciegos externos.

El proceso transparentado puede consultarse, así como el libro en acceso abierto, en

<https://doi.org/10.52501/cc.387>

Índice

Presentación.....	11
Prólogo	13
Introducción.....	15
Capítulo 1. Líneas de transmisión.....	17
Fundamentos de una línea de transmisión	17
Tipos de líneas de transmisión	18
Parámetros de una línea de transmisión	22
Carta de Smith	40
Capítulo 2. Circuitos de radio frecuencia	47
Circuitos resonantes.....	47
Análisis de filtros en circuitos de rf.....	49
Resonancia en componentes sin pérdidas	54
Diseño de filtros RF	64
Resolución de ejercicios	88
Capítulo 3. Redes de dos puertos y parámetros de dispersión.....	109
Parámetros de red	111
Parámetros S	122
Resolución de ejercicios	143
Capítulo 4. Analizador de redes	159
Analizadores de redes: sna y vna	159
Las principales funciones del vna	161
Especificaciones NanoVNA S-A-A-2	165
Comparativa entre VNA convencionales y el NanoVNA S-A-A-2	166
Detalles específicos del NanoVNA S-A-A-2.....	169

Capítulo 5. Pruebas y validación.....	175
Metodología de validación	176
Caracterización de líneas de transmisión	178
Análisis circuitos de RF	183
Análisis de redes de dos puertos	226
Conclusión	256
Consideraciones finales.....	258
Recomendaciones y perspectivas futuras.....	259
Formulario	261
Anexos.....	271
Anexo 1	271
Anexo 2	272
Anexo 3	274
Anexo 4	275
Anexo 5	277
Anexo 6	282
Referencias	287
Sobre los autores.....	291

Resumen

Este libro aborda el análisis, diseño y caracterización de líneas de transmisión, circuitos de radiofrecuencia y redes de dos puertos mediante un enfoque integral que combina teoría, simulación y validación experimental. Su eje central es el uso del analizador vectorial de redes (VNA), en particular el analizador NanoVNA S-A-A-2, como herramienta fundamental para obtener e interpretar parámetros eléctricos en sistemas de comunicación RF. Se conjugan gradualmente los prolegómenos teóricos con experimentos de laboratorio, para que el lector no solo pueda concebir los conceptos, sino caracterizar los componentes o sistemas a través de la medición, interpretación y validación del comportamiento de los componentes y redes de RF, utilizando una instrumentación de bajo costo.

En el capítulo 1 se revisan los componentes teóricos claves en el estudio y caracterización de las líneas de transmisión: clasificación, parámetros característicos, constantes de propagación y modelos equivalentes, representación en la carta de Smith. Los medios físicos considerados son el cable coaxial, el par trenzado y la fibra óptica, en los cuales se enfatiza la impedancia característica, las pérdidas y propiedades dieléctricas de los materiales.

El capítulo 2 considera el estudio, diseño y caracterización de los circuitos básicos de radiofrecuencia: circuitos resonantes y filtros de RF. Se revisan los conceptos *resonancia*, *factor de calidad*, *ancho de banda*, *respuesta en frecuencia* y *escala en decibelios*, para su posterior aplicación en el modelado o caracterización a través de la resolución de ejemplos y ejercicios prácticos.

En el capítulo 3 se estudian las redes de dos puertos considerando los parámetros utilizados para su caracterización (Z , Y , H , G , S), se da un mayor énfasis a los parámetros de dispersión o parámetros S , ya que permiten describir la respuesta de redes y dispositivos en alta frecuencia; también se ilustran sus aplicaciones en el análisis de adaptadores, filtros y otros bloques funcionales de los sistemas de RF.

En el capítulo 4 se ofrece una introducción sistemática a los analizadores de redes, partiendo desde los analizadores escalares hasta los analizadores vectoriales modernos, como uno de los principales aportes del libro. Se hace una descripción detallada de la arquitectura y el principio de funcionamiento del NanoVNA S-A-A-2, sus especificaciones,

su interfaz de usuario y su integración con diferentes programas como el NanoVNA-Saver, entre otros. Se realiza una comparativa entre analizadores de redes convencionales y el NanoVNA S-A-A-2, justificando su uso como herramienta didáctica y de investigación aplicada.

El capítulo 5 presenta una metodología de validación experimental orientada a caracterizar líneas de transmisión, circuitos de RF y redes de dos puertos utilizando el NanoVNA S-A-A-2, al documentar ordenadamente los procedimientos de calibración, montajes experimentales, estrategias de medición y el análisis de los resultados, para que el lector pueda reproducir y adaptar sus necesidades en diferentes entornos de laboratorio.

Para concluir, se reflexiona sobre los alcances y limitaciones del instrumento empleado y del enfoque propuesto, también se realizan recomendaciones y perspectivas futuras para el uso y aplicación práctica de los VNA de bajo costo en la enseñanza, investigación y ejercicio profesional.

Palabras clave: *líneas de transmisión, filtros, parámetros S, Nano VNA.*

Presentación

Este libro surge como respuesta a la necesidad de contar con un material técnico que integre de manera clara y estructurada los fundamentos teóricos de las líneas de transmisión y los sistemas de radiofrecuencia con un análisis práctico y experimental. El desarrollo del libro representa la extensión de un trabajo de experiencia recepcional en la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Veracruzana región Veracruz, congruente con las líneas de generación y aplicación del conocimiento de los cuerpos académicos UV-CA501 Sistemas Eléctricos y Electrónicos y UV-CA415 Sistemas Dinámicos Autónomos, orientado a fortalecer la calidad académica.

En el ámbito académico, el estudio de estos temas suele abordarse desde modelos matemáticos ideales o simulaciones computacionales, dejando en segundo plano la validación experimental. Este libro propone un enfoque diferente: establecer una metodología sistematizada que permita diseñar, simular, medir y validar circuitos y sistemas RF, utilizando el analizador vectorial de redes (VNA) como instrumento principal de caracterización. Por esta razón, un elemento distintivo de esta obra es la incorporación del NanoVNA S-A-A-2 como herramienta didáctica y profesional, demostrando con ello su viabilidad para aplicaciones académicas y de laboratorio. Esta elección busca fomentar la experimentación práctica y reducir la dependencia de equipos costosos, sin sacrificar rigor técnico ni precisión en los resultados, en el marco de estudios sistemáticos teóricos prácticos respecto a las líneas de transmisión y a los circuitos y redes de radiofrecuencia (RF).

El contenido se desarrolla de forma progresiva, inicia con los conceptos fundamentales de las líneas de transmisión y avanza hacia el análisis de circuitos resonantes, filtros y redes de dos puertos. Cada capítulo incluye ejemplos prácticos y ejercicios resueltos, reforzados con simulaciones y mediciones reales, lo que permite al lector comprender el impacto de los parámetros físicos y las pérdidas presentes en sistemas reales.

En conjunto, no solo se pretende transmitir conocimiento, sino también promover una forma de análisis basada en la comparación crítica entre teoría, simulación y medición, fortaleciendo así la formación técnica y la capacidad para enfrentar problemas reales en sistemas de comunicación modernos.

Prólogo

El análisis de líneas de transmisión y sistemas de radiofrecuencia es uno de los pilares fundamentales en la formación y el ejercicio profesional del ingeniero en electrónica y comunicaciones. A medida que las tecnologías de telecomunicaciones han evolucionado hacia frecuencias cada vez más altas y sistemas más complejos, la correcta caracterización, medición e interpretación del comportamiento de estos sistemas se ha vuelto una necesidad técnica ineludible. Este libro busca convertirse en una bibliografía fundamental para los estudiantes que estén interesados en cursar una ingeniería en las áreas de electrónica y comunicaciones, telecomunicaciones y diseños electrónicos o de telemática (informática y telecomunicaciones). El contenido de este libro ha sido estructurado para fortalecer las competencias en el área de radiofrecuencia. Asimismo, se pretende que sirva como material de apoyo en cursos de líneas de transmisión, RF y microondas, y que sea una referencia práctica para el trabajo en laboratorio y el desarrollo de proyectos.

Se desarrollan cinco temas fundamentales para cubrir totalmente una asignatura que esté dentro de las carreras profesionales mencionadas, particularmente en las asignaturas Líneas de Transmisión, Diseño Electrónico de Radio Frecuencia, Transmisión y Propagación de Ondas Electromagnéticas, entre otras. Esto puede variar según la institución o universidad en la que se imparta, pero su contenido y los temas que deben de ser tratados o cubiertos son prácticamente los mismos. Estos temas se desarrollan de forma progresiva considerando los fundamentos de las líneas de transmisión, los circuitos resonantes y de filtrado en RF, así como el análisis de redes mediante parámetros de dispersión. Cada concepto teórico se acompaña de ejemplos prácticos, ejercicios resueltos, simulaciones en *software* especializado y mediciones experimentales reales, lo que permite contrastar resultados, identificar discrepancias y comprender el impacto de los fenómenos físicos no ideales presentes en sistemas reales. Con *Análisis y aplicaciones del VNA S-A-A-2 en líneas de transmisión y sistemas de comunicación RF* se hace evidente la necesidad de integrar sistemáticamente la teoría, simulación y experimentación práctica en el análisis de líneas de transmisión, circuitos de radiofrecuencia y redes de dos puertos, haciendo uso de un analizador vectorial de redes (VNA) como herramienta central de caracterización. En particular, se integra el

analizador NanoVNA S-A-A-2, un instrumento de bajo costo y alta portabilidad que ha permitido el acceso a mediciones vectoriales avanzadas, de modo que se puedan realizar análisis confiables sin depender exclusivamente de equipos de laboratorio de alto costo. Por lo tanto, es de vital importancia que el estudiante sea capaz de entender, analizar y caracterizar los espectrogramas que se obtiene de un VNA.

Es importante hacer énfasis en que se ha abordado el estudio de estos temas desde una perspectiva predominantemente teórica, apoyada en modelos matemáticos y simulaciones computacionales. Si bien estos enfoques son indispensables para comprender sus fundamentos, en muchos casos existe una brecha significativa entre la teoría, la simulación y la validación experimental, particularmente en el entorno académico, donde el acceso a instrumentación especializada suele ser limitado. Más que un texto meramente descriptivo, se propone una metodología de análisis y validación, orientada a la interpretación crítica de resultados y a la correcta toma de decisiones de diseño. Se busca que el lector no solo aprenda a utilizar un VNA, sino que comprenda qué se está midiendo, por qué se mide de esa forma y cómo debe traducir esas mediciones en información útil para la caracterización de un sistema de comunicación.

Finalmente, *Análisis y aplicaciones del VNA S-A-A-2 en líneas de transmisión y sistemas de comunicación RF* refleja la convicción de que la ingeniería se comprende plenamente cuando la teoría se confronta con la realidad experimental. En ese sentido, la integración del análisis matemático, la simulación y la medición práctica no solo fortalecen el aprendizaje, sino que preparan al lector para enfrentar los retos reales del diseño y la caracterización de sistemas de comunicación modernos.

Mtro. Catarino Alor Aguilar

Académico adscrito a la Facultad de Ingeniería Mecánica Eléctrica,

Universidad Autónoma de Nuevo León

Monterrey, Nuevo León

15 de enero de 2026

Introducción

El estudio de las líneas de transmisión y los sistemas de radiofrecuencia es esencial dentro de la ingeniería electrónica y de comunicaciones, particularmente en un contexto tecnológico donde la transmisión de información a altas frecuencias es cada vez más predominante. Desde los sistemas de telecomunicaciones y redes de datos hasta aplicaciones en instrumentación, radar y enlaces inalámbricos, el correcto análisis y caracterización de estos sistemas resulta indispensable para garantizar su funcionamiento eficiente y confiable.

A diferencia de los circuitos de baja frecuencia, los sistemas que operan en el dominio de la radiofrecuencia presentan fenómenos particulares asociados a la propagación de ondas electromagnéticas, tales como reflexiones, atenuación, desfases, resonancias y pérdidas distribuidas. Estos efectos obligan a abandonar los modelos de elementos concentrados y a adoptar herramientas de análisis específicas, como las líneas de transmisión, los parámetros de dispersión y el estudio de redes de dos puertos.

En este contexto, el analizador vectorial de redes (VNA) se consolida como uno de los instrumentos más importantes para el análisis de sistemas RF, ya que permite medir con precisión tanto la magnitud como la fase de las señales, proporcionando con ello información clave sobre el comportamiento real de un dispositivo o sistema bajo prueba. Sin embargo, el uso adecuado de este instrumento no solo requiere familiaridad con su operación, sino también una profunda comprensión de los conceptos teóricos que sustentan las mediciones obtenidas.

El presente libro tiene como objetivo principal proporcionar al lector una visión integral del análisis de líneas de transmisión y sistemas de radiofrecuencia, integrando de manera coherente la teoría electromagnética y de circuitos, la simulación computacional y la validación experimental. Para ello, se desarrolla una metodología sistematizada que permite diseñar, analizar, medir y caracterizar distintos sistemas RF, enfatizando la correcta interpretación de los resultados obtenidos mediante un analizador vectorial de redes.

Un aspecto distintivo de esta obra es la incorporación del NanoVNA S-A-A-2 como herramienta central de medición. Debido a su bajo costo y portabilidad, este dispositivo

es una alternativa viable a los analizadores vectoriales convencionales, que permite acercar la experimentación práctica a entornos académicos y de laboratorio con recursos limitados. A lo largo de este libro se demuestra que, mediante una correcta calibración y metodología de medición, es posible obtener con esta herramienta resultados confiables y reproducibles que se correlacionan adecuadamente con los modelos teóricos y las simulaciones.

El contenido se estructura de forma progresiva. En los primeros capítulos se abordan los fundamentos de las líneas de transmisión, sus parámetros eléctricos y los fenómenos asociados a la propagación de señales. Posteriormente, se analizan circuitos de radiofrecuencia, incluyendo resonadores y filtros, así como redes de dos puertos y parámetros de dispersión. Finalmente, se presentan casos de estudio donde se integran el análisis teórico, la simulación y la medición experimental, para validar los conceptos desarrollados a lo largo de la obra.

En síntesis, esta obra no solo busca transmitir conocimientos técnicos, sino también fomentar una forma de análisis basado en la correlación entre teoría, simulación y medición, lo que posibilita una comprensión más profunda y realista del comportamiento de los sistemas de comunicación en radiofrecuencia.

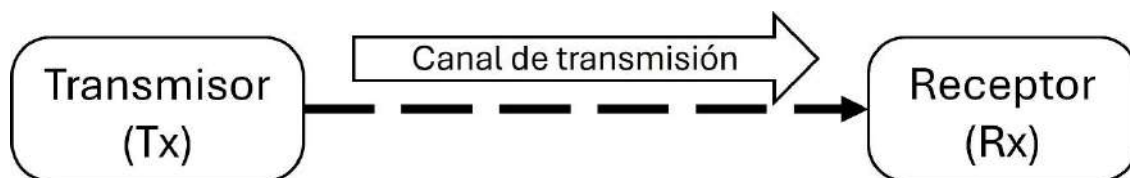
Capítulo 1. Líneas de transmisión

Entre los diversos sistemas de comunicación que existen para distribuir las señales de información, las líneas de transmisión ocupan un lugar importante por su facilidad y capacidad para transmitir múltiples señales. En este capítulo se describen, en términos generales, las características de los tipos de líneas de transmisión, aplicaciones y rangos de frecuencias en los cuales trabajan cada tipo de línea de transmisión. En este capítulo trataremos aspectos importantes de las líneas de transmisión en el rango de radiofrecuencias y microondas; se explicarán las unidades de medidas que se utilizan en los sistemas de comunicación para el análisis y su aplicación en cualquier etapa de una línea de transmisión; también abordaremos temas como las ecuaciones de las líneas de transmisión, impedancia característica, velocidad de fase, onda estacionaria, coeficiente de reflexión y razón de onda estacionaria, que ayudan a determinar el grado de acoplo o desacoplo entre las diferentes etapas de un sistema de comunicaciones, además de algunas aplicaciones.

Fundamentos de una línea de transmisión

Una línea de transmisión es el medio por el cual se le permite a la información generada por un transmisor (Tx) llegar a un receptor (Rx) dentro de un sistema de comunicación. En los sistemas de comunicación por líneas de transmisión existe una conexión física entre el transmisor y el receptor: la línea de transmisión es el medio o canal por el cual se propagan las señales (figura 1.1).

Figura 1.1. *Sistemas de comunicación por líneas de transmisión*



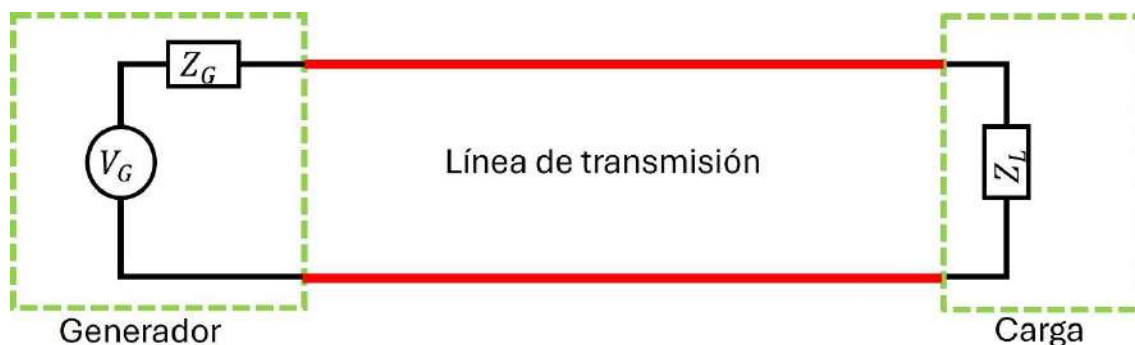
Fuente: elaboración propia.

En los sistemas de comunicaciones, las líneas de transmisión encuentran numerosas aplicaciones no solo en el transporte de señales entre una fuente y una carga,

sino también como circuitos resonantes, filtros y acopladores de impedancia. Algunas de las aplicaciones más comunes incluyen el transporte de señales telefónicas, datos y televisión, así como la conexión entre transmisores y antenas y entre estas y receptores (Pérez et al., 2007).

Las líneas de transmisión son estructuras o medios a través que permiten el confinamiento y guía de las señales desde un punto de origen (generador) hacia un punto de destino (carga) a cierta distancia (figura 1.2).

Figura 1.2. Estructura de una línea de transmisión



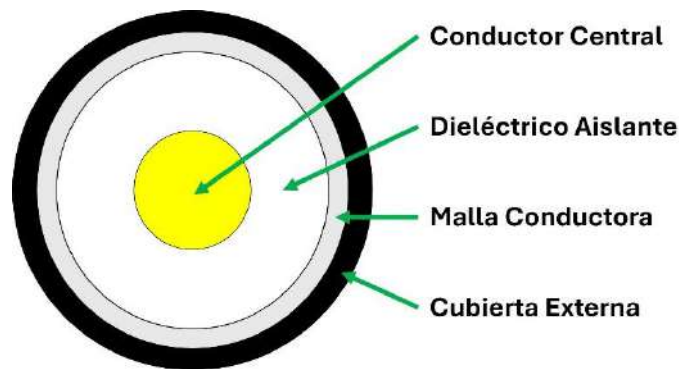
Fuente: elaboración propia.

Tipos de líneas de transmisión

Por línea de transmisión se entiende el medio a través del cual transita una señal de un punto a otro. Basándonos en esta idea, existen varios medios que se pueden considerar como una línea de transmisión, las más usadas en los sistemas de comunicación son el cable coaxial, las líneas bifilares o de cables paralelos, el par trenzado, las microcintas y el cable de fibra óptica.

- **Cable coaxial:** está compuesto por un conductor central de cobre, rodeado por un dieléctrico aislante, una malla conductora que actúa como un blindaje y una cubierta externa (figura 1.3). Las características principales de un cable coaxial son su resistencia a interferencias electromagnéticas, así como sus impedancias de 50Ω y 75Ω y baja atenuación de señal.

Figura 1.3. Corte transversal del cable coaxial

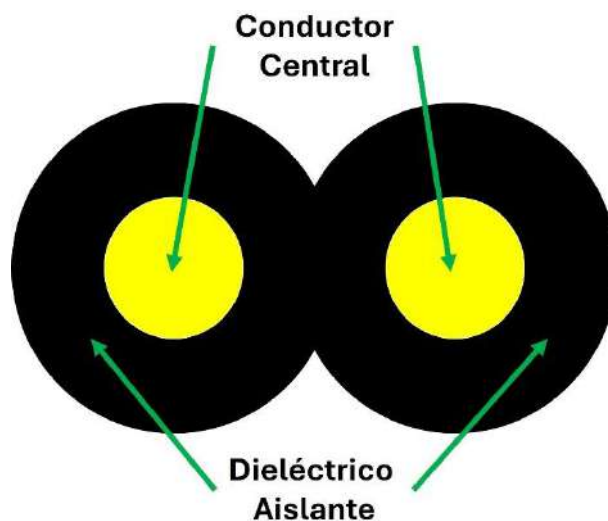


Fuente: elaboración propia.

En las aplicaciones en electrónica y sistemas de comunicación, el cable coaxial comúnmente se utiliza en la transmisión de señales de televisión (TDT y satelitales), redes de datos, conexiones entre antenas y dispositivos transmisores y receptores, lo que garantiza una transmisión confiable y de baja atenuación o de alta calidad.

- **Líneas bifilares o de cables paralelos:** están compuestas por dos conductores paralelos separados por un dieléctrico (figura 1.4). Sus características generales incluyen una impedancia que varía según la separación y el diámetro de los conductores, además son más económicas y tienen menor pérdida en frecuencias que el coaxial hasta 100 MHz.

Figura 1.4. Corte transversal del cable bifilar



Fuente: elaboración propia.

- **Par trenzado:** el cable de par trenzado consta de dos conductores de cobre trenzados entre sí, lo que minimiza la interferencia electromagnética y mejora la transmisión de datos. Sus características generales son las siguientes:
 - En su estructura cada par trenzado está aislado con polietileno, lo cual ayuda al trenzado a mantener la estabilidad física y eléctrica a lo largo del cable.
 - Tiene una alta capacidad de transmisión de datos y una buena relación señal-ruido.
 - Existen variantes del par trenzado (figura 1.5), como lo es el UTP (sin blindaje), STP (con blindaje) y FTP (con lámina protectora), cada uno con diferentes niveles de protección contra interferencias.
 - Generalmente la impedancia de este tipo de cables es de 100 Ω para UTP, 120 Ω para FTP y 150 Ω para STP.

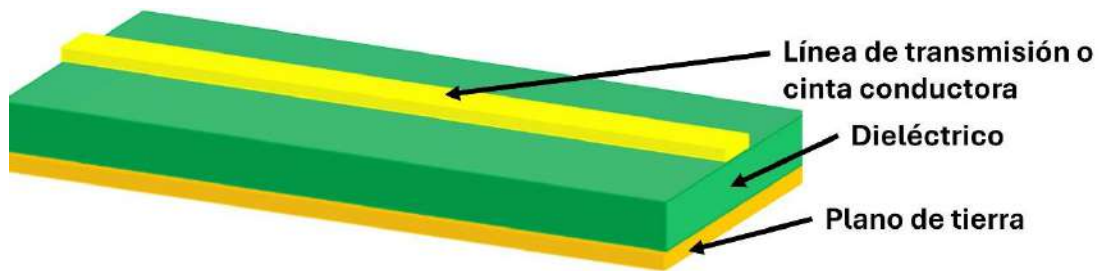
Figura 1.5. *Tipos de par trenzado*



Fuente: elaboración propia. propia.

- **Microcinta:** es una línea de transmisión que consiste en una franja conductora sobre un sustrato de material dieléctrico, en algunos casos suele contar con un plano de tierra en la parte inferior (figura 1.6), lo cual perime la transmisión eficiente de señales; esto facilita su integración en circuitos impresos, comúnmente su impedancia se encuentra alrededor de los 50 Ω .

Figura 1.6. *Microcinta*



Fuente: elaboración propia.

Estas líneas son dispositivos que se utilizan mucho en la electrónica, ya que permiten, de acuerdo con su configuración, crear varios elementos, como filtros, resonadores, acopladores, antenas (Capacho et al., s.f.).

- **Cable de fibra óptica:** el cable de fibra óptica está compuesto por plástico o filamentos de fibra de vidrio, el cual transmite los datos mediante luz, sus principales características son de que tiene baja atenuación, tiene un ancho de banda alto, permitiendo transmitir grandes cantidades de datos superando los 10 Gbps, la fibra óptica es utilizada esencialmente para la transmisión de datos donde es necesaria alta velocidad y confiabilidad de transmisión (figura 1.7).

Figura 1.7. *Cable de fibra óptica*



Fuente: elaboración propia.

Parámetros de una línea de transmisión

En los sistemas de comunicación, las líneas de transmisión son esenciales para permitir la transmisión eficiente de una señal entre diferentes puntos. Su desempeño se ve influenciado por varios parámetros eléctricos y físicos, como el efecto piel, la tangente de pérdida y las propiedades de los materiales; también tenemos otro tipo de parámetros conocidos como parámetros primarios: resistencia (R), inductancia (L), capacitancia (C) y conductancia (G), los cuales influyen en la distribución comportamiento de la señal a lo largo de la línea de transmisión. Además, en el análisis de una línea de transmisión es crucial considerar la frecuencia (f), que representa el número de ciclos por segundo de una señal, que se mide en hercios (Hz). En conjunto, estos parámetros permiten caracterizar las propiedades de una línea de transmisión y comprender cómo afecta el comportamiento de la señal en función de la frecuencia. A medida que la frecuencia se modifica, la propagación de la señal, la resistencia efectiva y las reflexiones en la línea de transmisión también se ven afectadas.

Efecto piel

El efecto piel es un fenómeno en el que en las frecuencias altas la corriente alterna (CA) tiende a concentrarse en la superficie de un conductor en lugar de fluir uniformemente por toda su sección transversal. Este fenómeno se debe a la inducción electromagnética que produce una mayor oposición al flujo de corriente en el centro del conductor a medida que aumenta la frecuencia. La profundidad de penetración de la corriente, denominada profundidad de piel o simplemente δ , está definida por la ecuación 1.1:

$$\ell = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (1.1)$$

Donde:

ω = velocidad angular

μ = permeabilidad del medio

σ = conductividad del dieléctrico

A medida que la frecuencia de operación aumenta, la profundidad del efecto piel (δ o ℓ) disminuye reduciendo con ello la sección efectiva del conductor disponible para la corriente. Esto provoca un incremento en la resistencia efectiva del conductor, ya que la corriente fluye únicamente en una capa superficial más delgada. En aplicaciones prácticas, este efecto se vuelve especialmente relevante en sistemas de alta frecuencia.

Velocidad angular

La velocidad angular de una señal es una propiedad clave en la descripción de la propagación de ondas electromagnéticas y se relaciona directamente con la frecuencia de la señal. La velocidad angular se define con la ecuación 1.2:

$$\omega = 2\pi f \quad (1.2)$$

Donde:

f = frecuencia de la señal (Hz)

La velocidad angular es esencial para el cálculo de la constante de fase y en la formulación de ecuaciones que describen la propagación en la línea de transmisión. Esta propiedad determina cómo se comporta la señal conforme se propaga a lo largo de la línea, afectando tanto su velocidad de propagación como la fase de la señal en relación con la frecuencia.

Tangente de pérdida

La tangente de pérdida es un parámetro que mide las pérdidas en un dieléctrico debido a la absorción de energía, la cual se disipa en forma de calor. La tangente de pérdida es una propiedad crucial en líneas de transmisión, donde los dieléctricos entre conductores pueden provocar pérdidas significativas. Se define con la ecuación 1.3.

$$\tan \delta = \frac{\sigma_d}{\omega \epsilon_r} \quad (1.3)$$

Donde:

σ = conductividad del dieléctrico

ω = velocidad angular

ϵ_r = permitividad del dieléctrico

Un dieléctrico ideal no debería permitir el flujo de corriente, sin embargo, en la práctica, los dieléctricos reales presentan cierta conductividad, lo cual resulta en pérdidas que afectan la atenuación de la señal en la línea de transmisión.

Constantes de conductividad y dieléctricas

Las constantes de conductividad y dieléctricas son fundamentales para comprender el comportamiento de los materiales en una línea de transmisión. La conductividad (σ) y la permitividad relativa (ϵ_r) varían dependiendo del material.

Conductividad

La conductividad eléctrica de un material indica su capacidad para permitir el paso de corriente eléctrica. Los materiales con alta conductividad, como el cobre y el aluminio, son ideales para minimizar las pérdidas resistivas, mientras que los dieléctricos, como el aire o algunos plásticos, presentan conductividades muy bajas o despreciables, lo que permite su uso como aislantes entre conductores. A frecuencias altas, los efectos de la conductividad también influyen en las pérdidas de la señal debido al aumento del efecto piel. Para determinar la conductividad de un dieléctrico se emplea la ecuación 1.4:

$$\sigma_d = \omega \epsilon_T \tan \delta \quad (1.4)$$

Donde:

ω = velocidad angular

ϵ_T = permitividad

$\tan \delta$ = tangente de pérdida

Permitividad relativa

La permitividad relativa es la medida de la capacidad de un material para almacenar carga en presencia de un campo eléctrico. Los dieléctricos comunes, como el teflón, el vidrio y algunos polímeros, tienen diferentes valores de ϵ_r que afectan directamente la velocidad de propagación de la señal en la línea. Un valor de permitividad alto disminuye la velocidad de la señal debido al aumento en la capacidad de almacenamiento de carga.

Las tablas de constantes de conductividad (tabla 1.1) y constantes dieléctricas (tabla 1.2) son recursos útiles para el diseño y análisis de líneas de transmisión, ya que permiten seleccionar materiales adecuados para aplicaciones específicas.

Tabla 1.1. *Conductividad de los principales conductores*

Conductor	$\sigma(S/m)$
Fierro (hierro)	1.03×10^7
Níquel	1.45×10^7
Latón	1.50×10^7
Zinc	1.67×10^7
Tungsteno	1.82×10^7
Aluminio	3.82×10^7
Oro	4.10×10^7
Cobre	5.80×10^7
Plata	6.17×10^7

Nota. El valor recíproco de la conductividad se denomina resistividad y sus unidades son Ω/m .

Fuente: Neri y Porragas (2013, p. 45).

Tabla 1.2. *Constante dieléctrica o permitividad relativa y tangente de pérdida de algunos aislantes*

Dieléctrico	ϵ_r	$\tan \delta$
Aire	1.0005	—
Alcohol etílico	25	100.00×10^{-3}
Óxido de aluminio	8.8	0.60×10^{-3}
Baquelita	4.74	22.00×10^{-3}
Dióxido de carbono	1.001	—
Vidrio	4 – 7	2.00×10^{-3}
Hielo	4.2	50.00×10^{-3}
Mica	5.4	0.60×10^{-3}
Nylon	3.5	20.00×10^{-3}
Papel	3	8.00×10^{-3}
Plexiglás	3.45	30.00×10^{-3}
Polietileno	2.26	0.20×10^{-3}
Polipropileno	2.25	0.30×10^{-3}
Poliestireno	2.56	0.05×10^{-3}
Porcelana	6	14.00×10^{-3}
Vidrio Pyrex	4	0.60×10^{-3}
Cuarzo	3.8	0.75×10^{-3}
Hule	2.5 – 3	2.00×10^{-3}
Nieve	3.3	500.00×10^{-3}
Tierra seca	2.8	50.00×10^{-3}
Teflón	2.1	0.30×10^{-3}
Madera seca	1.5 – 4	10.00×10^{-3}

Fuente: Neri y Porragas (2013, p. 48).

Determinación de frecuencia de operación

Es importante identificar la frecuencia de operación de una línea de transmisión: se clasifica en alta o baja en función del efecto piel y el radio de la línea de transmisión.

A bajas frecuencias, la resistencia y la capacitancia son los parámetros más significativos, pues la resistencia controla las pérdidas resistivas en el conductor, mientras que la capacitancia afecta la capacidad de almacenamiento de carga. A altas frecuencias, el efecto piel se vuelve predominante, junto con la tangente de pérdida en el dieléctrico.

En esta región de frecuencia, la inductancia y la conductancia también toman un papel importante debido a la creciente complejidad en el comportamiento electromagnético de la línea.

Las frecuencias bajas son adecuadas para aplicaciones de transmisión de voz o señales de baja velocidad, mientras que las frecuencias altas son comunes en aplicaciones de microondas y telecomunicaciones avanzadas. Para determinar si una línea de transmisión trabaja a alta o baja frecuencia se utiliza la condición 1.5:

$$\begin{cases} LF, & \ell < r \\ HF, & \ell \geq r \end{cases} \quad (1.5)$$

Donde:

LF = baja frecuencia

HF = alta frecuencia

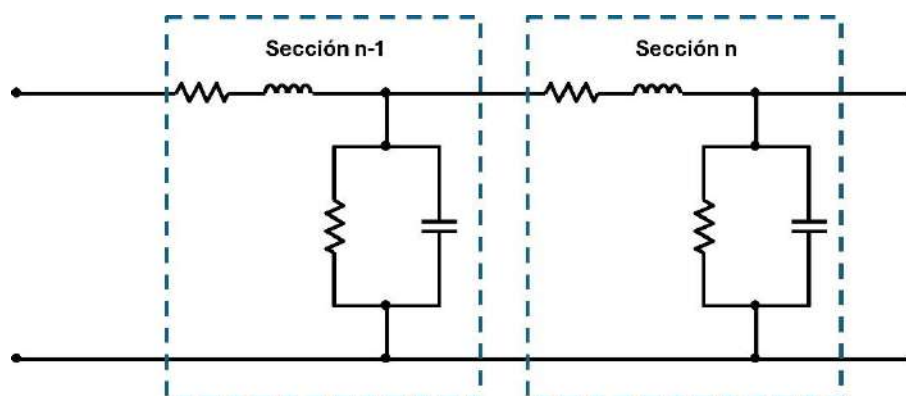
ℓ = efecto piel

r = radio de la línea de transmisión

Parámetros primarios

Para el análisis de una línea de transmisión, los parámetros primarios ayudan a describir el comportamiento de la línea en función de su geometría, materiales y frecuencia de operación. Estos parámetros se consideran distribuidos a lo largo de la línea, en lugar de concentrarse en un solo punto, lo que permite modelar la transmisión de señales de manera precisa. En el modelo de parámetros distribuidos (figura 1.8) se emplean elementos agrupados de circuito R, L, C y G . En la tabla 1.3 se muestran las ecuaciones para determinar estos parámetros para líneas bifilares y coaxiales.

Figura 1.8. Línea de transmisión con parámetros distribuidos



Fuente: elaboración propia.

Tabla 1.3. Parámetros primarios del coaxial y la línea bifilar en L.F y H.F

Parámetros por unidad de longitud	Línea bifilar		Línea coaxial	
	Baja frecuencia	Alta frecuencia	Baja frecuencia	Alta frecuencia
Inductancia (L) H/m	$L = \frac{\mu}{\pi} \left[\frac{1}{4} + A \right]$	$L = \frac{\mu}{\pi} [A]$	$L = \frac{\mu}{2\pi} \left\{ B \left[C \ln \left(\frac{c}{b} \right) \right] \right\}$ $B = \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{4} + D$ $C = b^2 - 3c^2 + F$ $D = \frac{1}{4(c^2 - b^2)}$ $F = \frac{4c^4}{(c^2 - b^2)}$	$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{b}{a} \right)$
Resistencia (R) Ω/m	$R = \frac{2}{\sigma_c \pi a^2}$	$= \frac{1}{\pi a \ell \sigma_c}$	$R = \frac{1}{\pi \sigma_c} (A)$ $A = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2 - b^2}$	$R = \frac{1}{2\pi \delta \sigma_c} (B)$ $B = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
Capacitancia (C) F/m	$C = \frac{\pi \epsilon}{\cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)}$		$C = \frac{2\pi \epsilon}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)}$	
Conductancia (G) $1/\Omega m$	$G = \frac{\pi \sigma_d}{\cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)}$		$G = \frac{2\pi \sigma_d}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)}$	

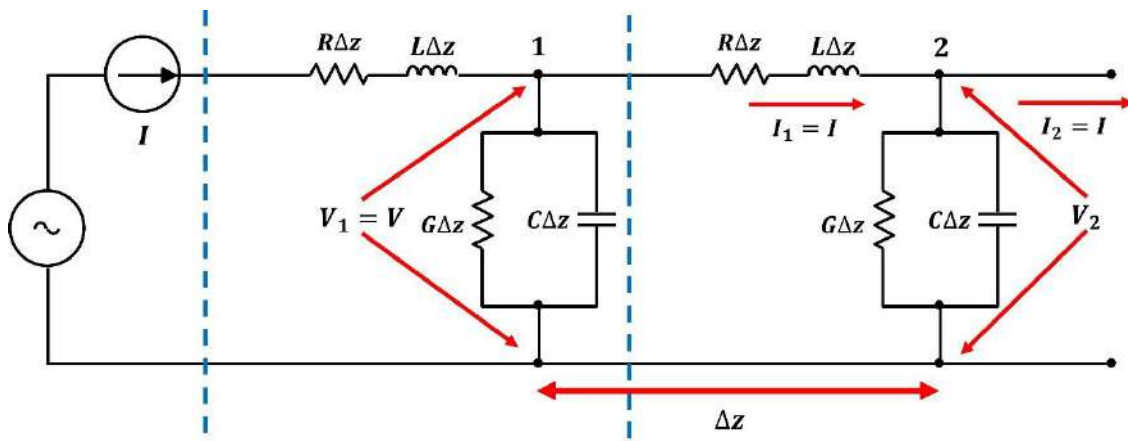
Fuente: elaboración propia.

Ecuación de la línea de transmisión y parámetros secundarios

La propagación de una señal en una línea de transmisión se describe mediante la ecuación del telegrafista, la cual relaciona las variables de voltaje y corriente a lo largo de la línea con sus parámetros primarios (R, L, C, G), que se encuentran distribuidos a lo largo de la línea en donde encontramos la resistencia (R) y la inductancia (L) en serie, en la que están asociadas a las propiedades del material conductor, así como la capacitancia (C) y la conductancia (G) distribuidas en paralelo, originadas por el dieléctrico entre los conductores. Este modelo permite analizar cómo las imperfecciones en los materiales, como la resistencia del conductor y las pérdidas en el dieléctrico, afectan el comportamiento de la línea.

El modelo equivalente de una línea de transmisión (figura 1.9) se representa como un conjunto de pequeñas secciones de longitud Δz , donde los parámetros distribuidos se encuentran localizados. Al conectar en cascada un número suficiente de estas secciones, se puede modelar con precisión la longitud total de la línea. Este enfoque permite estudiar fenómenos como la atenuación, la dispersión y la reflexión de señales, proporcionando una base fundamental para el diseño y análisis de sistemas de transmisión en alta frecuencia.

Figura 1.9. Circuito equivalente de una línea de transmisión de dos conductores



Fuente: elaboración propia.

El análisis del modelo de una línea de transmisión requiere considerar las ecuaciones de los campos eléctrico y magnético junto con las condiciones de frontera, lo que puede resultar complejo y laborioso. Sin embargo, este procedimiento es valioso

porque permite representar una línea de transmisión de cualquier longitud mediante un modelo de circuito equivalente, facilitando pruebas experimentales en un entorno controlado, como un laboratorio.

Además, se puede demostrar que este modelo satisface las ecuaciones de voltaje y corriente de una línea de transmisión de dos conductores. Al realizar un análisis de malla entre los terminales del modelo, se obtienen relaciones que validan su correspondencia con el comportamiento físico real de la línea, partiendo de esto se tiene:

$$V_2 - V_1 = -I_1 R \Delta z - L \frac{\partial I_1}{\partial t} \Delta z \quad (1.6)$$

Considerando $V_1 = V$. Tenemos que:

$$V_2 = V + \Delta V = V + \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right) \Delta z \quad (1.7)$$

Con lo cual:

$$V_2 - V_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right) \Delta z \quad (1.8)$$

Sustituyendo la ecuación 1.8 en 1.6 se tiene:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z} \right) \Delta z = -I_1 R \Delta z - L \frac{\partial I_1}{\partial t} \Delta z \quad (1.9)$$

Las variables V e I , son funciones de (z, t) . Ahora analizando el nodo número 2:

$$I_1 = I_c + I_g + I_2 \quad (1.10)$$

$$I_1 = I \quad (1.11)$$

$$I_2 = \left(I + \frac{\partial I}{\partial z} \Delta z \right) \quad (1.12)$$

De esta forma tenemos que:

$$I - I_2 = -\left(\frac{\partial I}{\partial z}\right) \Delta z \quad (1.13)$$

Las corrientes a través de la conductancia y la capacitancia se representan mediante las siguientes ecuaciones:

$$I_g = VG\Delta z \quad (1.14)$$

$$I_c = C \frac{\partial V}{\partial t} \Delta z \quad (1.15)$$

A continuación, partiendo de la ecuación 1.10 se tiene:

$$I - I_2 = I_c + I_g \quad (1.16)$$

Al sustituir las ecuaciones 1.13, 1.14, 1.15 en la ecuación 1.16 resulta lo siguiente:

$$-\left(\frac{\partial I}{\partial z}\right) \Delta z = VG\Delta z + C \frac{\partial V}{\partial t} \Delta z \quad (1.17)$$

Si se dividen las ecuaciones 1.9 y 1.17 por Δz , que corresponden al voltaje entre el nodo 1 y nodo 2 y a la corriente que fluye del nodo 1 al nodo 2, respectivamente, se obtiene:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -IR - L \frac{\partial I}{\partial t} \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -VG - C \frac{\partial V}{\partial t} \quad (1.19)$$

Si se diferencian las dos ecuaciones recién obtenidas, es posible tener las ecuaciones que rigen la propagación de la onda electromagnética a través de la línea de transmisión (ecuaciones del telegrafista). Después, al derivar la ecuación 1.18 que corresponde al voltaje entre los nodos 1 y 2.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -R \frac{\partial I}{\partial z} - L \frac{\partial^2 I}{\partial z \partial t} \quad (1.20)$$

Se sustituye la ecuación 1.19 en 1.20:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = R V G + R C \frac{\partial V}{\partial t} + L G \frac{\partial V}{\partial t} + L C \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (1.21)$$

Se agrupa:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = L C \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + (R C + L G) \frac{\partial V}{\partial t} + R V G \quad (1.22)$$

Factorizando se logra lo siguiente:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \left(R + L \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(G + C \frac{\partial}{\partial t} \right) (V) \quad (1.23)$$

De forma análoga para la ecuación 1.19 correspondiente a la corriente I:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = \left(R + L \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(G + C \frac{\partial}{\partial t} \right) (I) \quad (1.24)$$

Las ecuaciones anteriores representan la onda transmitida con pérdidas de potencia debido a la disipación en la resistencia de los conductores y la conductancia del material.

Por otra parte, si no existen pérdidas en la línea, es decir $R = G = 0$, las ecuaciones 1.23 y 1.24 se ven reducidas a:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \left(LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \right) \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = \left(LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \right) \quad (1.26)$$

Si se asume que la dependencia de los campos con el tiempo es de la forma $e^{j\omega t}$, se puede sustituir $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$, el uso de los fasores simplifica las ecuaciones de línea de transmisión a ecuaciones diferenciales ordinarias, luego 1.23 y 1.24 quedan:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - (R + j\omega L)(G + j\omega C)(V) = 0 \quad (1.27)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - (R + j\omega L)(G + j\omega C)(I) = 0 \quad (1.28)$$

Si se denota:

$$Z: \text{impedancia/longitud} \quad (R + j\omega L) = Z \quad (1.29)$$

$$Y: \text{admitancia/longitud} \quad (G + j\omega C) = Y \quad (1.30)$$

Las ecuaciones 1.27 y 1.28 quedan entonces de la manera siguiente:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - (ZY)V = 0 \quad (1.31)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - (ZY)I = 0 \quad (1.32)$$

También se puede expresar utilizando una variable auxiliar:

$$ZY = \gamma^2 \quad (1.33)$$

Con lo cual

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \gamma^2 V = 0 \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} - \gamma^2 I = 0 \quad (1.35)$$

Determinación de la constante de atenuación α y constante de fase β

g es el factor de propagación de la onda formado por una parte real, la cual representa las pérdidas resistivas y se llama constante de atenuación, y otra imaginaria, que representa la distorsión a causa del efecto reactivo de la línea y se nombra constante de fase. Tales componentes se presentan en la ecuación general de la constante de propagación:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (1.36)$$

Donde:

α = constante de atenuación

β = constante de fase

Es posible calcular α y β usando las siguientes ecuaciones.

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(R \sqrt{\frac{C}{L}} \right) - G \left(\sqrt{\frac{L}{C}} \right) \text{ nep/m} \quad (1.37)$$

$$\beta = \omega \sqrt{LC} \quad (1.38)$$

La forma más común de representar la constante de propagación es la mostrada en la ecuación 1.40.

$$\gamma = \sqrt{zy} \quad (1.39)$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (1.40)$$

Las ecuaciones que se presentan a continuación son la solución a las ecuaciones 1.34 y 1.35, en ellas se representa la onda estacionaria de voltaje y corriente, como resultado de voltajes incidentes y reflejados afectados por el factor de propagación durante su desplazamiento a través de la línea de transmisión.

$$V(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z} \quad (1.41)$$

$$I(z) = I^+ e^{-\gamma z} + I^- e^{+\gamma z} \quad (1.42)$$

Donde:

$V(z)$ y $I(z)$ → Son las ondas estacionarias de voltaje y corriente, respectivamente.

$V^+ e^{-\gamma z}, I^+ e^{-\gamma z}$ → Son las ondas incidentes de voltaje y corriente.

$V^- e^{+\gamma z}, I^- e^{+\gamma z}$ → Son las ondas reflejadas de voltaje y corriente.

$e^{-\gamma z}, e^{+\gamma z}$ → Son los factores de propagación de la onda estacionaria de voltaje y corriente.

Impedancia característica

La impedancia $Z(z)$ puede ser representada de acuerdo con la ley de ohm por:

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z}}{\frac{\gamma}{z} (V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z})} \quad (1.43)$$

La impedancia característica es un parámetro propio de la línea de transmisión y se define bajo la condición especial de que la línea está terminada en una impedancia de carga igual a la impedancia propia de la línea de transmisión. En este caso la impedancia de entrada debe coincidir con llamada impedancia característica Z_0 lo que asegura un comportamiento uniforme y sin reflexión a lo largo de la línea.

Esta impedancia característica depende la sección transversal de la línea, y está definida para secciones transversales uniformes de línea.

Si no existe onda reflejada, $V e^{-\gamma z} = 0$ con lo cual

$$Z_o(z) = \frac{V^+ e^{-\gamma z}}{\left(\frac{Y}{Z}\right) (V^+ e^{-\gamma z})} = \frac{Z}{\gamma} \quad (1.44)$$

Y como se mencionó en las ecuaciones 1.29 y 1.40, la impedancia característica se representa de la siguiente manera:

$$Z_o(z) = \frac{Z}{\sqrt{ZY}} = \frac{(R + j\omega L)}{\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}} \quad (1.45)$$

$$Z_o(z) = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}} \quad (1.46)$$

Conocer el valor de Z_0 es crucial para determinar si el sistema está desacoplado ($Z_L \neq Z_0$). En caso de desacoplo, se puede generar una onda estacionaria que viaja en la línea, lo que en algún momento causará pérdida de información, errores en la transmisión o daños en el transmisor.

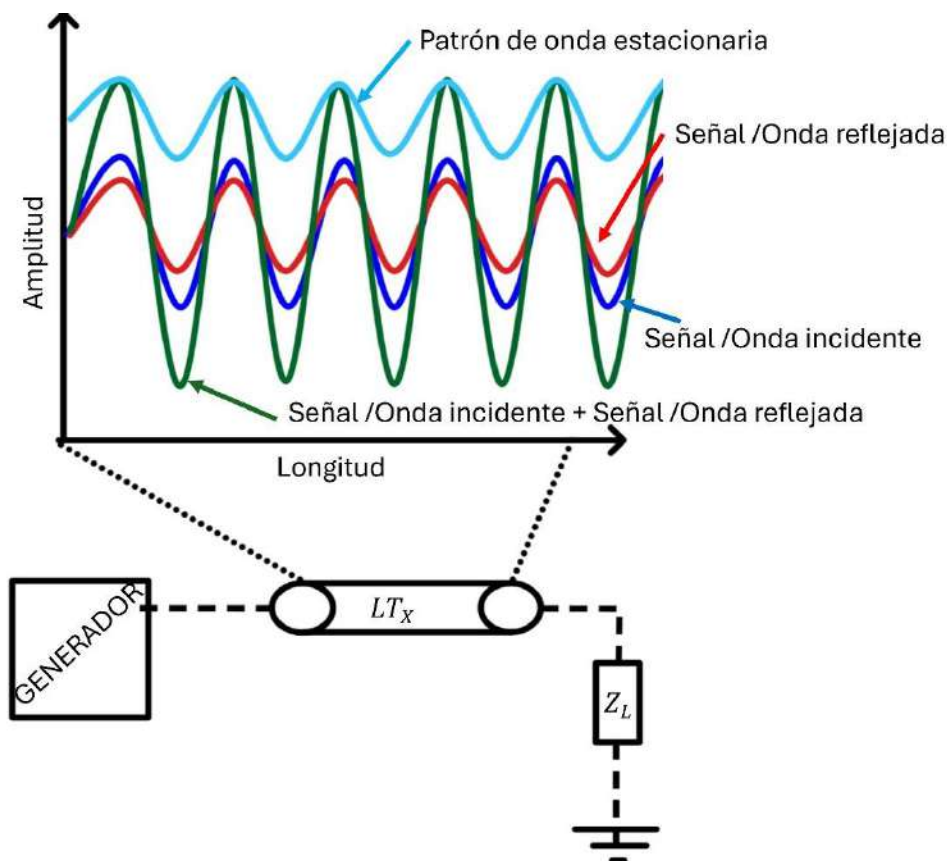
Análisis de patrón de onda estacionaria

La onda estacionaria es el resultado de la suma instantánea de la onda incidente y la onda reflejada en una línea de transmisión, y sus características principales se

determinan por los valores máximos y mínimos de amplitud, la distancia entre estos, y su posición respecto a la carga, factores que dependen de las propiedades de la línea y de la impedancia de carga. Cuando no se logra una transferencia máxima de energía, ocurre un desacoplamiento de impedancias ($Z_0 \neq Z_L$), lo que provoca la presencia simultánea de la onda incidente (que viaja hacia la carga) y la onda reflejada (que regresa hacia la fuente) en la línea de transmisión, lo que da lugar a la formación de una onda estacionaria.

Cuando se presenta desacoplamiento hay también una superposición de ambas ondas sobre la línea de transmisión, lo que da lugar a una onda estacionaria representada por una serie de valores máximos y mínimos de voltaje (Martínez, 1998) (figura 1.10.).

Figura 1.10. *Patrón de ondas*



Fuente: elaboración propia.

Coeficiente de reflexión

Se denomina coeficiente de reflexión a la relación que existe entre el valor de la onda incidente y la onda reflejada en un punto determinado de la línea de transmisión. Este valor puede hallarse en la onda estacionaria de voltaje, corriente o potencia según se necesite. Su valor puede determinarse empleando la ecuación 1.47.

$$\rho = \frac{V.P.I. \text{ reflejada en el punto de reflexión}}{V.P.I. \text{ incidente en el punto de reflexión}} \quad (1.47)$$

Debido a que el coeficiente de reflexión se puede calcular en cualquier punto a lo largo de la línea, para su análisis se pueden presentar tres casos generales:

- ✓ Coeficiente de reflexión en el extremo de la carga ρ_L
- ✓ Coeficiente de reflexión en cualquier punto de la línea ρ_d
- ✓ Coeficiente de reflexión en el extremo del generador ρ_G

Partiendo de la definición del coeficiente de reflexión, podemos obtener la ecuación 1.48:

$$\rho(L) = \frac{V_{ref} e^{+\gamma z}}{V_{inc} e^{-\gamma z}} \quad (1.48)$$

En muchos casos, solo se requiere la magnitud del coeficiente de reflexión por lo que se puede considerar $\rho(L) = \rho_L$, y se expresa como un número complejo:

$$\rho_L = |\rho_L| e^{j\theta_1} \quad (1.49)$$

Donde:

θ_1 = ángulo de fase del coeficiente de reflexión

$|\rho_1|$ = magnitud del coeficiente de reflexión

Otra forma conveniente de expresar ρ en términos de la impedancia característica Z_0 y la de carga Z_L :

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{+\gamma z}}{V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{+\gamma z}} \quad (1.50)$$

Donde:

$V^+ = V_{inc} \rightarrow$ Voltaje incidente en el punto de reflexión

$V^- = V_{ref} \rightarrow$ Voltaje reflejado en el punto de reflexión

Considerando el término de voltaje de la onda incidente como termino común, podemos obtener:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{\frac{(V^+ e^{-\gamma z}) + (V^- e^{+\gamma z})}{V^+ e^{-\gamma z}}}{\frac{(V^+ e^{-\gamma z}) - (V^- e^{+\gamma z})}{V^+ e^{-\gamma z}}} = Z_0 \frac{1 + \frac{V^- e^{+\gamma L}}{V^+ e^{-\gamma L}}}{1 - \frac{V^- e^{+\gamma L}}{V^+ e^{-\gamma L}}} \quad (1.51)$$

Donde:

$Z_L =$ impedancia de entrada

Luego, partiendo de la ecuación 1.48, podemos expresar el coeficiente de reflexión en la carga de la ecuación 1.51 de la siguiente forma:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \rho_l}{1 - \rho_l} \quad (1.52)$$

Suponiendo que $Z(L) = Z_L$, y despejando para ρ_l , podemos decir entonces que:

$$\rho_l = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \quad (1.53)$$

De la ecuación 1.53, se puede deducir que:

- ✓ Si $Z_{in} = Z_0$, entonces $\rho_l = 0$, no hay reflexión.
- ✓ Si $Z_{in} = 0$, entonces $\rho_l = -1$, hay máxima reflexión.
- ✓ Si $Z_{in} = \infty$, entonces $\rho_l = 1$, hay máxima reflexión.

De esta manera, se pueden establecer los límites del coeficiente de reflexión en la carga (Neri y Porragas, 2013):

$$-1 \leq \rho_l \leq 1$$

$$0 \leq |\rho_l| \leq 1$$

Relación de onda estacionaria (ROE)

La razón de onda estacionaria (ROE) es una medida que describe la relación entre el valor máximo y el valor mínimo de la envolvente de la onda estacionaria a lo largo de la línea de transmisión. Esta razón se ve afectada únicamente por las características de la señal reflejada, ya que la señal incidente permanece constante ante variaciones en la impedancia de carga (Z_L).

La ROE también sirve como indicador del grado de desacople entre la línea y la carga o entre la línea y el generador, y es más práctica de medir en comparación con el coeficiente de reflexión, ya que para este último sería necesario descomponer la onda estacionaria en su porción incidente y reflejada. Basándonos en la ecuación 1.47, su expresión matemática se define como:

$$ROE = \frac{\text{Valor máximo de la onda estacionaria}}{\text{Valor mínimo de la onda estacionaria}} \quad (1.54)$$

Se puede obtener una ecuación para ROE , de la siguiente manera:

$$ROE = \frac{V^+ e^{-\alpha z} (1 + |\rho|)}{V^+ e^{-\alpha z} (1 - |\rho|)} \quad (1.55)$$

Con lo cual:

$$ROE = \frac{(1 + |\rho|)}{(1 - |\rho|)} \quad (1.56)$$

Carta de Smith

La carta de Smith es una herramienta gráfica esencial para analizar líneas de transmisión, su diseño simplifica cálculos matemáticos que en muchos casos pueden ser tediosos y

complejos. Permite realizar operaciones de forma más eficiente y precisa al representar el plano complejo del coeficiente de reflexión.

Gracias a su diseño, la carta de Smith facilita la relación entre impedancias y admitancias, eliminando la necesidad de resolver ecuaciones complicadas. Su uso proporciona una forma clara y rápida de analizar y optimizar el comportamiento de las líneas de transmisión.

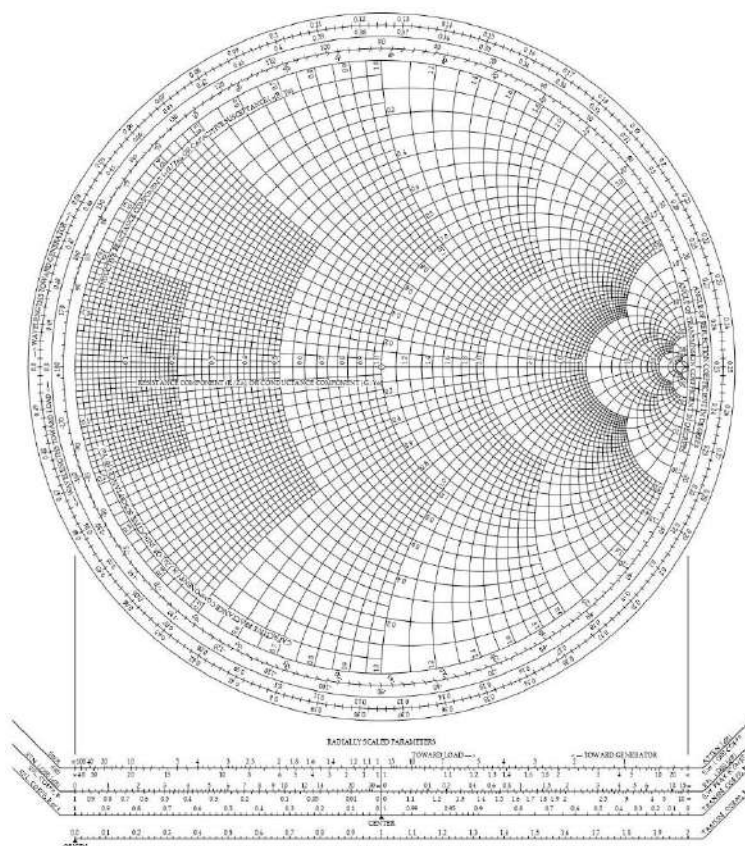
Algunas aplicaciones de la carta de Smith, que describen su funcionalidad y las tareas que facilitan en el análisis y diseño de sistemas de transmisión, son las siguientes:

- Cálculo de admitancia a partir de la impedancia: la carta permite transformar fácilmente valores de impedancia en admitancia, lo que es fundamental en el diseño y análisis de circuitos y sistemas de comunicación.
- Diseño de transformadores de cualquier longitud de onda: especialmente útil para transformadores de cuarto de longitud de onda, que son comunes en el diseño de sistemas de adaptación de impedancia.
- Diseño de acoplamientos con líneas: facilita la optimización y configuración de sistemas para máxima transferencia de energía entre componentes.
- Determinación de parámetros clave de la línea de transmisión: como la relación de onda estacionaria (ROE), el coeficiente de reflexión (ρ) y las distancias de los mínimos y máximos de la onda estacionaria.

En la carta de Smith (figura 1.11) se pueden encontrar diferentes escalas para determinar los parámetros que se requieren para el análisis de líneas de transmisión:

- ✓ Escala circular en grados: Representa la fase del coeficiente de reflexión θ .
- ✓ Escala circular en longitudes de onda (λ): Indica los valores de esta, si se encuentra en sentido hacia el generador o hacia la carga.
- ✓ Escalas lineales: Indican la magnitud del coeficiente de reflexión de voltaje o de potencia ($|\rho_V|$ o $|\rho_P|$), así como las pérdidas por retorno y reelección en dB. También facilita el cálculo de las pérdidas por atenuación de la línea en valores lineales y en dB, junto con la relación de onda estacionaria (ROE) en ambos formatos lineal y dB tanto hacia la carga como hacia el generador.

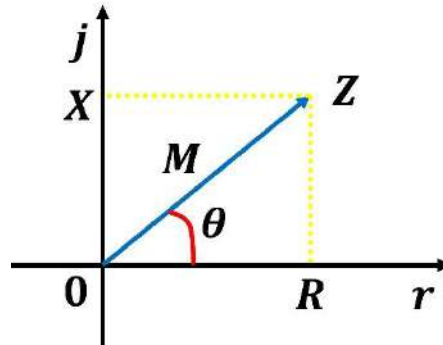
Figura 1.11. *Carta de Smith*



Fuente: Russell (s.f.).

Dado que en la mayoría de los casos la impedancia de una línea de transmisión es un numero complejo, resulta conveniente estudiarla en un plano complejo, tal como se ilustra en la figura (ver figura 1.12).

Figura 1.12. Representación del plano complejo



Fuente: elaboración propia.

En este plano la componente real de la impedancia (Z_x) se le representa con R , mientras que a la parte imaginaria la simbolizamos con X , es decir:

$$Z_x = R + jX \quad (1.57)$$

Donde:

$R \rightarrow$ Es nuestra resistencia

$X \rightarrow$ Es nuestra reactancia

La carta está construida sobre el círculo del coeficiente de reflexión $\rho = 1$, para el análisis se considerará una impedancia cualquiera que se desee representar, debe ser normalizada a la impedancia característica Z_0 :

$$\bar{Z} = \frac{Z_x}{Z_0} = R_n + jX_n \quad (1.58)$$

Donde:

$\bar{Z}$ = impedancia normalizada

Z_x = impedancia a normalizar

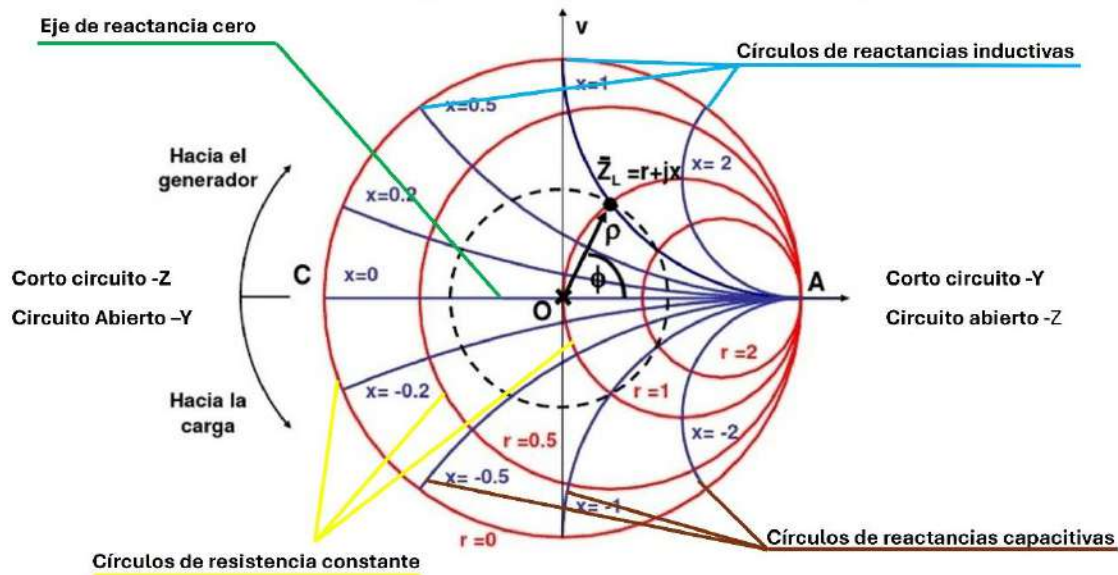
Z_0 = impedancia característica

R_n = parte real de $\bar{Z}$ o resistencia normalizada

jX_n = parte imaginaria de $\bar{Z}$ o reactancia normalizada

En la figura 1.13 se muestra la ubicación de los parámetros más importantes cuando se utiliza la carta de Smith.

Figura 1.13. Descripción de la carta de Smith



Fuente: elaboración propia.

La carta de Smith permite desplazarse a lo largo de la línea de transmisión simulando cambios de longitud, tanto hacia la carga como hacia el generador, mediante giros en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario. Cada vuelta completa en la carta representa media longitud de onda ($\lambda/2$), y permite encontrar puntos de impedancia específicos a lo largo de la línea.

La carta también facilita el diseño de *stubs* o equilibradores reactivos para adaptar una línea a su carga. Estos *stubs* se colocan en puntos estratégicos de la línea, determinados mediante desplazamientos específicos en la carta, para cancelar componentes de reactancia y obtener una adaptación óptima. Existen diferentes configuraciones, como *stubs* en paralelo y *stubs* en serie.

Capítulo 2. Circuitos de radio frecuencia

Los circuitos de radio frecuencia (RF) son aquellos diseñados para manejar señales a frecuencias de radio, es decir, señales con frecuencias en el rango de 3 kHz a 300 GHz. Estos circuitos se encuentran en aplicaciones como las telecomunicaciones, sistemas de radar, radio, televisión y redes de datos, entre otras. En estos circuitos, las señales están compuestas por una amplia gama de frecuencias y a menudo es necesario filtrarlas para aislar las frecuencias de interés y eliminar las no deseadas. Aquí es donde entran los filtros, dispositivos fundamentales en los circuitos de RF.

Un filtro es un circuito diseñado para permitir el paso de ciertas frecuencias de una señal mientras elimina o reduce la amplitud de otras frecuencias fuera de un rango deseado. Los filtros son esenciales para mejorar la calidad de la señal y asegurar que las señales que pasan a través de los circuitos no interfieran con otras señales o con componentes no deseados.

La conexión entre los filtros y los circuitos de RF es directa, ya que los filtros se utilizan precisamente para controlar el comportamiento de las señales dentro de estos circuitos. Los circuitos de RF están diseñados para operar a frecuencias específicas, y los filtros permiten que solo las frecuencias deseadas pasen a través del sistema. Esto es crucial, ya que las señales de RF pueden contener ruido o interferencia de otras fuentes, lo que puede degradar la calidad de la comunicación o la señal transmitida.

Cuando se diseñan circuitos de RF, es necesario incluir filtros para garantizar que las señales no deseadas sean eliminadas, ya sea para proteger otros componentes del circuito o para cumplir con los estándares de calidad de la señal. Los filtros permiten una mejor adaptación de impedancia y ayudan a prevenir la distorsión de la señal que podría ser causada por componentes no deseados.

Circuitos resonantes

Los circuitos resonantes son elementos fundamentales en los sistemas de RF, ya que se utilizan prácticamente en todos los transmisores, receptores y equipos de prueba existentes. Su principal función es seleccionar una frecuencia o grupo de frecuencias específicas para que puedan pasar desde una fuente hacia una carga,

mientras atenúan las frecuencias no deseadas fuera del rango deseado. Por esta razón, es esencial comprender el funcionamiento de los circuitos resonantes para el diseño de filtros en aplicaciones de RF.

Un circuito resonante está compuesto principalmente por componentes reactivos, como inductores (L) y capacitores (C), que trabajan conjuntamente para operar de manera eficiente en una frecuencia específica. Esta frecuencia, conocida como frecuencia de resonancia (f_c), es el punto en el cual las reactancias inductivas (X_L) y capacitivas (X_C) se cancelan mutuamente, permitiendo así el paso de la señal deseada con mínima oposición. La frecuencia de resonancia se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.1)$$

Donde:

f_c = frecuencia de resonancia en hercios (Hz)

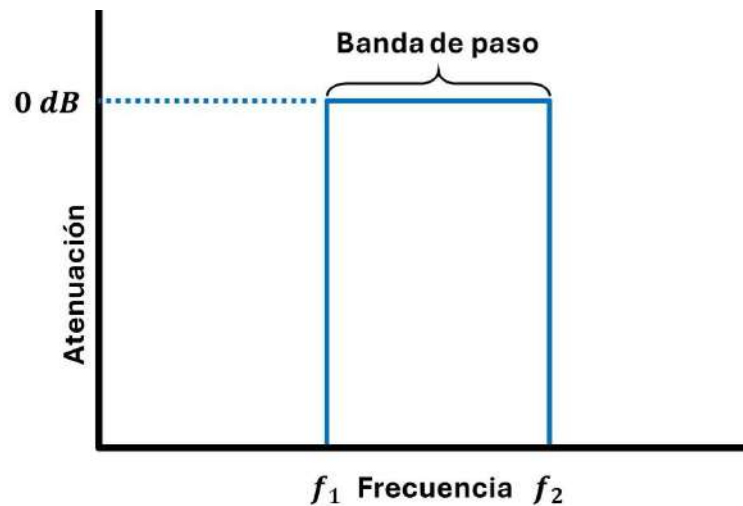
L = inductancia en henrios (H)

C = capacitancia en faradios (F)

En este punto, el circuito alcanza su máxima eficiencia, ya que la impedancia total es mínima (en un circuito resonante serie) o máxima (en un circuito resonante paralelo), dependiendo de la configuración. Este fenómeno es fundamental para diseñar filtros y circuitos selectivos en aplicaciones de RF.

En un mundo ideal, la respuesta de frecuencia de un circuito resonante se representaría como una banda de paso perfecta (figura 2.1), en la que la señal deseada pasa sin atenuación ni distorsión. Sin embargo, en la práctica, lograr este comportamiento es imposible debido a las limitaciones físicas de los componentes electrónicos. Todos los componentes tienen características no ideales, como pérdidas internas, que afectan el rendimiento del circuito.

Figura 2.1. *Respuesta perfecta de un filtro*



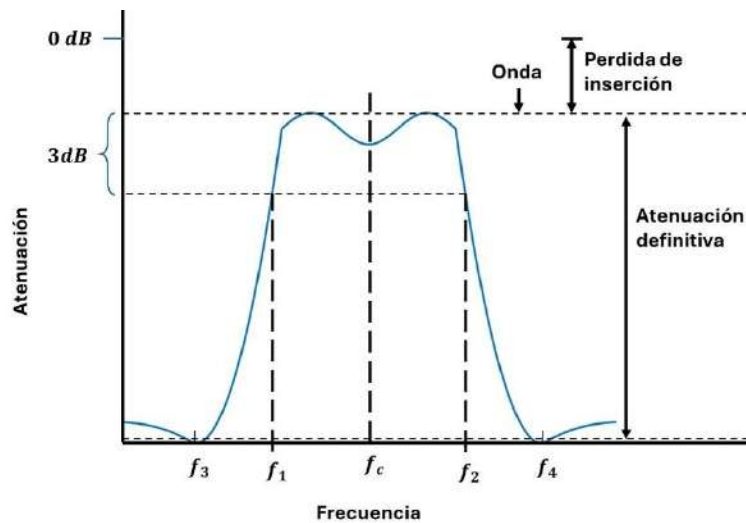
Fuente: elaboración propia.

A pesar de estas limitaciones, comprender a fondo la mecánica de los circuitos resonantes permite diseñar filtros que, aunque no sean perfectos, pueden adaptarse eficazmente a las necesidades específicas de un sistema. Esta adaptabilidad es clave para optimizar el rendimiento de los circuitos de RF y garantizar que las señales deseadas sean transmitidas o recibidas con la mayor fidelidad posible.

Análisis de filtros en circuitos de RF

El análisis de los filtros en los circuitos de RF se basa en la respuesta en frecuencia práctica del filtro. Para analizar un filtro se deben considerar las siguientes definiciones basándonos en la figura 2.2:

Figura 2.2. Respuesta de un filtro



Fuente: elaboración propia.

Decibelios (dB)

En radio y telecomunicaciones, el decibelio (dB) es una unidad logarítmica que mide la relación entre dos valores de potencia, voltaje o corriente. Su base matemática es el Bell, definido como:

$$X(\text{Bell}) = \log_{10} \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right) \quad (2.2)$$

Donde:

P_{in} = potencia de entrada

P_{out} = potencia de salida

Sin embargo, debido a que el Bell es una unidad pequeña, se utiliza el decibelio (dB), que es diez veces mayor, por lo que su expresión matemática es la siguiente:

$$X(\text{dB}) = 10 * \log_{10} \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right) \quad (2.3)$$

Para voltaje (V) o corriente (I), la fórmula se ajusta considerando que la potencia es proporcional al cuadrado de V o I , al asumir la resistencia constante tenemos que:

$$X(dB_V) = 20 * \log_{10} \left(\frac{V_{out}}{V_{in}} \right) \quad \text{Para voltaje} \quad (2.4)$$

$$X(dB_I) = 20 * \log_{10} \left(\frac{I_{out}}{I_{in}} \right) \quad \text{Para corriente} \quad (2.5)$$

El decibelio puede medirse según un punto de referencia específica para expresar dicha medida absoluta en relación con la potencia o voltaje en un sistema de transmisión, se puede expresar:

dBm (deciblios – milivatios): relación de potencia respecto a 1 mW:

$$X(dB_m) = 10 * \log_{10} \left(\frac{P_x}{1mW} \right) \quad (2.6)$$

dBw (decibelios – vatios): relación de potencia respecto a 1 W:

$$X(dB_w) = 10 * \log_{10} \left(\frac{P_x}{1W} \right) \quad (2.7)$$

dBmV (decibelios – milivoltios): relación de voltaje respecto a 1 mV:

$$X(dB_{mV}) = 20 * \log_{10} \left(\frac{P_x}{1mV} \right) \quad (2.8)$$

Ancho de banda

El ancho de banda (*BW*) de cualquier circuito resonante se define comúnmente como la diferencia entre la frecuencia superior e inferior, expresándose de la siguiente manera:

$$BW = (f_2 - f_1) \quad (2.9)$$

Donde:

f_2 = frecuencia superior

f_1 = frecuencia inferior

Estas frecuencias se determinan como los puntos donde la amplitud de la señal cae 3 dB por debajo del nivel de la banda de paso. Por este motivo, también se conoce como el ancho de banda de media potencia.

Factor de calidad

El factor de calidad (Q) mide la selectividad de un circuito resonante. Se calcula como la relación entre la frecuencia central o frecuencia de resonancia y el ancho de banda (BW):

$$Q = \frac{f_c}{BW} \quad (2.10)$$

Donde

f_c = frecuencia central o frecuencia de resonancia

Un Q alto indica un ancho de banda más estrecho y una mayor selectividad para el paso de ciertas frecuencias. Por el contrario, un Q bajo implica un ancho de banda más amplio y menor selectividad.

Factor de forma

El factor de forma (en inglés, *shape factor*) es una medida que describe la inclinación o pendiente de los faldones en la respuesta de un circuito resonante donde se busca minimizar las interferencias o filtrar frecuencias no deseadas. Se define como la relación entre el ancho de banda superior y el ancho de banda inferior del circuito:

$$SF = \frac{f_4 - f_3}{f_2 - f_1} \quad (2.11)$$

Donde:

$(f_2 - f_1) \rightarrow$ frecuencias que delimitan el ancho de banda superior de la banda de paso (donde la señal está dentro de -3 dB).

$(f_4 - f_3) \rightarrow$ frecuencias que delimitan el ancho de banda inferior en niveles de atenuación más altos (por ejemplo: -40 dB).

El factor de forma indica qué tan empinadas son las pendientes de los faldones. Un valor bajo de SF es deseable para obtener un filtro con alta precisión y

selectividad, lo que implica una transición más rápida entre la banda de paso y las zonas de atenuación, pero esto generalmente es más difícil de lograr en la práctica debido a limitaciones físicas de los componentes del circuito. Un filtro ideal tendría un factor de forma igual a 1, que representa una transición perfecta sin pendiente (figura 2.1).

Atenuación máxima

La atenuación máxima o atenuación definitiva es el nivel más bajo de señal que puede alcanzar un circuito resonante fuera de su banda de paso. Idealmente, un circuito perfecto tendría una atenuación infinita fuera de esta banda, pero en la práctica esto es imposible debido a las imperfecciones de los componentes.

Además, si el circuito presenta picos de respuesta fuera de la banda de paso (como en la figura 2.2), estos reducirán la eficacia de su atenuación máxima.

Pérdida de inserción

La pérdida de inserción en los filtros es una medida clave que indica la cantidad de señal que se pierde al pasar por un dispositivo, como un filtro o cualquier componente entre un generador y su carga. Esta pérdida ocurre debido a las propiedades resistivas internas, los desajustes de impedancia y otras imperfecciones del sistema. En términos prácticos, la pérdida de inserción se expresa como la diferencia, en decibelios (dB), entre la potencia de entrada al dispositivo y la potencia que llega a la carga después de atravesarlo.

Un filtro correctamente diseñado tiene una baja pérdida de inserción dentro de su banda de paso, lo que garantiza que las señales deseadas se transmitan con pérdidas mínimas, lo cual permite verificar su correcto funcionamiento. Si esta pérdida es excesiva, podría indicar problemas en la construcción del filtro o desajustes de impedancia en el sistema.

Ondulación (ripple)

La ondulación, o *ripple*, es la variación que ocurre dentro de la banda de paso de un filtro, también conocida como el ancho de banda. Es una medida de cuán uniforme

es la respuesta del filtro dentro de este rango. Se calcula como la diferencia entre la atenuación máxima y mínima en la banda de paso y se expresa en decibelios (dB). Una menor ondulación indica una banda de paso más plana, lo que es ideal para transmitir señales sin distorsión significativa.

Resonancia en componentes sin pérdidas

La resonancia ocurre en circuitos RF cuando la reactancia inductiva (X_L) y la reactancia capacitiva (X_C) se igualan en magnitud, provocando que la impedancia del circuito alcance su valor mínimo o máximo, dependiendo de la configuración. Este fenómeno permite maximizar la transferencia de energía en circuitos RF y es la clave para la selectividad y eficiencia de filtros.

La regla de división de voltaje

La regla de división de voltaje (figura 2.3) establece que siempre que se coloca un elemento de derivación de impedancia Z_p a través de la salida de un generador con una resistencia interna R_s , el voltaje de salida máximo está determinado por la relación:

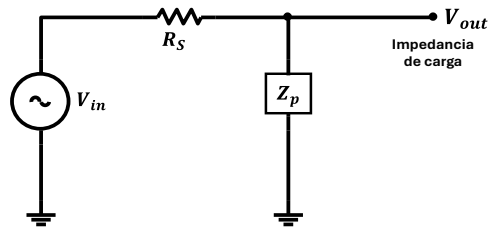
$$V_{out} = \frac{Z_p}{R_s + Z_p} (V_{in}) \quad (2.12)$$

Donde:

Z_p = impedancia del elemento reactivo

R_s = resistencia del generador

Figura 2.3. Regla de divisor de voltaje



Fuente: elaboración propia.

Por lo tanto, el voltaje de salida (V_{out}) depende de la frecuencia. Si Z_p depende de la frecuencia, como en el caso de reactancias inductivas (X_L) o capacitivas (X_C), la ganancia del circuito también variará en función de la frecuencia.

Para analizar este comportamiento, se puede usar una función logarítmica expresada en decibelios (dB):

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 20 \log_{10} \frac{Z_p}{R_s + Z_p} \quad (2.13)$$

Donde:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \text{La pérdida en dB}$$

Análisis con un capacitor

La reactancia capacitiva (X_C) se define como:

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (2.14)$$

Donde:

C = valor del capacitor

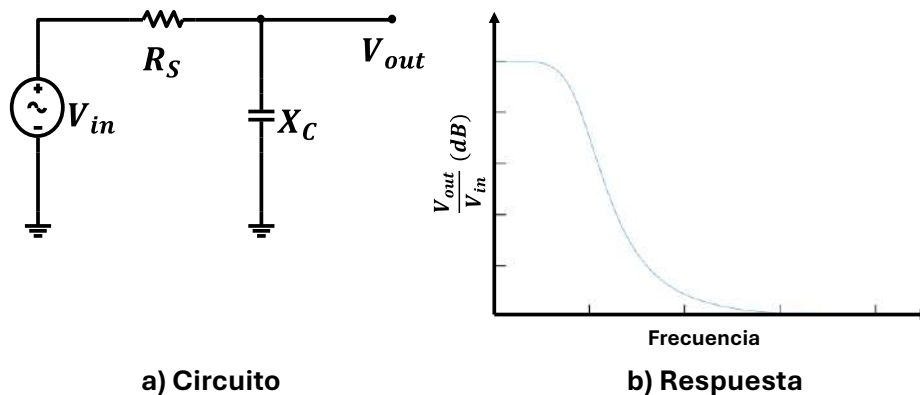
Si sustituimos en la ecuación 2.14 el valor de Z_p con la reactancia capacitiva tenemos que:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 20 \log_{10} \frac{X_C}{R_s + X_C} \quad (2.15)$$

Esto da lugar a un filtro paso bajo, el cual deja pasar señales de baja frecuencia y atenúa señales más altas que la frecuencia de corte (figura 2.4). Respecto a su comportamiento podemos establecer que:

- A bajas frecuencias ($\omega \rightarrow 0$), X_C es alta (∞), permitiendo el paso de la señal.
- A altas frecuencias ($\omega \rightarrow \infty$), X_C disminuye (0), lo que atenúa la señal.

Figura 2.4. Respuesta de frecuencia de un filtro RC simple



Fuente: elaboración propia.

Análisis con un inductor

La reactancia inductiva (X_L) se define como:

$$X_L = j\omega L \quad (2.16)$$

Donde:

L = valor del inductor

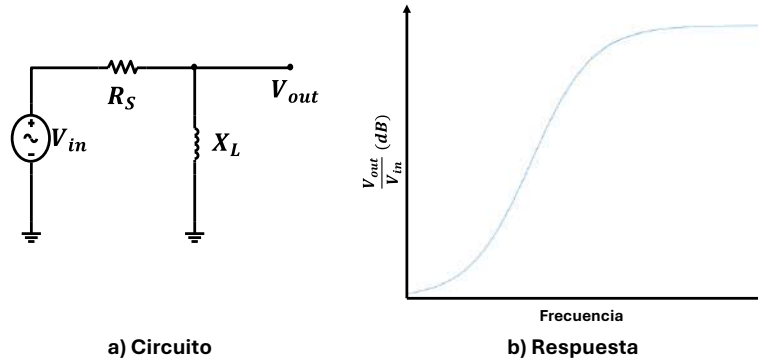
Si sustituimos en la ecuación 2.13 el valor de Z_p con la reactancia inductiva tenemos que:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 20 \log_{10} \frac{X_L}{R_S + X_L} \quad (2.17)$$

Esto forma un filtro paso alto, que pasa señales de alta frecuencia y atenúa señales más bajas que la frecuencia de corte (figura 2.5). Respecto a su comportamiento podemos establecer que:

- A bajas frecuencias ($\omega \rightarrow 0$), X_L es baja (0), lo que atenúa la señal.
- A altas frecuencias ($\omega \rightarrow \infty$), X_L es alta (∞), permitiendo el paso de la señal.

Figura 2.5. Respuesta de frecuencia de un filtro RL simple



Fuente: elaboración propia.

Circuito resonante LC (inductor-capacitor)

Cuando se combinan un inductor (L) y un capacitor (C) en paralelo es más fácil de analizar que los dos circuitos anteriores. De hecho, a cualquier frecuencia, simplemente podemos aplicar la regla básica de división de voltaje como antes. La única diferencia aquí es que ahora tenemos dos componentes reactivos con los que lidiar en lugar de uno, y estos componentes están en paralelo (figura 2.6a). Si realizamos el cálculo para todas las frecuencias de interés, obtendremos la interacción de ambas reactancias. Las matemáticas detrás de este cálculo son las siguientes:

$$V_{out} = \frac{X_{total}}{R_S + X_{total}} (V_{in}) \quad (2.18)$$

Donde la reactancia total (X_{Total}) de un circuito LC en paralelo resulta de la interacción entre las reactancias capacitiva (X_C) e inductiva (X_L):

$$X_{Total} = \frac{X_C X_L}{X_C + X_L} \quad (2.19)$$

Al sustituir las ecuaciones 2.14 y 2.16 en la ecuación 2.19 tenemos que:

$$X_{Total} = \frac{\left(\frac{1}{j\omega C}\right)(j\omega L)}{\left(\frac{1}{j\omega C}\right) + (j\omega L)} = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{1}{j\omega C} + j\omega L} \quad (2.20)$$

Se multiplica el numerador y el denominador por $j\omega C$.

$$X_{Total} = \frac{j\omega L}{1 + (j\omega L)(j\omega C)} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC} \quad (2.21)$$

Se sustituye la ecuación 2.21 en la ecuación 2.18 tenemos que:

$$V_{out} = \frac{\frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}}{R_s + \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}} (V_{in}) \quad (2.22)$$

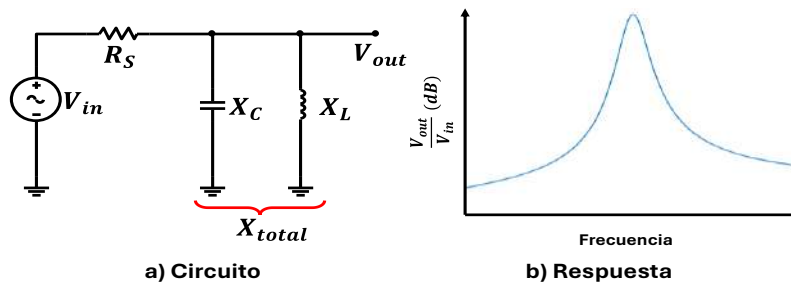
Luego multiplicamos numerador y denominador por $1 - \omega^2 LC$ y obtenemos:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j\omega L}{R_s - \omega^2 R_s LC + j\omega L} \quad (2.23)$$

La pérdida o ganancia del circuito en cualquier frecuencia puede calcularse con la magnitud de esta expresión, o expresarse en decibelios (dB):

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 20 \log_{10} \left| \frac{j\omega L}{R_s - \omega^2 R_s LC + j\omega L} \right| \quad (2.24)$$

Figura 2.6. Respuesta de frecuencia de un circuito resonante LC



Fuente: elaboración propia.

El circuito resonante LC tiene un comportamiento característico en su respuesta en frecuencia (figura 2.6b), esta curva ilustra cómo el circuito responde a diferentes frecuencias, destacándose la frecuencia de resonancia (f_0).

Esto forma un filtro que cuando se acerca a la frecuencia de resonancia la pendiente alcanza su máximo punto, y al atenuarse muestra el efecto de filtrado, con pérdida simétrica en ambos lados de la resonancia. Esto ocurre porque una de las reactancias se vuelve dominante (el capacitor para frecuencias altas y el inductor para frecuencias bajas).

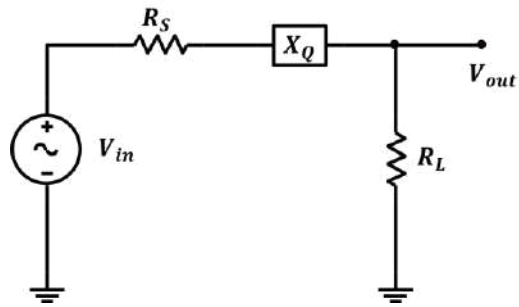
Factor de calidad cargado

El factor de calidad cargado (Q_L) es fundamental en el diseño de circuitos resonantes, ya que determina la capacidad de un circuito resonante para trabajar en una frecuencia específica bajo condiciones transferencia de energía. Este parámetro es clave para evaluar la selectividad y la eficiencia de los circuitos resonantes en aplicaciones de RF.

El factor de calidad cargada (Q_L) depende de tres factores principales (figura 2.7):

- Resistencia de la fuente (R_S): Una fuente con menor resistencia interna (R_S) puede aumentar el Q_L , mejorando la transferencia de energía al circuito resonante.
- Resistencia de la carga (R_L): Una carga con mayor resistencia reduce las pérdidas por disipación, lo que incrementa Q_L .
- Pérdidas intrínsecas de los componentes (X_Q): Incluyen las reactancias en inductores y capacitores, que varían el valor de Q_L según la configuración del circuito, ya sea en serie (X_S) o paralelo (X_P).

Figura 2.7. Circuito para cálculo de Q_L

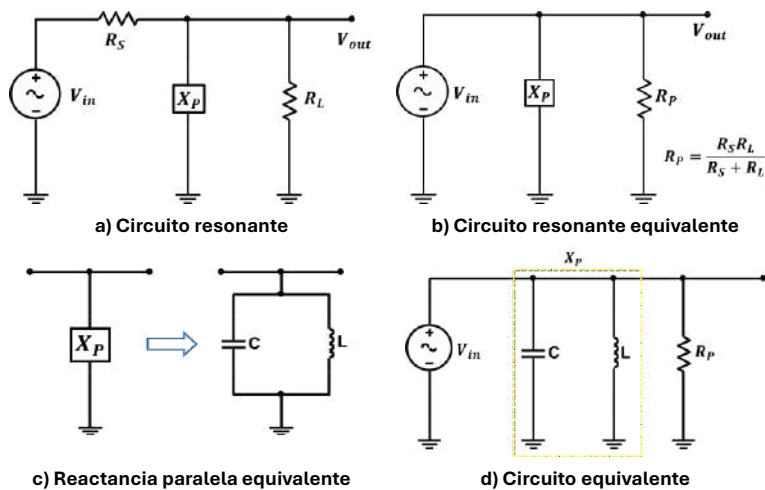


Fuente: elaboración propia.

Circuito en paralelo

En el circuito paralelo, el Q_L se calcula considerando la resistencia paralela equivalente (R_p) y la reactancia en resonancia (X_p). Este circuito se caracteriza por presentar impedancia máxima en la frecuencia de resonancia (figura 2.8).

Figura 2.8. Circuito resonante en paralelo



Fuente: elaboración propia.

La resistencia paralela equivalente (R_p) en un circuito resonante se considera la combinación en paralelo de la resistencia de la fuente y la resistencia de carga, las cuales afectan el rendimiento general (figura 2.8b). La resistencia paralela equivalente se calcula como:

$$R_p = \frac{R_S R_L}{R_S + R_L} \quad (2.25)$$

Donde:

R_S = resistencia de la fuente

R_L = resistencia de la carga

Esta resistencia R_p es la que determina el ancho de banda efectivo del circuito resonante en combinación con la reactancia en resonancia (X_p):

$$Q_L = \frac{R_p}{X_p} \quad (2.26)$$

Donde:

Q = factor de calidad cargado

$X_p = X_{Total} \rightarrow$ Reactancia total (ecuación 2.19)

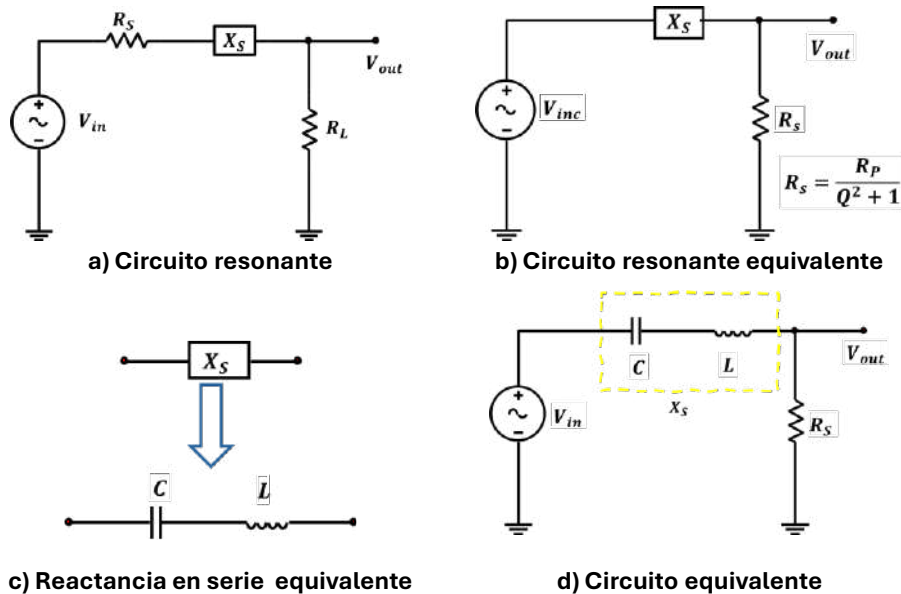
R_p = resistencia paralela equivalente

Para mejorar el factor Q_L el circuito resonante debe usar inductores pequeños y capacitores grandes: Esto reduce X_p , lo que resulta en una mayor eficiencia en la transferencia de energía (figura 2.8c). Mantener R_S y R_L altos minimiza las pérdidas de energía.

Circuito en serie

En el circuito en serie (figura 2.9), el factor de calidad cargado (Q_L) depende de la resistencia total en serie (R_S) y la reactancia total en resonancia (X_S). Este circuito se caracteriza por presentar impedancia mínima en la frecuencia de resonancia, lo que lo hace ideal para aplicaciones donde se requiere una alta selectividad y un ancho de banda estrecho.

Figura 2.9. Circuito resonante en serie



Fuente: elaboración propia.

La configuración de un circuito resonante serie (figura 2.9b), particularmente la resistencia total en serie (R_S), no es la misma que la resistencia en paralelo (R_P). Aquí R_S se refiere a la resistencia equivalente en serie del circuito. R_S no se calcula como la combinación en paralelo de R_S y R_L . En su lugar se puede convertir un análisis de circuito con componentes en paralelo (R_P y X_P) a un circuito equivalente con componentes en serie (R_S y X_S).

El factor de calidad cargado (Q_L) en un circuito en serie se define como:

$$Q_L = \frac{X_S}{R_S} \quad (2.27)$$

Donde:

Q_L = factor de calidad cargado

X_S = reactancia total

R_S = resistencia en serie equivalente

El diseño de un circuito resonante en serie requiere de un equilibrio entre la resistencia de la fuente (R_S), la resistencia de la carga (R_L) y de los componentes (L

y C). A diferencia del circuito en paralelo, donde se busca maximizar R_p , en el circuito en serie se busca minimizar R_s para maximizar Q_L .

La resistencia en paralelo equivalente (R_p) y la resistencia en serie equivalente (R_s) están relacionadas por la calidad del componente (Q) dándonos:

$$R_p = (Q^2 + 1)R_s \quad (2.28)$$

Donde:

Q = factor de calidad

R_p = resistencia paralela equivalente

R_s = resistencia en serie equivalente

La reactancia en paralelo (X_p) y la reactancia en serie (X_s) dependen de la frecuencia de resonancia y de los valores de L y C (figura 2.9c), en donde podemos determinar que:

$$X_s = X_p \quad (2.29)$$

Si $Q > 10$, las ecuaciones se simplifican porque el término Q^2 domina sobre el 1 en el denominador. Esto permite aproximar:

$$R_p \approx Q^2 R_s \quad (2.30)$$

$$X_p \approx X_s \quad (2.31)$$

Si se conocen los valores de R_p y X_p , se puede calcular la resistencia en serie equivalente (R_s) usando:

$$R_s = \frac{R_p}{Q^2 + 1} \quad (2.32)$$

Esta ecuación es particularmente útil cuando la resistencia total en serie (R_s) es baja y está en serie con los componentes reactivos (L y C).

El diseño de circuitos resonantes en serie y en paralelo requiere un enfoque diferente en cuanto a la selección de resistencias y reactancias. Mientras que en el

circuito en paralelo se busca maximizar R_p , en el circuito en serie se busca minimizar R_s . Ambas configuraciones tienen aplicaciones específicas y ofrecen ventajas únicas en términos de selectividad y eficiencia.

Diseño de filtros RF

Un filtro es un circuito que permite el paso de determinadas frecuencias mientras atenúa o rechaza otras dentro de una señal eléctrica. Los filtros son esenciales en los sistemas de radio frecuencia (RF), ya que permiten controlar la calidad de señal, al controlar la respuesta en frecuencia y mejorar el rendimiento de los sistemas de comunicación, lo cual posibilita que se reduzca y seleccione una banda de operación específica.

Los filtros se pueden implementar mediante diferentes configuraciones, cada una con características particulares que dependen de los componentes utilizados y del tipo de respuesta en frecuencia que se desea obtener. En circuitos de RF, el diseño adecuado de filtros es crucial para garantizar un correcto desempeño en la transmisión y recepción de señales, evitando distorsiones y pérdidas innecesarias.

Los filtros pueden clasificarse en distintas categorías según su función y estructura, existen dos enfoques para el diseño de filtros:

- **Filtros activos:** los filtros activos incluyen amplificadores operacionales y otros dispositivos activos para mejorar la ganancia y el control sobre la respuesta en frecuencia. Aunque tienen ventajas en aplicaciones de baja frecuencia, en RF suelen ser menos utilizados debido a sus limitaciones en ancho de banda y ruido.
- **Filtros pasivos:** los filtros pasivos son los más empleados en aplicaciones de RF debido a su fiabilidad y desempeño a altas frecuencias. Estos filtros están conformados únicamente por elementos pasivos: resistencias (R), inductores (L) y capacitores (C), los cuales determinan su comportamiento y respuesta en frecuencia.

Los filtros pasivos pueden diseñarse en distintas configuraciones según la frecuencia que se desea permitir o bloquear, lo que da lugar a topologías que incluyen filtros pasa bajas, pasa altas, pasa banda y rechaza

banda. Su implementación en circuitos de RF permite realizar ajustes precisos en la respuesta en frecuencia de un sistema, asegurando que solo las señales deseadas sean procesadas mientras se atenúan las no deseadas.

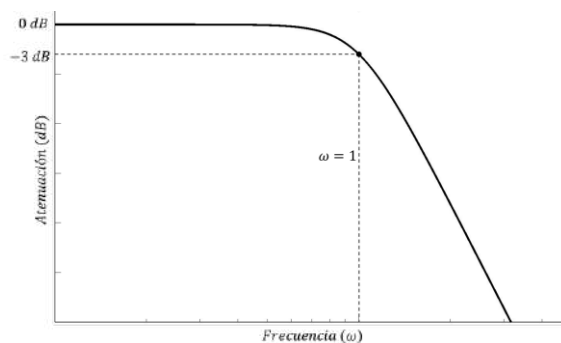
Tipos de respuesta de un filtro

En el diseño de filtros de RF, la respuesta en frecuencia es un factor determinante en la selección del tipo de filtro. La respuesta define cómo el filtro atenúa las señales en función de la frecuencia y afecta el desempeño general del circuito. Existen diferentes tipos de respuestas, cada una con sus características particulares que las hacen más adecuadas para ciertas aplicaciones. Entre los tres tipos principales de respuesta de un filtro tenemos que son Butterworth, Chebyshev y Bessel.

Respuesta Butterworth

El filtro Butterworth es conocido por su respuesta en frecuencia lo más plana posible en la banda de paso (figura 2.10), sin ondulaciones (*ripple*). Se le conoce como el filtro de *respuesta máxima plana* porque no presenta ondulaciones en la banda de paso y ofrece una transición gradual hacia la banda de rechazo.

Figura 2.10. Respuesta de filtro Butterworth



Fuente: elaboración propia.

Entre sus principales características destacan que no tiene ondulaciones en la banda de paso, que la transición es progresiva hacia la banda de rechazo y se le considera un filtro de mediana selectividad.

La atenuación del filtro Butterworth se determina al evaluar su comportamiento a diferentes frecuencias y con distintos números de elementos (orden del filtro). Esta atenuación se calcula con la ecuación:

$$A_{dB} = 10 \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2n} \right] \quad (2.33)$$

Donde:

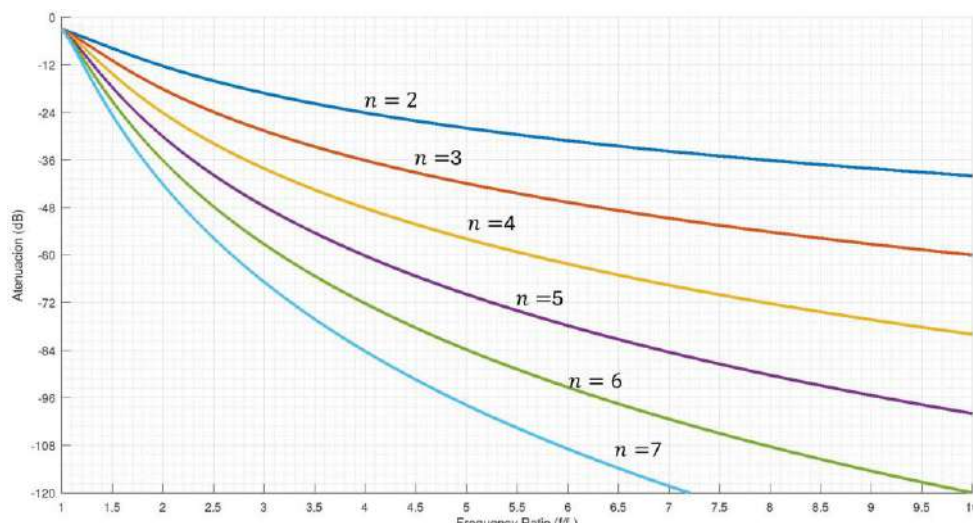
$\omega = f_{atenuacion} \rightarrow$ frecuencia en la que se desea la atenuación

$\omega_c = f_c \rightarrow$ frecuencia de corte (-3 dB) del filtro

$n =$ número de elementos del filtro, también conocido como el orden del filtro.

Para representar gráficamente las curvas de atenuación en función de la frecuencia, se normaliza el eje de frecuencias como ω/ω_c . En la figura 2.11 se muestran las curvas de atenuación según el orden del filtro (n). Cada curva corresponde a un número específico de elementos y comienza en el punto de corte (-3 dB), que es la frecuencia normalizada $\omega/\omega_c = 1$.

Figura 2.11. Atenuación de los filtros Butterworth



Fuente: elaboración propia.

El diseño de un filtro Butterworth se basa en valores normalizados, lo que permite definir su estructura independientemente de la frecuencia de corte y la impedancia del sistema.

La tabla 2.1 proporciona los valores normalizados de los componentes del filtro para diferentes órdenes, basándose en la ecuación:

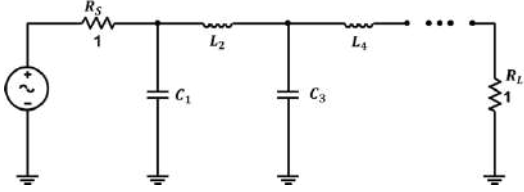
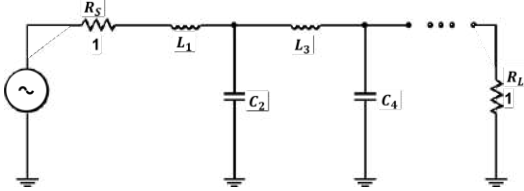
$$A_k = 2 \sin\left(\frac{(2k-1)\pi}{2n}\right), \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2.34)$$

Donde:

A_k = es la reactancia k-ésima en la escalera

n = número de elementos del filtro u orden del filtro

Tabla 2.1. *Prototipo de elemento respuesta Butterworth*

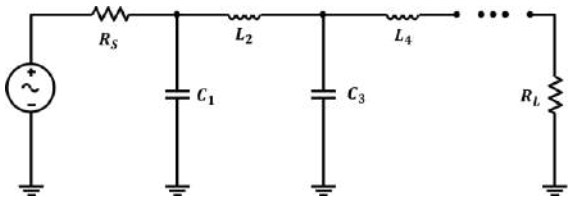
							
n	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
2	1.414	1.414					
3	1.000	2.000	1.00				
4	0.765	1.848	1.848	0.765			
5	0.618	1.618	2.000	1.618	0.618		
6	0.518	1.414	1.932	1.932	1.414	0.518	
7	0.445	1.247	1.802	2.000	1.802	1.247	0.445
n	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
							

Fuente: Bowick et al. (2008, p. 41).

Estos valores normalizados son útiles cuando la impedancia de la fuente y la carga son iguales (tabla 2.1). Sin embargo, en la mayoría de los casos, las impedancias de entrada (R_s) y salida (R_L) del sistema no son iguales, esto provoca la necesidad de diseñar un filtro que opere entre dos terminaciones desiguales, lo que requiere usar las resistencias de terminación normalizada R_s/R_L o R_L/R_s .

Aquí es donde entra en juego la tabla 2.2, que proporciona los valores prototipo de los elementos del filtro Butterworth en función de la relación de la resistencia de terminación normalizada R_s y R_L .

Tabla 2.2. Valores prototipo de elementos filtro de Butterworth

								
n	R_s/R_L	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
2	1.111	1.035	1.835					
	1.250	0.849	2.121					
	1.429	0.697	2.439					
	1.667	0.566	2.828					
	2.000	0.448	3.346					
	2.500	0.342	4.095					
	3.333	0.245	5.313					
	5.000	0.156	7.707					
	10.000	0.074	14.814					
	∞	1.414	0.707					
3	0.900	0.808	1.633	1.599				
	0.800	0.844	1.384	1.926				
	0.700	0.915	1.165	2.277				
	0.600	1.023	0.965	2.702				
	0.500	1.181	0.779	3.261				
	0.400	1.425	0.604	4.064				
	0.300	1.838	0.440	5.363				
	0.200	2.669	0.284	7.910				
	0.100	5.167	0.138	15.455				
	∞	1.500	1.333	0.500				
4	1.111	0.466	1.592	1.744	1.469			
	1.250	0.388	1.695	1.511	1.811			
	1.429	0.325	1.862	1.291	2.175			
	1.667	0.269	2.103	1.082	2.613			
	2.000	0.218	2.452	0.883	3.187			
	2.500	0.169	2.986	0.691	4.009			
	3.333	0.124	3.883	0.507	5.338			

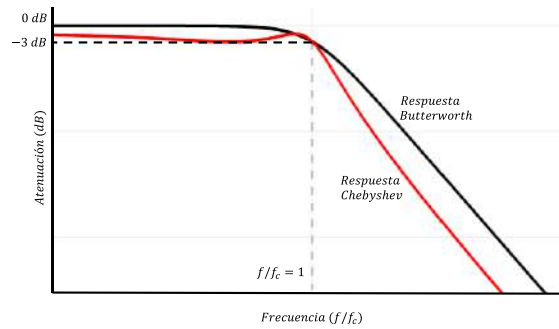
	5.000	0.080	5.684	0.331	7.940			
	10.000	0.039	11.094	0.162	15.642			
	∞	1.531	1.577	1.082	0.383			
5	0.900	0.442	1.027	1.910	1.756	1.389		
	0.800	0.470	0.866	2.061	1.544	1.738		
	0.700	0.517	0.731	2.285	1.333	2.108		
	0.600	0.586	0.609	2.600	1.126	2.552		
	0.500	0.686	0.496	3.051	0.924	3.133		
	0.400	0.838	0.388	3.736	0.727	3.965		
	0.300	1.094	0.285	4.884	0.537	5.307		
	0.200	1.608	0.186	7.185	0.352	7.935		
	0.100	3.512	0.091	14.095	0.173	15.710		
	∞	1.545	1.694	1.382	0.894	0.309		
6	1.111	0.289	1.040	1.322	2.054	1.744	1.335	
	1.250	0.245	1.116	1.126	2.239	1.550	1.688	
	1.429	0.207	1.236	0.957	2.499	1.346	2.062	
	1.667	0.173	1.407	0.801	2.858	1.143	2.509	
	2.000	0.141	1.653	0.654	3.369	0.942	3.094	
	2.500	0.111	2.028	0.514	4.141	0.745	3.931	
	3.333	0.082	2.656	0.379	5.433	0.552	5.280	
	5.000	0.054	3.917	0.248	8.020	0.363	7.922	
	10.000	0.026	7.705	0.122	15.786	0.179	15.738	
	∞	1.553	1.759	1.553	1.202	0.758	0.259	
7	0.900	0.299	0.711	1.404	1.489	2.125	1.727	1.296
	0.800	0.322	0.606	1.517	1.278	2.334	1.546	1.652
	0.700	0.357	0.515	1.688	1.091	2.618	1.350	2.028
	0.600	0.408	0.432	1.928	0.917	3.005	1.150	2.477
	0.500	0.480	0.354	2.273	0.751	3.553	0.951	3.064
	0.400	0.590	0.278	2.795	0.592	4.380	0.754	3.904
	0.300	0.775	0.206	3.671	0.437	5.761	0.560	5.258
	0.200	1.145	0.135	5.427	0.287	8.526	0.369	7.908
	0.100	2.257	0.067	10.700	0.142	16.822	0.182	15.748
	∞	1.558	1.799	1.659	1.397	1.055	0.656	0.223
n	R_L/R_S	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7

Fuente: Bowick et al. (2008, p. 43).

Respuesta Chebyshev

Los filtros Chebyshev presentan una mayor atenuación en la banda de rechazo en comparación con los Butterworth (figura 2.12), pero a costa de generar ondulaciones en la banda de paso. Existen variantes con diferentes niveles de *ripple*, dependiendo del diseño y los requerimientos de atenuación.

Figura 2.12. *Respuesta de filtro Chebyshev*



Fuente: elaboración propia.

Las principales características de este tipo de respuesta son que presenta ondulaciones en la banda de paso, que tiene una transición más abrupta a la banda de rechazo en comparación con el Butterworth y que presenta ondulaciones en la banda de paso, cuyo nivel se controla con el parámetro ε , así como una mayor selectividad, pero con posible distorsión en fase.

La atenuación del filtro Chebyshev se determina evaluando su comportamiento a diferentes frecuencias y con distintos números de elementos (orden del filtro) en función del *ripple* permitido. Esta atenuación se calcula con la ecuación:

$$A_{dB} = 10 \log \left[1 + \varepsilon^2 C_n^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)' \right] \quad (2.35)$$

Donde:

$\omega = f_{atenuación} \rightarrow$ frecuencia en la que se desea la atenuación

$\omega_c = f_c \rightarrow$ frecuencia de corte (-3 dB) del filtro

$n =$ número de elementos del filtro, u orden del filtro

$C_n =$ es el polinomio de Chebyshev (tabla 2.3), valuado en $\left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)'$

El parámetro ε viene dado por la ecuación:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{R_{dB}}{10}} - 1} \quad (2.36)$$

Donde:

R_{dB} = es la ondulación del filtro en dB.

Tabla 2.3. *Polinomio de Chebyshev de orden n*

n	Polinomio de Chebyshev
1	$\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$
2	$2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - 1$
3	$4\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^3 - 3\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$
4	$8\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 - 8\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + 1$
5	$16\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^5 - 20\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^3 + 5\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$
6	$32\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^6 - 48\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^4 + 18\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 - 1$
7	$64\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^7 - 112\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^5 + 58\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^3 - 7\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$

Fuente: Bowick et al. (2008, p. 44).

El valor de $\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)'$ se define por la ecuación:

$$\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)' = \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) \cosh B \quad (2.37)$$

Donde:

$\frac{\omega}{\omega_c}$ = Relación de la frecuencia de interés y la frecuencia de corte

El parámetro B se obtiene partir de la siguiente ecuación:

$$B = \frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \quad (2.38)$$

Donde

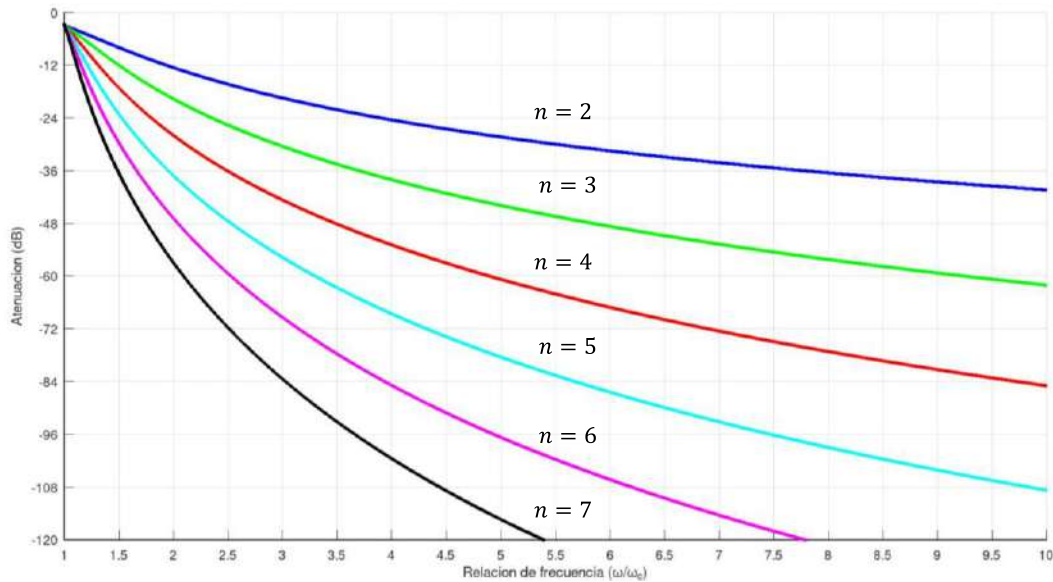
n = Orden del filtro

ε = Parámetro definido por la ecuación

Para representar gráficamente las curvas de atenuación en función de la frecuencia, se normaliza el eje de frecuencias como ω/ω_c . En las figuras 2.13, 2.14, 2.15 y 2.16 se muestran las curvas de atenuación según el ripple permitido (0.01dB, 0.1dB, 0.5 dB y 1dB). Cada curva corresponde a un número específico de

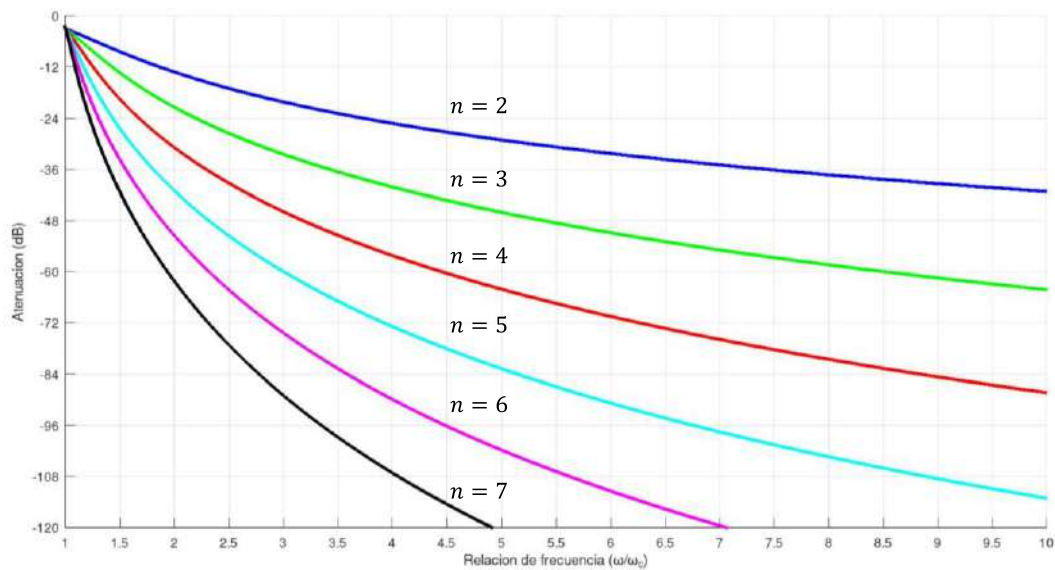
elementos u orden de filtro y comienza en el punto de corte (-3 dB), que es la frecuencia normalizada $\omega/\omega_c = 1$.

Figura 2.13. Atenuación filtro Chebyshev con ondulación de 0.01 dB



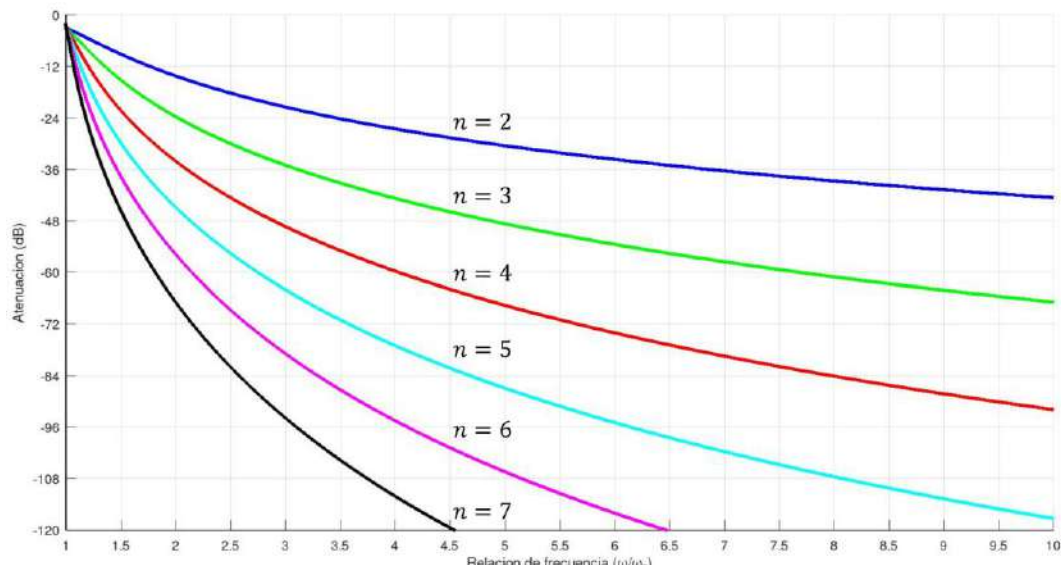
Fuente: elaboración propia.

Figura 2.14. Atenuación filtro Chebyshev con ondulación de 0.1 dB



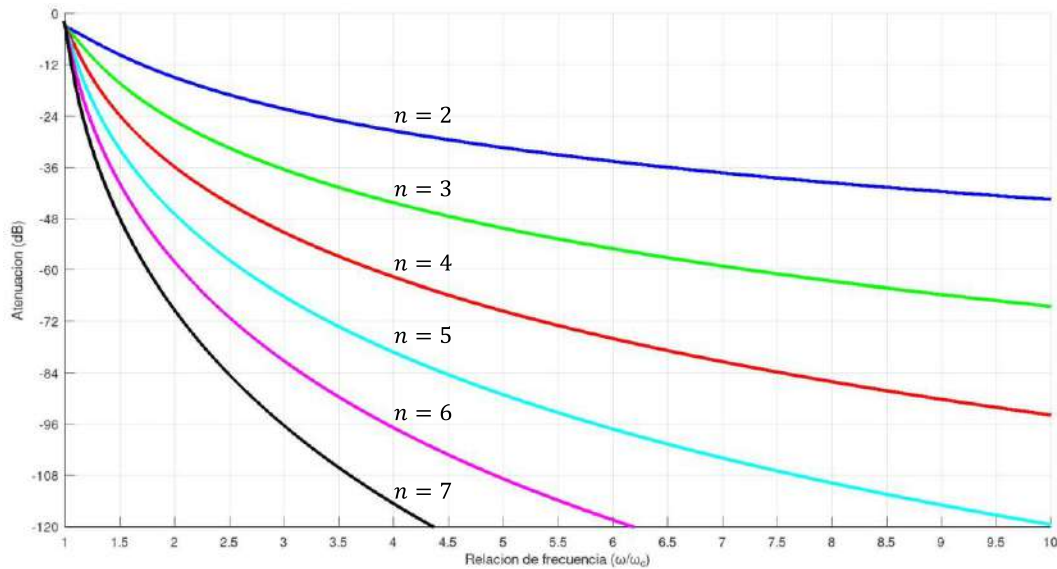
Fuente: elaboración propia.

Figura 2.15. Atenuación filtro Chebyshev con ondulación de 0.5 dB



Fuente: elaboración propia.

Figura 2.16. Atenuación filtro Chebyshev con ondulación de 1 dB

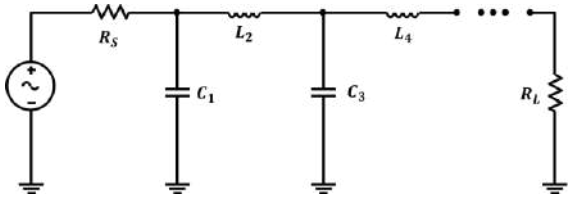


Fuente: elaboración propia.

Los valores normalizados son útiles para elaborar este tipo de filtro, que provee los valores prototipo de los elementos del filtro Chebyshev en la tabla 2.2, y

que proporciona los valores prototipo de los elementos del filtro Chebyshev en relación con el *ripple* permitido y su relación de la resistencia de terminación normalizada R_S y R_L .

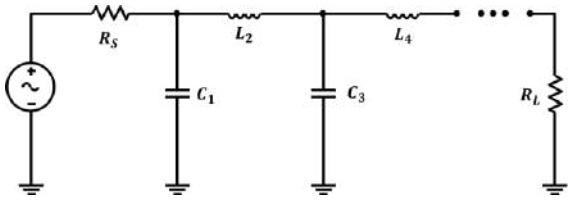
Tabla 2.4. Valores prototipo de elementos filtro Chebyshev con ondulación de 0.01 dB

								
n	R_S/R_L	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
2	1.101	1.347	1.483					
	1.111	1.247	1.595					
	1.250	0.943	1.997					
	1.429	0.759	2.344					
	1.667	0.609	2.750					
	2.000	0.479	3.277					
	2.500	0.363	4.033					
	3.333	0.259	5.255					
	5.000	0.164	7.650					
	10.000	0.078	14.749					
	∞	1.412	0.742					
3	1.000	1.181	1.821	1.181				
	0.900	1.092	1.660	1.480				
	0.800	1.097	1.443	1.806				
	0.700	1.160	1.228	2.165				
	0.600	1.274	1.024	2.598				
	0.500	1.452	0.829	3.164				
	0.400	1.734	0.645	3.974				
	0.300	2.216	0.470	5.280				
	0.200	3.193	0.305	7.834				
	0.100	6.141	0.148	15.390				
	∞	1.501	1.433	0.591				
4	1.100	0.950	1.938	1.761	1.046			
	1.111	0.854	1.946	1.744	1.165			
	1.250	0.618	2.075	1.542	1.617			
	1.429	0.495	2.279	1.334	2.008			
	1.667	0.398	2.571	1.128	2.461			
	2.000	0.316	2.994	0.926	3.045			
	2.500	0.242	3.641	0.729	3.875			
	3.333	0.174	4.727	0.538	5.209			
	5.000	0.112	6.910	0.352	7.813			
	10.000	0.054	13.469	0.173	15.510			
	∞	1.529	1.694	1.312	0.523			
5	1.000	0.977	1.685	2.037	1.685	0.977		

	0.900	0.880	1.456	2.174	1.641	1.274		
	0.800	0.877	1.235	2.379	1.499	1.607		
	0.700	0.926	1.040	2.658	1.323	1.977		
	0.600	1.019	0.863	3.041	1.135	2.424		
	0.500	1.166	0.699	3.584	0.942	3.009		
	0.400	1.398	0.544	4.403	0.749	3.845		
	0.300	1.797	0.398	5.772	0.557	5.193		
	0.200	2.604	0.259	8.514	0.368	7.826		
	0.100	5.041	0.127	16.741	0.182	15.613		
	∞	1.547	1.795	1.645	1.237	0.488		
6	1.101	0.851	1.796	1.841	2.027	1.631	0.937	
	1.111	0.760	1.782	1.775	2.094	1.638	1.053	
	1.250	0.545	1.864	1.489	2.403	1.507	1.504	
	1.429	0.436	2.038	1.266	2.735	1.332	1.899	
	1.667	0.351	2.298	1.061	3.167	1.145	2.357	
	2.000	0.279	2.678	0.867	3.768	0.954	2.948	
	2.500	0.214	3.261	0.682	4.667	0.761	3.790	
	3.333	0.155	4.245	0.503	6.163	0.568	5.143	
	5.000	0.100	6.223	0.330	9.151	0.376	7.785	
	10.000	0.048	12.171	0.162	18.105	0.187	15.595	
	∞	1.551	1.847	1.790	1.598	1.190	0.469	
7	1.000	0.913	1.595	2.002	1.870	2.002	1.595	0.913
	0.900	0.816	1.362	2.089	1.722	2.202	1.581	1.206
	0.800	0.811	1.150	2.262	1.525	2.465	1.464	1.538
	0.700	0.857	0.967	2.516	1.323	2.802	1.307	1.910
	0.600	0.943	0.803	2.872	1.124	3.250	1.131	2.359
	0.500	1.080	0.650	3.382	0.928	3.875	0.947	2.948
	0.400	1.297	0.507	4.156	0.735	4.812	0.758	3.790
	0.300	1.669	0.372	5.454	0.546	6.370	0.568	5.148
	0.200	2.242	0.242	8.057	0.360	9.484	0.378	7.802
	0.100	4.701	0.119	15.872	0.178	18.818	0.188	15.652
	∞	1.559	1.867	1.866	1.765	1.563	1.161	0.456
n	R_L/R_s	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7

Fuente: Bowick et al. (2008, p. 47).

Tabla 2.5. Valores prototipo de elementos filtro Chebyshev con ondulación de 0.1 dB



n	R_s/R_L	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
2	1.355	1.209	1.638					
	1.429	0.977	1.982					
	1.667	0.733	2.489					
	2.000	0.560	3.054					
	2.500	0.417	3.827					
	3.333	0.293	5.050					
	5.000	0.184	7.426					
	10.000	0.087	14.433					
	∞	1.391	0.819					
3	1.000	1.433	1.594	1.433				
	0.900	1.426	1.494	1.622				
	0.800	1.451	1.356	1.871				
	0.700	1.521	1.193	2.190				
	0.600	1.648	1.017	2.603				
	0.500	1.853	0.838	3.159				
	0.400	2.186	0.660	3.968				
	0.300	2.763	0.486	5.279				
	0.200	3.942	0.317	7.850				
	0.100	7.512	0.155	15.466				
	∞	1.513	1.510	0.716				
4	1.355	0.992	2.148	1.585	1.341			
	1.429	0.779	2.348	1.429	1.700			
	1.667	0.576	2.730	1.185	2.243			
	2.000	0.440	3.227	0.967	2.856			
	2.500	0.329	3.961	0.760	3.698			
	3.333	0.233	5.178	0.560	5.030			
	5.000	0.148	7.607	0.367	7.614			
	10.000	0.070	14.887	0.180	15.230			
	∞	1.511	1.768	1.455	0.673			
5	1.000	1.301	1.556	2.241	1.556	1.301		
	0.900	1.285	1.433	2.380	1.488	1.488		
	0.800	1.300	1.282	2.582	1.382	1.738		
	0.700	1.358	1.117	2.868	1.244	2.062		
	0.600	1.470	0.947	3.269	1.085	2.484		
	0.500	1.654	0.778	3.845	0.913	3.055		
	0.400	1.954	0.612	4.720	0.733	3.886		
	0.300	2.477	0.451	6.196	0.550	5.237		
	0.200	3.546	0.295	9.127	0.366	7.889		
	0.100	6.787	0.115	17.957	0.182	15.745		
	∞	1.561	1.807	1.766	1.417	0.651		
6	1.355	0.942	2.080	1.659	2.247	1.534	1.277	

	1.429	0.735	2.249	1.454	2.544	1.405	1.629	
	1.667	0.542	2.600	1.183	3.064	1.185	2.174	
	2.000	0.414	3.068	0.958	3.712	0.979	2.794	
	2.500	0.310	3.765	0.749	4.651	0.778	3.645	
	3.333	0.220	4.927	0.551	6.195	0.580	4.996	
	5.000	0.139	7.250	0.361	9.261	0.384	7.618	
	10.000	0.067	14.220	0.178	18.427	0.190	15.350	
	∞	1.534	1.884	1.831	1.749	1.394	0.638	
7	1.000	1.262	1.520	2.239	1.680	2.239	1.520	1.262
	0.900	1.242	1.395	2.361	1.578	2.397	1.459	1.447
	0.800	1.255	1.245	2.548	1.443	2.624	1.362	1.697
	0.700	1.310	1.083	2.819	1.283	2.942	1.233	2.021
	0.600	1.417	0.917	3.205	1.209	3.384	1.081	2.444
	0.500	1.595	0.753	3.764	0.928	4.015	0.914	3.018
	0.400	1.885	0.593	4.618	0.742	4.970	0.738	3.855
	0.300	2.392	0.437	6.054	0.556	6.569	0.557	5.217
	0.200	3.428	0.286	8.937	0.369	9.770	0.372	7.890
	0.100	6.570	0.141	17.603	0.184	19.376	0.186	15.813
	∞	1.575	1.858	1.921	1.827	1.734	1.379	0.631
n	R_L/R_s	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7

Fuente: Bowick et al. (2008, p. 49).

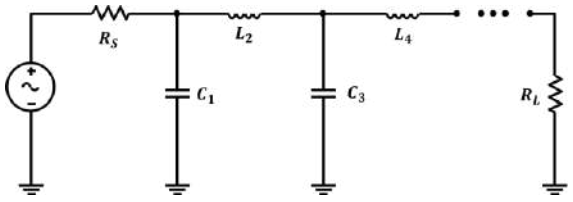
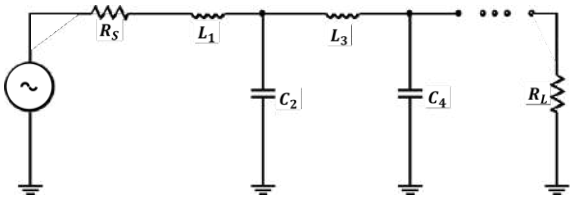
Tabla 2.6. Valores prototipo de elementos filtro Chebyshev con ondulación de 0.5 dB

n	R_s/R_L	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
2	1.984	0.983	1.950					
	2.000	0.909	2.103					
	2.500	0.564	3.165					
	3.333	0.375	4.411					
	5.000	0.228	6.700					
	10.000	0.105	13.322					
	∞	1.307	0.975					
3	1.000	1.864	1.280	1.834				
	0.900	1.918	1.209	2.026				
	0.800	1.997	1.120	2.237				

	0.700	2.114	1.015	2.517				
	0.500	2.557	0.759	3.436				
	0.400	2.985	0.615	4.242				
	0.300	3.729	0.463	5.576				
	0.200	5.254	0.309	8.225				
	0.100	9.890	0.153	16.118				
	∞	1.572	1.518	0.932				
4	1.984	0.920	2.586	1.304	1.826			
	2.000	0.845	2.720	1.238	1.985			
	2.500	0.516	3.766	0.869	3.121			
	3.333	0.344	5.120	0.621	4.480			
	5.000	0.210	7.708	0.400	6.987			
	10.000	0.098	15.352	0.194	14.262			
	∞	1.436	1.889	1.521	0.913			
5	1.000	1.807	1.303	2.691	1.303	1.807		
	0.900	1.854	1.222	2.849	1.238	1.970		
	0.800	1.926	1.126	3.060	1.157	2.185		
	0.700	2.035	1.015	3.353	1.058	2.470		
	0.600	2.200	0.890	3.765	0.942	2.861		
	0.500	2.457	0.754	4.367	0.810	3.414		
	0.400	2.870	0.609	5.296	0.664	4.245		
	0.300	3.588	0.459	6.871	0.508	5.625		
	0.200	5.064	0.306	10.054	0.343	8.367		
	0.100	9.556	0.153	19.647	0.173	16.574		
	∞	1.630	1.740	1.922	1.514	0.903		
6	1.984	0.905	2.577	1.368	2.713	1.299	1.796	
	2.000	0.830	2.704	1.291	2.872	1.237	1.956	
	2.500	0.506	3.722	0.890	4.109	0.881	3.103	
	3.333	0.337	5.055	0.632	5.699	0.635	4.481	
	5.000	0.206	7.615	0.406	8.732	0.412	7.031	
	10.000	0.096	15.186	0.197	17.681	0.202	14.433	
7	1.000	1.790	1.296	2.718	1.385	2.718	1.296	1.790
	0.900	1.835	1.215	2.869	1.308	2.883	1.234	1.953
	0.800	1.905	1.118	3.076	1.215	3.107	1.155	2.168
	0.700	2.011	1.007	3.364	1.105	3.416	1.058	2.455
	0.600	2.174	0.882	3.772	0.979	3.852	0.944	2.848
	0.500	2.428	0.747	4.370	0.838	4.289	0.814	3.405
	0.400	2.835	0.604	5.295	0.685	5.470	0.669	4.243
	0.300	3.546	0.455	6.867	0.522	7.134	0.513	5.635
	0.200	5.007	0.303	10.049	0.352	10.496	0.348	8.404
	0.100	9.456	0.151	19.649	0.178	20.631	0.176	16.665
	∞	1.646	1.777	2.031	1.789	1.924	1.503	0.895
n	R_L/R_s	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7

Fuente: Bowick et al. (2008, p. 51).

Tabla 2.7. Valores prototipo de elementos filtro Chebyshev con ondulación de 1 dB

								
n	R_s/R_L	C_1	L_2	C_3	L_4	C_5	L_6	C_7
2	3.000	0.572	3.132					
	4.000	0.365	4.600					
	8.000	0.157	9.658					
	∞	1.213	1.109					
3	1.000	2.216	1.088	2.216				
	0.500	4.431	0.817	2.216				
	0.333	6.647	0.726	2.216				
	0.250	8.862	0.680	2.216				
	0.125	17.725	0.612	2.216				
	∞	1.652	1.460	1.108				
4	3.000	0.653	4.411	0.814	2.535			
	4.000	0.452	7.083	0.612	2.848			
	8.000	0.209	17.164	0.428	3.281			
	∞	1.350	2.010	1.488	1.106			
5	1.000	2.207	1.128	3.103	1.128	2.207		
	0.500	4.414	0.565	4.653	1.128	2.207		
	0.333	6.622	0.376	6.205	1.128	2.207		
	0.250	8.829	0.282	7.756	1.128	2.207		
	0.125	17.657	0.141	13.961	1.128	2.207		
	∞	1.721	1.645	2.061	1.493	1.103		
6	3.000	0.679	3.873	0.771	4.711	0.969	2.406	
	4.000	0.481	5.644	0.476	7.351	0.849	2.582	
	8.000	0.227	12.310	0.198	16.740	0.726	2.800	
	∞	1.378	2.097	1.690	2.074	1.494	1.102	
7	1.000	2.204	1.131	3.147	1.194	3.147	1.131	2.204
	0.500	4.408	0.566	6.293	0.895	3.147	1.131	2.204
	0.333	6.612	0.377	9.441	0.796	3.147	1.131	2.204
	0.250	8.815	0.283	12.588	0.747	3.147	1.131	2.204
	0.125	17.631	0.141	25.175	0.671	3.147	1.131	2.204
	∞	1.741	1.677	2.155	1.703	2.079	1.494	1.102
n	R_L/R_s	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7
								

Fuente: Bowick et al. (2008, p. 53).

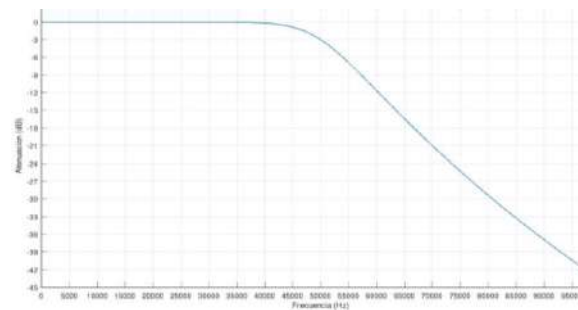
Tipos de filtros

Dependiendo de la respuesta y atenuación deseada del filtro, es necesario desarrollar el prototipo del filtro y después transformarlo a un filtro utilizable, estos filtros pueden clasificarse en cuatro categorías principales: pasa bajas, pasa altas, pasa banda y rechaza banda.

Filtro pasa bajas

Estos filtros, también conocidos como *low-pass*, permiten el paso de frecuencias por debajo de un valor de corte, mientras atenúan las frecuencias superiores (figura 2.17). En el diseño de filtros de RF, los filtros pasan bajas son fundamentales y sirven como base para la transformación de otros tipos de respuesta.

Figura 2.17. Respuesta de filtro pasa bajas



Fuente: elaboración propia.

Para diseñar un filtro pasa bajas es necesario:

1. Definir la respuesta del filtro, así como las frecuencias de trabajo y su atenuación con las que se trabajará.
2. Normalizar las frecuencias de interés sobre a las frecuencias de corte del filtro:

$$f = \frac{f_{\text{atenuación}}}{f_c} = \frac{f_{\text{adB}}}{f_{3\text{dB}}} \quad (2.39)$$

Donde

f = frecuencia normalizada

f_c = frecuencia de corte (3 dB)

$f_{atenuación}$ = frecuencia de atenuación del filtro

3. Determinar el tipo de respuesta del filtro y analizar sus respectivas gráficas en relación con la frecuencia normalizada y su atenuación deseada.

4. Coincidir las características de atenuación normalizadas (pasos 1 y 2) con las curvas de atenuación, con el fin de obtener el número de elementos del circuito o el número de orden.

Las gráficas de atenuación de los filtros Butterworth y Chebyshev se encuentran en las siguientes figuras:

a. Figura 2.11: atenuación en los filtros Butterworth.

b. Figura 2.13 a figura 2.16: atenuación de los filtros Chebyshev con diferentes niveles de *ripple*.

5. Encontrar los valores prototipo del circuito en relación con el número de orden obtenido mediante el análisis de las gráficas de atenuación. Para encontrar dichos valores es necesarios analizar las tablas de valores prototipo de cada filtro, dichas tablas se con la normalización de la resistencia para este tipo de filtro.

$$R = \frac{R_S}{R_L} = \frac{R_L}{R_S} \quad (2.40)$$

Donde:

R = resistencia normalizada

R_S = resistencia de fuente

R_L = resistencia de carga

Los valores prototipo según el tipo de respuestas se encuentran en las siguientes tablas:

a. Tabla 2.2 para respuesta de filtro Butterworth.

b. Tabla 2.4 a tabla 2.7 para respuesta de filtro Chebyshev con diferentes niveles de *ripple*.

Para interpretar las tablas con el esquema que se muestra encima de cada tabla se utiliza siempre la relación $\frac{R_S}{R_L}$ como criterio para de diseño, la tabla se lee de arriba hacia

abajo. Alternativamente, cuando se calcula $\frac{R_L}{R_s}$, se utiliza el esquema debajo de la tabla y se lee de abajo hacia arriba (Bowicki et al., 2008).

6. Escalar todos los elementos a la frecuencia e impedancia del diseño final del circuito para crear un filtro utilizable. Para realizar dicha transformación a valores utilizables es necesario obtener los valores capacitivos e inductivos del circuito final, dichos valores se establecen mediante las siguientes ecuaciones:

$$C = \frac{C_n}{2\pi f_c R_L} \quad (2.41)$$

$$L = \frac{R_L L_n}{2\pi f_c} \quad (2.42)$$

Donde:

C = valor final del capacitor

L = valor final del inductor

C_n = valor del prototipo del capacitor

L_n = valor del prototipo del inductor

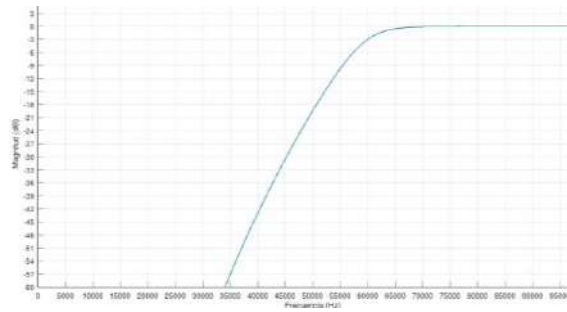
R_L = resistencia de carga del filtro

f_c = frecuencia de corte (3 dB)

Filtro pasa altas

Los filtros pasa altas, también conocidos como *high-pass*, funcionan de manera opuesta a los filtros pasa bajas, bloqueando las frecuencias inferiores a un punto de corte y permitiendo el paso de las superiores (figura 2.18).

Figura 2.18 Respuesta filtro pasa altas



Fuente: elaboración propia.

Para diseñar un filtro pasa altas hay que tomar en cuenta que los pasos son los mismos al de un filtro pasa bajas. Sin embargo, es necesario cambiar la forma en la que se hace el paso 2 en donde al normalizar la frecuencia se requiere utilizar la siguiente ecuación:

$$f = \frac{f_c}{f_{atenuacion}} = \frac{f_{3dB}}{f_{adB}} \quad (2.43)$$

Donde

f = frecuencia normalizada

f_c = frecuencia de corte (3 dB)

$f_{atenuación}$ = frecuencia de atenuación del filtro

Respecto al paso 6 se debe sustituir cada elemento filtrante por otro del tipo opuesto, es decir, los capacitores se cambian por inductores y viceversa, con respecto al valor de los elementos prototipo estos se tienen que sacar su recíproco (ecuación 2.44 y 2.45), las resistencias de origen y carga no deben modificarse.

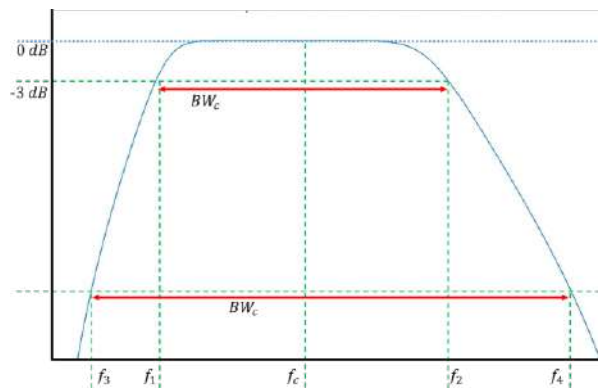
$$C_n = \frac{1}{L_n} \quad (2.44)$$

$$L_n = \frac{1}{C_n} \quad (2.45)$$

Filtro pasa banda

Los filtros pasa banda, también conocidos como *band-pass*, permiten el paso de un rango específico de frecuencias mientras atenúan las que están por encima y por debajo de esta banda (figura 2.19). El diseño de este tipo de filtros se basa en un filtro pasa bajas como prototipo, aplicando transformaciones de frecuencia. Este proceso mantiene las relaciones de ancho de banda de atenuación de la respuesta de paso bajo y permite obtener un filtro con las características deseadas.

Figura 2.19. Respuesta filtro pasa banda



Fuente: elaboración propia.

Para diseñar un filtro pasa banda:

- 1) Se transforman la normalización de frecuencia del filtro pasa bajas (ecuación 2.39) al equivalente en filtro pasa banda dándonos la ecuación:

$$BW_{Normalizado} = \frac{BW}{BW_c} \quad (2.46)$$

Donde:

BW = ancho de banda en la atenuación deseada ($f_4 - f_3$)

BW_c = ancho de banda de 3 dB del filtro ($f_2 - f_1$)

La respuesta de frecuencia de un filtro de pasa banda exhibe simetría geométrica cuando se traza en una escala logarítmica. La frecuencia central de un filtro geoméricamente simétrico viene dada por la fórmula:

$$f_c = \sqrt{f_a f_b} \quad (2.47)$$

Donde:

f_c = Frecuencia central.

$\left. \begin{matrix} f_a \\ f_b \end{matrix} \right\}$ = frecuencias cualesquiera una por encima (f_2 f_4) y otra por debajo de la banda de paso (f_1 f_3).

- 2) Se verifica la curva de atenuación de pasa bajas proporcionadas para encontrar una respuesta que cumpla con los requisitos del paso 1, dichas curvas se encuentran en:
 - a) Figura 2.11: atenuación en los filtros Butterworth.
 - b) Figura 2.13 a figura 2.16: atenuación de los filtros Chebyshev con diferentes niveles de *ripple*.
- 3) Se selecciona el prototipo de paso deseado.
- 4) Se transforma el prototipo paso bajo en una configuración de paso de banda resonando cada elemento.

Elementos en paralelo → *Circuito resonante en paralelo*

Elementos en serie → *Circuito resonante en serie*

- 5) Se escala en frecuencia e impedancia utilizando las siguientes ecuaciones:
 - a) Para elementos en paralelo:

$$C = \frac{C_n}{2\pi R BW_c} \quad (2.48)$$

$$L = \frac{R BW_c}{2\pi f_c^2 L_n} \quad (2.49)$$

- b) Para elementos en serie:

$$C = \frac{BW_c}{2\pi f_c^2 C_n R} \quad (2.50)$$

$$L = \frac{R L_n}{2\pi BW_c} \quad (2.51)$$

Donde:

R = resistencia de carga

BW_c = ancho de banda de 3 dB del filtro

f_c = frecuencia central del filtro

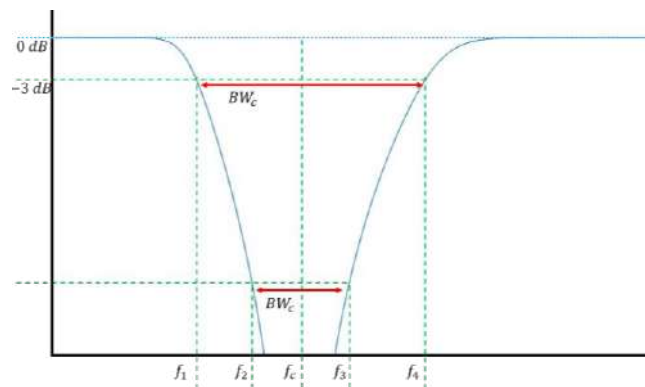
C_n = valor del prototipo del capacitor pasa banda

L_n = valor del prototipo del inductor pasa banda

Rechaza banda

Los filtros rechaza banda, también conocidos como *bandstop*, tienen una función similar al pasa banda, solo que en este caso el filtro atenúa una banda específica de frecuencias mientras deja pasar todas las demás (figura 2.20).

Figura 2.20. Respuesta filtro rechaza banda



Fuente: elaboración propia.

Para diseñar un filtro rechaza banda es necesario tomar en cuenta que los pasos son los mismos al de un filtro pasa banda, a excepción de que es necesario el cambio de ciertos pasos: en el paso 1 se transforman la normalización de frecuencia del filtro paso altos (ecuación 2.43) al equivalente en filtro rechaza banda dándonos la ecuación:

$$BW_{Normalizado} = \frac{BW_c}{BW} \quad (2.52)$$

Donde:

BW = ancho de banda en la atenuación deseada ($f_3 - f_2$)

BW_c = ancho de banda de 3 dB del filtro ($f_4 - f_1$)

En el paso 4 es donde se transforma el prototipo paso bajo en una configuración de rechaza de banda resonando cada elemento donde:

Elementos en paralelo $\rightarrow$ *Circuito resonante en serie*

Elementos en serie $\rightarrow$ *Circuito resonante en paralelo*

En el paso 5 se escala en frecuencia e impedancia utilizando las siguientes ecuaciones:

➤ Para elementos en serie:

$$C = \frac{C_n}{2\pi R BW_c} \quad (2.53)$$

$$L = \frac{R BW_c}{2\pi f_c^2 L_n} \quad (2.54)$$

➤ Para elementos en paralelo:

$$C = \frac{BW_c}{2\pi f_c^2 C_n R} \quad (2.55)$$

$$L = \frac{R L_n}{2\pi BW_c} \quad (2.56)$$

Donde:

R = resistencia de carga

BW_c = ancho de banda de 3 dB del filtro

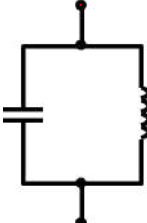
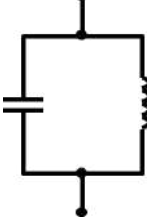
f_c = frecuencia central del filtro

C_n = valor del prototipo del capacitor pasa banda

L_n = valor del prototipo del inductor pasa banda

El diseño de los tipos de filtros parte de un prototipo de filtro paso bajo, el cual se transforma y escala según la respuesta deseada (tabla 2.8), asegurando con ello que se cumplan los requisitos de atenuación y ancho de banda especificados en el diseño del filtro deseado.

Tabla 2.8. Transformación entre filtro prototipo a filtro paso bajos, filtro paso altas, filtro pasa banda y filtro rechaza banda

Filtro				
Prototipo	Pasa bajas	Pasa altas	Pasa banda	Rechaza banda
				
				

Fuente: Ludwig y Bretchko (2000, p. 238).

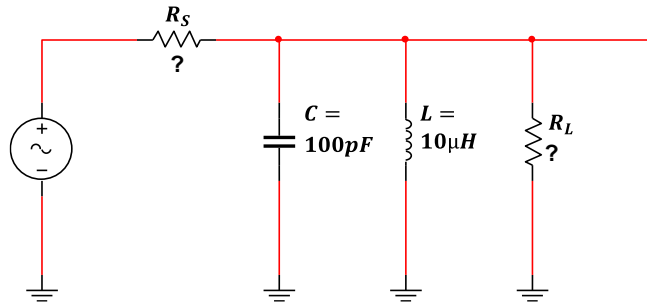
Resolución de ejercicios

Ejercicio 2.1

Diseñar un circuito resonante en paralelo con un factor de calidad cargado (Q_L) mayor o igual a 20. Se dispone de un capacitor de 100 pF y un inductor de $10\mu\text{H}$ (figura 2.21). Determinar:

1. La frecuencia de resonancia (f_0).
2. Los valores de la resistencia de fuente (R_S) y la resistencia de carga (R_L) necesarios para cumplir con $Q_L \geq 20$.
3. El ancho de banda (BW) del circuito.

Figura 2.21. Circuito resonante paralelo del ejercicio 2.1



Fuente: elaboración propia.

Para determinar los elementos que conforman el circuito resonante es necesario identificar cuáles son los datos proporcionados: capacitor ($C = 100\text{pF}$), inductor ($L=10\mu\text{H}$) y factor de calidad cargado ($Q_L \geq 20$).

Una vez identificado los datos es necesario determinar la frecuencia de resonancia del circuito el cual se calcula con la ecuación 2.1, en donde sustituiremos los valores de L y C y tenemos que:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{(10\mu\text{H})(100\text{pF})}} = \frac{1}{2\pi(3.16227766 \times 10^{-8})} = 5.03292121 \text{ MHz}$$

$$f_o = 5.03292121 \text{ MHz}$$

Para establecer la reactancia en resonancia (X_p) se considera que la reactancia inductiva (X_L) y la reactancia capacitiva (X_C) son iguales, por lo que se determina que:

$$X_p = X_L = X_C$$

Al sustituir los valores de f_o , L y C en las ecuaciones de reactancia inductiva (ecuación 2.16) y reactancia capacitiva (ecuación 2.14) tenemos que:

$$X_L = 2\pi f_o L$$

$$X_L = 2\pi(5.03292121 \text{ MHz})(10\mu\text{H})$$

$$X_L = 316.227766 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_o C}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi(5.03292121 \text{ MHz})(100\text{pF})}$$

$$X_C = 316.227766 \Omega$$

Podemos observar que los valores de reactancia del inductor y el capacitor son igual y tenemos:

$$X_P = 316.227766 \Omega$$

Para determinar R_P , considerando que $Q_L \geq 20$, la Q cargada en un circuito paralelo está definida en la ecuación 2.24 donde si despejamos el valor de R_P podemos considerar que:

$$Q_L = \frac{R_P}{X_P} \geq 20 \quad \rightarrow \quad \frac{R_P}{X_P} \geq 20$$

$$R_P \geq 20(X_P)$$

Si sustituimos X_P tenemos:

$$R_P \geq (20)(316.227766 \Omega)$$

$$R_P \geq 6.32455521 k\Omega$$

Para determinar los valores de R_S y R_L debemos recordar que la resistencia paralela equivalente (R_P) es el resultado de la combinación de R_S y R_L (ecuación 2.25).

Dado que $R_P \geq 6.32455521 k\Omega$, seleccionaremos un valor comercial para una de las resistencias. En este caso fijaremos $R_S = 10 K\Omega$ y despejamos R_L ajustándolo posteriormente al valor comercial más cercano tenemos que:

$$\frac{R_S R_L}{R_S + R_L} \geq R_P$$

$$\frac{(10000\Omega)R_L}{10000\Omega + R_L} \geq 6324.55521 \Omega$$

$$(10000\Omega)R_L \geq (6324.55521 \Omega)(10000\Omega + R_L)$$

$$10000\Omega R_L \geq 63245552.1 \Omega + 6324.55521 \Omega R_L$$

$$10000\Omega R_L - 6324.55521 \Omega R_L \geq 63245552.1 \Omega$$

$$3675.44479 \Omega R_L \geq 63245552.1 \Omega$$

$$R_L \geq \frac{63245552.1 \Omega}{3675.44479 \Omega}$$

$$R_L \geq 17207.59138 \Omega$$

$$R_L \geq 17.20759138 k\Omega$$

Ajustado al valor comercial más cercano:

$$R_L = 18k\Omega$$

Como hemos seleccionado $R_S = 10 k\Omega$ y $R_L = 18 k\Omega$, es necesario verificar si se cumple $Q_L \geq 20$ usando los valores finales que se implementaran en el circuito. Para ello, debemos calcular el valor real de R_P (ecuación 2.25) y el Q_L (ecuación 2.26) obtenido con estas resistencias.

$$R_P = \frac{(10 k\Omega)(18 k\Omega)}{10 k\Omega + 18 k\Omega} = \frac{(10000 \Omega)(18000 \Omega)}{10000 \Omega + 18000 \Omega}$$

$$R_P = \frac{180000000 \Omega}{28000 \Omega} = 6428.571429 \Omega$$

$$R_P = 6.428571429 k\Omega$$

$$Q_L = \frac{6.428571429 k\Omega}{316.227766 \Omega}$$

$$Q_L = 20.32892782$$

Para determinar el ancho de banda (BW) utilizaremos la ecuación 2.10 en donde despejaremos el valor de BW , y se obtiene:

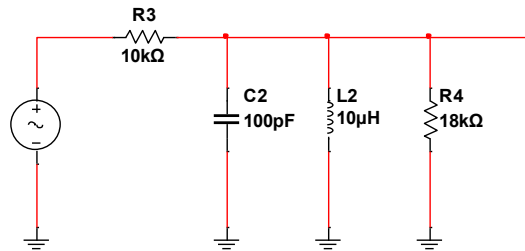
$$BW = \frac{f_0}{Q}$$

$$BW = \frac{5.03292121 MHz}{20.32892782} = \frac{5032921.21}{20.32892782} = 247574.3559 Hz$$

$$BW = 247.5743559 kHz$$

Dado que $Q_L \approx 20.33$, podemos afirmar que el diseño final del circuito resonante es muy cercano al valor deseado ($Q_L \geq 20$). Los valores de R_S y R_L se eligieron para maximizar la transferencia de energía, lo que nos ayudó para tener un buen ancho de banda. Por lo tanto, el circuito (figura 2.22) cumple con los requisitos y puede considerarse correctamente dimensionado.

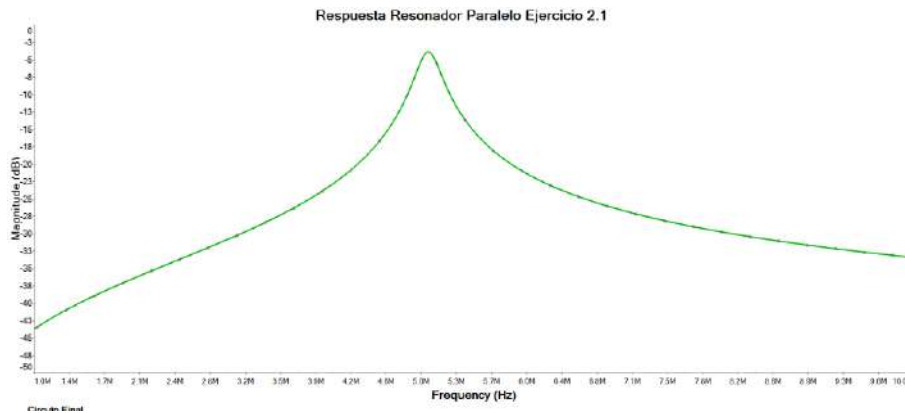
Figura 2.22. *Circuito resonante paralelo final del ejercicio 2.1*



Fuente: elaboración propia.

Al analizar la respuesta del circuito resonante en simulación de análisis de CA obtenemos la figura 2.23 en donde se realizó un barrido de frecuencias en donde podemos observar que la frecuencia de resonancia está marcada como el punto más alto de la gráfica.

Figura 2.23. *Respuesta de circuito resonante en paralelo. Ejercicio 2.1*



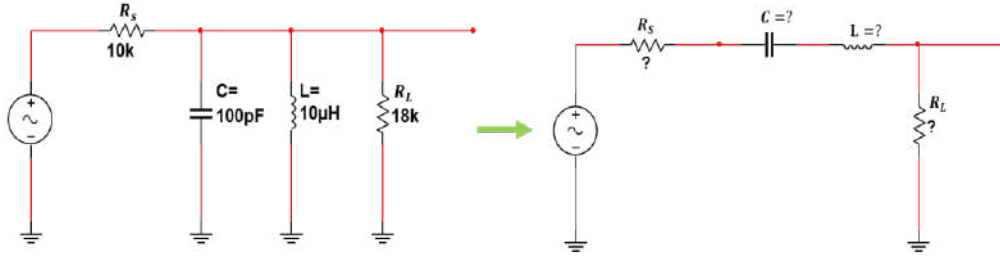
Fuente: elaboración propia.

Ejercicio 2.2

Rediseñar el circuito resonante del [Ejercicio 2.1](#) como un circuito resonante en serie (figura 2.24), utilizando los valores de frecuencia de resonancia (f_0), resistencia paralela equivalente (R_P) y factor de calidad cargado (Q_L), previamente determinar:

1. Los valores de la resistencia en serie equivalente (R_S) y la reactancia en serie equivalente (X_S).
2. Los valores del inductor (L) y el capacitor (C) para el circuito en serie.
3. El ancho de banda (BW) del circuito en serie.

Figura 2.24. Rediseño de circuito resonante paralelo a serie



Fuente: elaboración propia.

Para determinar los elementos que conforman el circuito resonante se debe identificar cuáles son los datos que se ocuparán: frecuencia de resonancia ($f_0 = 5.03292121 \text{ MHz}$), resistencia paralela equivalente ($R_p = 6.428571429 \text{ k}\Omega$) y factor de calidad cargado ($Q_L = 20.32892782$).

Para convertir un análisis de circuito con componentes en paralelo (R_p) a un circuito equivalente en serie (R_s), se utilizan las ecuaciones 2.28, en donde es necesario establecer el valor de R_s , tenemos que:

$$R_s = \frac{R_p}{Q^2 + 1}$$

$$R_s = \frac{k\Omega}{(20.32892782)^2 + 1} = \frac{6.428571429 \text{ k}\Omega}{413.2653063 + 1} = \frac{6.428571429 \text{ k}\Omega}{414.2653063}$$

$$R_s = 15.51900581 \Omega$$

Hay que obtener el valor de la reactancia en serie (X_p) a partir de los valores de R_s y Q_L mediante la ecuación 2.27, donde es necesario despejar el valor de la reactancia, el cual obtenemos como:

$$X_s = R_s Q_L$$

$$X_s = (15.51900581 \Omega) (20.32892782) = 315.46442 \Omega$$

Los valores del inductor (L) y el capacitor (C) los podemos obtener a partir de la reactancia calculada, lo que simplifica el análisis y permite calcular los valores de C (ecuación 2.14) y L (ecuación 2.16) para el circuito en serie, donde tenemos que:

$$X_C = X_L = X_s$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_0 X_C} = \frac{1}{2\pi (5.03292121 \text{ MHz})(315.46442 \Omega)} = 100.2423978 \text{ pF}$$

$$C = 100.2423978 \text{ pF} \approx 100 \text{ pF}$$

$$L = \frac{X_S}{2\pi f_0} = \frac{315.46442 \Omega}{2\pi (5.03292121 \text{ MHz})} = 9.975902921 \mu\text{H}$$

$$L = 9.975902921 \mu\text{H} \approx 10 \mu\text{H}$$

Al ajustar C y L a valores comerciales más cercano:

$$C = 100 \text{ pF}$$

$$L = 10 \mu\text{H}$$

Como hemos ajustado los valores de C y L , es necesario calcular el valor real de X_S y verificar si se cumple que $Q_L = 20.32892782$ o aproximado (ecuación 2.28), usando los valores finales que se implementaran en el circuito.

$$X_L = 2\pi f_0 L$$

$$X_L = 2\pi(5.03292121 \text{ MHz})(10\mu\text{H})$$

$$X_L = 316.227766 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f_0 C}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi(5.03292121 \text{ MHz})(100\text{pF})}$$

$$X_C = 316.227766 \Omega$$

$$Q_L = \frac{X_S}{R_S} = \frac{316.227766 \Omega}{15.51900581 \Omega} = 20.3781181$$

$$Q_L = 20.32892782 \cong 20.3781181$$

Para determinar el ancho de banda (BW) utilizaremos la ecuación 2.10, en la que despejaremos el valor de BW y se obtiene:

$$BW = \frac{f_0}{Q}$$

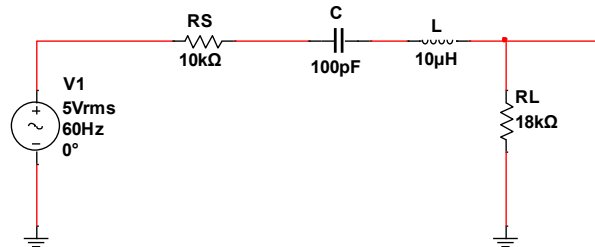
$$BW = \frac{5.03292121 \text{ MHz}}{20.3781181} = \frac{5032921.21}{20.3781181} = 246975.7009 \text{ Hz}$$

$$BW = 246.975.7009 \text{ kHz}$$

El rediseño del circuito resonante en serie (figura 2.25) demostró que es posible convertir un circuito en paralelo a su equivalente en serie sin alterar su comportamiento fundamental. Este enfoque es útil para analizar o implementar un circuito en una configuración diferente, manteniendo la misma frecuencia de

resonancia y selectividad. Los valores de R_S , L , y C se eligieron cuidadosamente para garantizar un diseño eficiente y práctico.

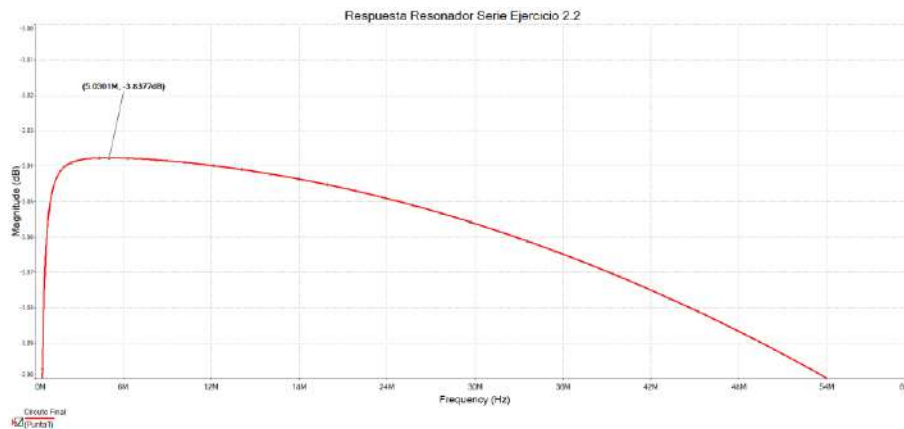
Figura 2.25. *Circuito resonante en serie. Ejercicio 2.2*



Fuente: elaboración propia.

Si analizamos la respuesta del circuito resonante en simulación, obtenemos la figura 2.26, en donde se realizó un barrido de frecuencias de 0 MHz a 10 MHz, y podemos observar que la frecuencia de resonancia está marcada como el punto más alto de la gráfica.

Figura 2.26. *Respuesta de circuito resonante en paralelo. Ejercicio 2.2*



Fuente: elaboración propia.

Ejercicio 2.3

Diseñar un filtro pasa bajas con respuesta Butterworth que cumpla con las siguientes especificaciones: $F_c = 400\text{KHz}$, $R_s = 50\Omega$, $R_L = 250\Omega$, la frecuencia normalizada es a 3 y su respuesta de atenuación debe ser mayor a -50 dB .

Determinar:

1. La frecuencia de atenuación (f_0).
2. Los valores normalizados de R así como los valores prototipo del filtro.
3. Circuito final del filtro.

Para determinar la frecuencia de atenuación es necesario despejar la ecuación 2.39, dándonos como resultado:

$$\frac{f_{\text{atenuación}}}{f_c} = \frac{f_{60\text{dB}}}{f_{3\text{dB}}} = 3$$

$$f_{50\text{dB}} = (3)(f_{3\text{dB}})$$

$$f_{50\text{dB}} = (3)(400\text{KHz})$$

$$f_{50\text{dB}} = 1200\text{KHz}$$

$$f_{50\text{dB}} = 1.2\text{MHz}$$

Para determinar el orden del filtro se debe analizar la figura 2.11, en donde el orden del filtro es $n = 6$. Normalizando las resistencias tenemos que:

$$R = \frac{R_s}{R_L} = \frac{50}{250} = 0.2$$

$$R = \frac{R_L}{R_s} = \frac{250}{50} = 5$$

Para saber cómo va a ser nuestro circuito hay que analizar la tabla 2.2, en donde se tienen que relacionar el valor de n (orden del filtro) y R (resistencia normalizada) para obtener nuestro circuito prototipo y los valores prototipo de cada elemento para diseñar el circuito. Así, tenemos que los valores prototipados son los siguientes:

$$L_1 = 0.054$$

$$C_2 = 3.917$$

$$L_3 = 0.248$$

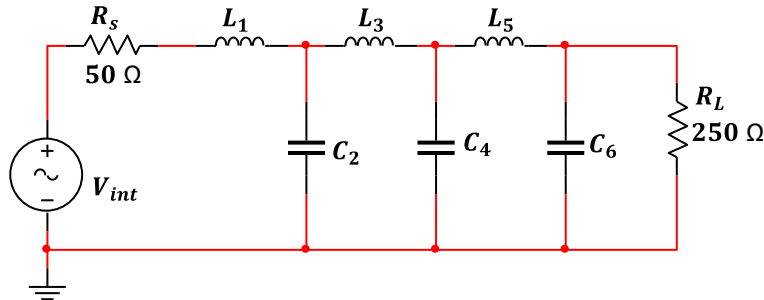
$$C_4 = 8.020$$

$$L_5 = 0.363$$

$$C_6 = 7.922$$

Podemos observar que se utilizó $\frac{R_L}{R_s}$ como normalización de la resistencia para obtener dichos valores en donde el prototipo no da la figura 2.27.

Figura 2.27. Circuito prototipo. Ejercicio 2.3



Fuente: elaboración propia.

Calculamos los valores finales de cada elemento en el filtro utilizando las ecuaciones 2.41 y 2.42 lo que nos da los siguientes valores:

$$L_1 = \frac{(250)(0.054)}{2\pi(400\text{ KHz})} = 5.371479329\mu H$$

$$C_2 = \frac{(3.917)}{2\pi(400\text{ KHz})(250)} = 6.234099121\text{ nF}$$

$$L_3 = \frac{(250)(0.248)}{2\pi(400\text{ KHz})} = 24.66901618\mu H$$

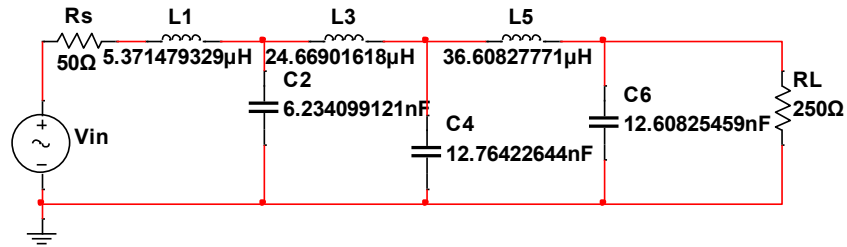
$$C_4 = \frac{(8.020)}{2\pi(400\text{ KHz})(250)} = 12.76422644\text{ nF}$$

$$L_5 = \frac{(250)(0.363)}{2\pi(400\text{ KHz})} = 36.10827771\mu H$$

$$C_6 = \frac{(7.922)}{2\pi(400\text{ KHz})(250)} = 12.60825459\text{ pF}$$

El circuito final queda como en la figura 2.28, con la configuración final y los valores de C y L calculados.

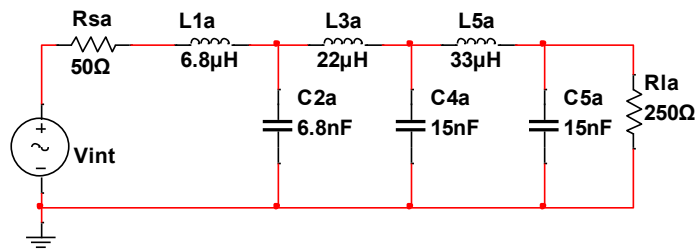
Figura 2.28. *Circuito final. Ejercicio 2.3*



Fuente: elaboración propia.

Es necesario ajustar el circuito a valores estándares o comerciales para su desarrollo en físico, lo cual da como resultado el circuito de la figura 2.29.

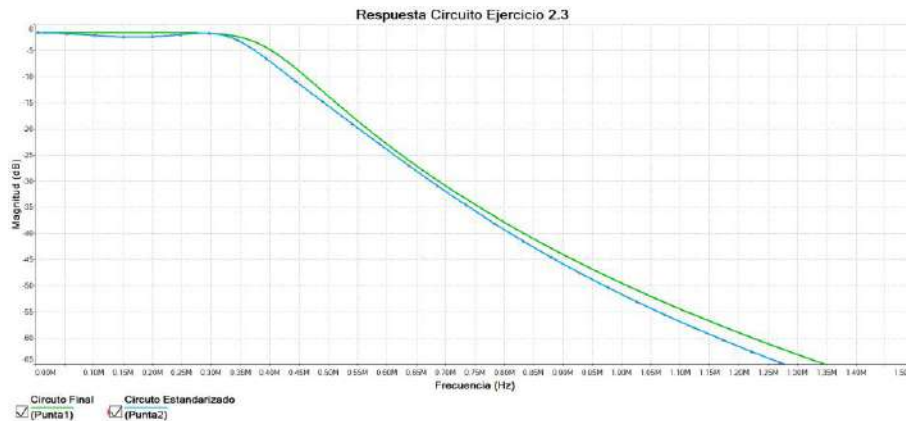
Figura 2.29. *Circuito final con valores comerciales. Ejercicio 2.3*



Fuente: elaboración propia.

Una vez desarrollado el circuito, es necesario analizar su respuesta en simulaciones tanto del circuito estandarizado como del circuito final diseñado, dándonos la figura 2.30.

Figura 2.30. Respuesta del circuito. Ejercicio 2.3



Fuente: elaboración propia.

Ejercicio 2.4

Diseñar un filtro pasa altas de respuesta Chebyshev que cumpla con las siguientes especificaciones: $F_c = 200 \text{ KHz}$, $R_s = 50\Omega$, $R_L = 150\Omega$, la frecuencia normalizada es aproximada a 3 y su respuesta de atenuación se encuentra cerca de -64 dB .

Determinar:

1. La frecuencia de atenuación (f_0).
2. Los valores normalizados de R así como los valores prototipo del filtro.
3. Circuito final del filtro.

Para determinar la frecuencia de atenuación se debe despejar la ecuación 2.43, dándonos como resultado:

$$\frac{f_c}{f_{atenuacion}} = \frac{f_{3dB}}{f_{64dB}} \cong 3$$

$$f_{64dB} = \frac{f_{3dB}}{3}$$

$$f_{64dB} = \frac{200 \text{ KHz}}{3}$$

$$f_{64dB} = 66.6666667 \text{ KHz}$$

Para determinar el orden del filtro es necesario analizar la figura 2.15 en donde el orden del filtro es $n = 5$. Normalizando las resistencias tenemos que:

$$R = \frac{R_s}{R_L} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3} = 0.33333333$$

$$R = \frac{R_L}{R_s} = \frac{150}{50} = 3$$

Para conocer cómo será nuestro circuito se analiza la tabla 2.6, en donde hay que relacionar el valor de n (orden del filtro) y R (resistencia normalizada) para obtener nuestro circuito prototipo y los valores prototipo de cada elemento para diseñar el circuito.

Tenemos que los valores prototipados son los siguientes, de los cuales se tiene que obtener su inverso, ya que dichos valores son para un paso bajas:

$$L_1 = 3.588 \rightarrow L_1 = \frac{1}{3.588}$$

$$C_2 = 0.459 \rightarrow C_2 = \frac{1}{0.459}$$

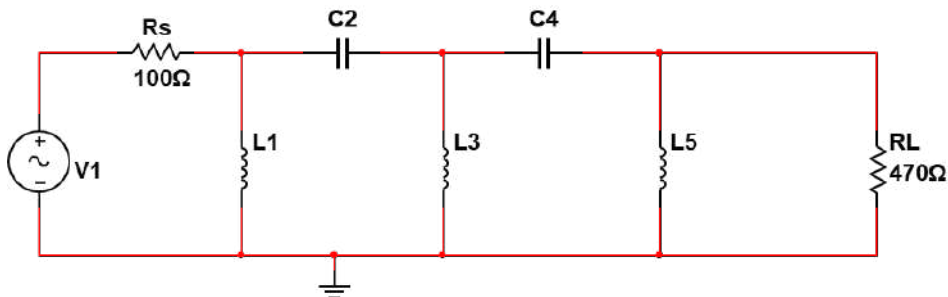
$$L_3 = 6.871 \rightarrow L_3 = \frac{1}{6.871}$$

$$C_4 = 0.508 \rightarrow C_4 = \frac{1}{0.508}$$

$$L_5 = 5.625 \rightarrow L_5 = \frac{1}{5.625}$$

Podemos observar que se utilizó $\frac{R_L}{R_s}$ como normalización de la resistencia para obtener dichos valores en donde el prototipo nos da la figura 2.31.

Figura 2.31. *Circuito prototipo. Ejercicio 2.4*



Fuente: elaboración propia.

Calculamos los valores finales de cada elemento en el filtro. Usando la tabla 2.8 se transformará el circuito prototipo al circuito deseado; para los valores de cada elemento se utilizan las ecuaciones 2.44 y 2.45, dándonos los siguientes valores:

$$L_1 = \frac{(150) \left(\frac{1}{3.588} \right)}{2\pi (200 \text{ KHz})} = 33.26817372 \mu H$$

$$C_2 = \frac{\left(\frac{1}{0.459} \right)}{2\pi (400 \text{ KHz}) (150)} = 11.55809318 \text{ nF}$$

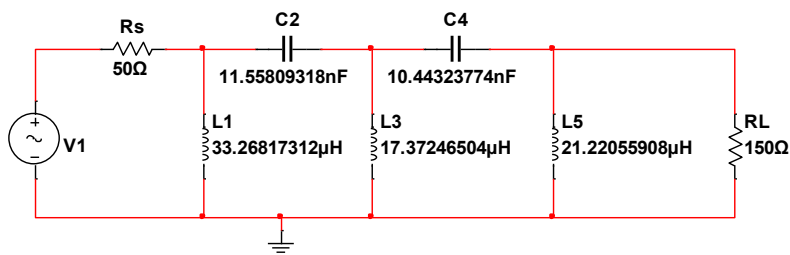
$$L_3 = \frac{(150) \left(\frac{1}{6.871} \right)}{2\pi (200 \text{ KHz})} = 17.37246504 \mu H$$

$$C_4 = \frac{\left(\frac{1}{0.508} \right)}{2\pi (400 \text{ KHz}) (150)} = 10.44323774 \text{ nF}$$

$$L_5 = \frac{(150) \left(\frac{1}{5.625} \right)}{2\pi (200 \text{ KHz})} = 21.22065908 \mu H$$

El circuito final nos queda como en la figura 2.32 con la configuración final y los valores de C y L calculados.

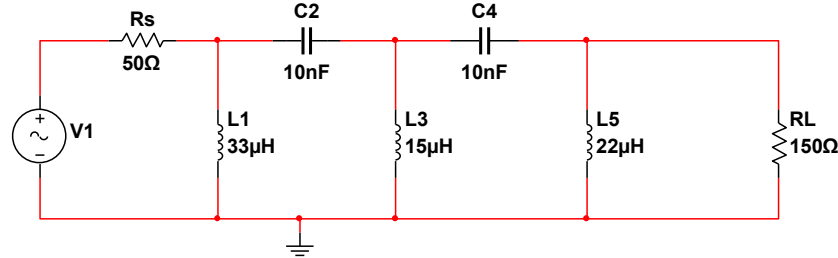
Figura 2.32. *Circuito final. Ejercicio 2.4*



Fuente: elaboración propia.

Es necesario ajustar el circuito a valores estándares o comerciales para su desarrollo en físico, lo que nos da como resultado el circuito de la figura 2.33.

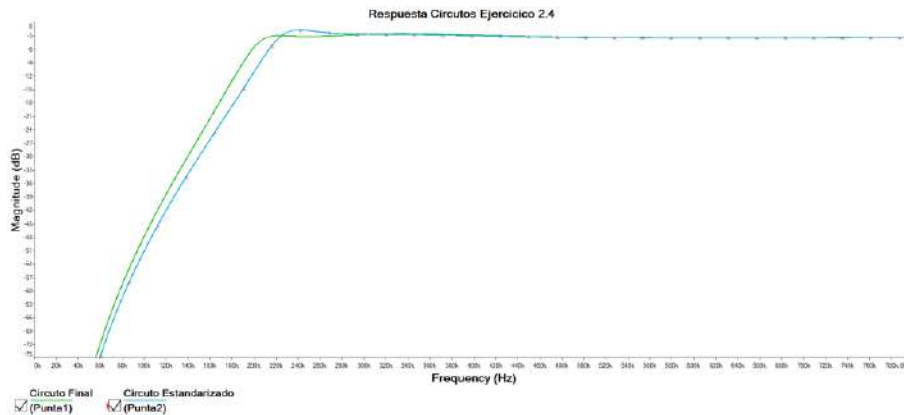
Figura 2.33. *Circuito estandarizado. Ejercicio 2.4*



Fuente: elaboración propia.

Una vez desarrollado el circuito, es necesario analizar su respuesta en simulaciones tanto del circuito estandarizado como del circuito final diseñado, este análisis se debe hacer en AC, lo que resulta en la figura 2.34.

Figura 2.34. *Respuesta de circuitos. Ejercicio 2.4*



Fuente: elaboración propia.

Ejercicio 2.5

Diseñar un filtro pasa banda de respuesta Butterworth que cumpla con las siguientes especificaciones: $F_c = 107 \text{ kHz}$, $R_s = 100\Omega$, $R_L = 220\Omega$, el ancho de banda normalizado es aproximado a 3 y su respuesta de atenuación se encuentra cerca de -48 dB .

Determinar:

1. El ancho de banda de atenuación ($BW_{atenuación}$) considerando que $BW_c = 10Khz$.
2. Los valores normalizados de R así como los valores prototipo del filtro.
3. Circuito final del filtro y circuito estandarizado.

Para determinar la frecuencia de atenuación es necesario despejar la ecuación 2.46 dándonos como resultado:

$$\frac{BW_{atenuación}}{BW_c} \cong 3$$

$$\frac{BW_{48dB}}{BW_{3dB}} = \frac{BW_{48dB}}{10 KHz} \cong 3$$

$$BW_{48dB} = 3(10 KHz)$$

$$BW_{48dB} = 30 KHz$$

$$BW_{48dB} \cong 30 KHz$$

Para determinar el orden del filtro es necesario analizar la figura 2.11 en donde el orden del filtro es $n = 5$. Normalizando las resistencias tenemos que:

$$R = \frac{R_s}{R_L} = \frac{100}{220} = \frac{10}{22} = 0.45454545 \dots \cong 0.5$$

$$R = \frac{R_L}{R_s} = \frac{220}{100} = 2.2$$

Para saber cómo será nuestro circuito hay que analizar la tabla 2.2, en donde es necesario relacionar el valor de n (orden del filtro) y R (resistencia normalizada) para obtener nuestro circuito prototipo y los valores prototipo de cada elemento para diseñar el circuito.

Tenemos que los valores prototipados para el circuito pasan banda son los siguientes:

$$g_1 = 0.686$$

$$g_2 = 0.496$$

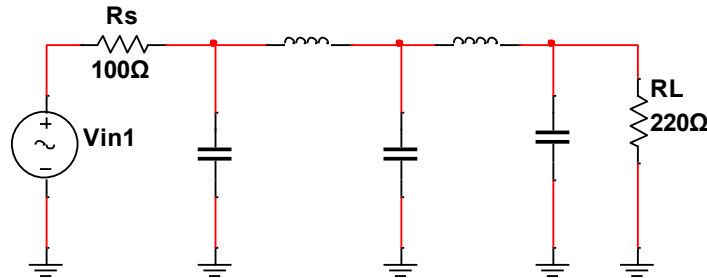
$$g_3 = 3.051$$

$$g_4 = 0.924$$

$$g_5 = 3.133$$

Podemos observar que se utilizó $\frac{R_s}{R_L}$ como normalización de la resistencia para obtener dichos valores en donde el prototipo nos da la figura 2.35.

Figura 2.35. *Circuito prototipo. Ejercicio 2.5*



Fuente: elaboración propia.

Calculamos los valores finales de cada elemento en el filtro, usando la tabla 2.8 se transformará el circuito prototipo al circuito deseado, para los valores de cada elemento del filtro se calculan usando las ecuaciones 2.48, 2.49, 2.50 y 2.51, dándonos los siguientes valores:

Para resonador 1 (g_1) configuración en paralelo:

$$C_1 = \frac{0.686}{2\pi (220) (10 \text{ KHz})} = 49.62740498 \text{ nF}$$

$$L_1 = \frac{(220) (10 \text{ KHz})}{2\pi (107 \text{ KHz})^2 (0.686)} = 44.58113709 \text{ μH}$$

Para resonador 2 (g_2) configuración en serie:

$$C_2 = \frac{10 \text{ KHz}}{2\pi (107 \text{ KHz})^2 (220) (0.496)} = 1.273937785 \text{ nF}$$

$$L_2 = \frac{(470) (0.496)}{2\pi (10 \text{ KHz})} = 1.73668739 \text{ mH}$$

Para resonador 3 (g_3) configuración en paralelo:

$$C_3 = \frac{3.051}{2\pi (220) (10 \text{ KHz})} = 220.7189688 \text{ nF}$$

$$L_3 = \frac{(220) (10 \text{ KHz})}{2\pi (107 \text{ KHz})^2 (0.331)} = 10.62381516 \text{ μH}$$

Para resonador 4 (g_4) configuración en serie:

$$C_4 = \frac{(10 \text{ KHz})}{2\pi (107 \text{ KHz})^2 (220)(0.924)} = 683.845391 \text{ pF}$$

$$L_4 = \frac{(220)(0.924)}{2\pi (10 \text{ KHz})} = 3.235301683 \text{ mH}$$

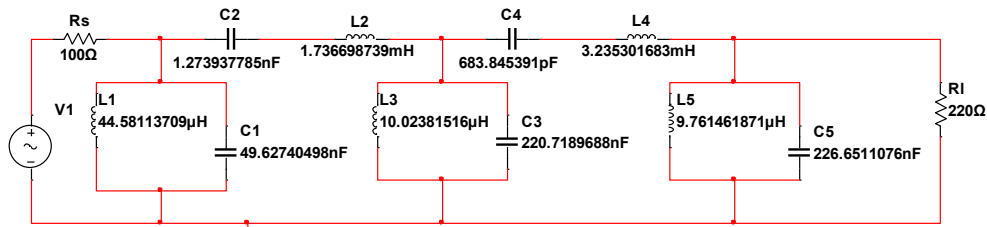
Para resonador 5 (g_5) configuración en paralelo:

$$C_3 = \frac{3.133}{2\pi (220) (10 \text{ KHz})} = 226.6511076 \text{ nF}$$

$$L_3 = \frac{(220) (10 \text{ KHz})}{2\pi (107 \text{ KHz})^2 (3.133)} = 9.761461871 \text{ } \mu\text{H}$$

El circuito final nos queda como en la figura 2.36 con la configuración final y los valores de C y L calculados.

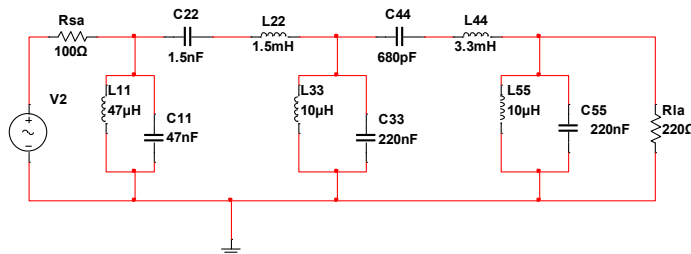
Figura 2.36. *Circuito final. Ejercicio 2.5*



Fuente: elaboración propia.

Es necesario ajustar el circuito a valores estándares o comerciales para su desarrollo en físico dándonos como resultado el circuito de la figura 2.37.

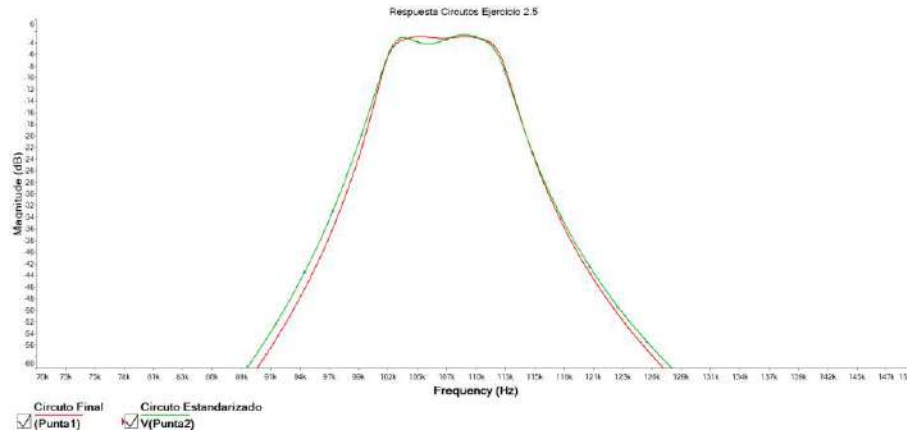
Figura 2.37. *Circuito estandarizado. Ejercicio 2.5*



Fuente: elaboración propia.

Una vez desarrollado el circuito, se debe analizar su respuesta en simulaciones tanto del circuito estandarizado como del circuito final diseñado, lo que resulta en la figura 2.38.

Figura 2.38. *Respuesta de circuitos. Ejercicio 2.5*



Fuente: elaboración propia.

Capítulo 3. Redes de dos puertos y parámetros de dispersión

Las redes de dos puertos son fundamentales en el diseño y análisis de circuitos de radio frecuencia (RF). Estas redes son esenciales en el diseño de circuitos que van desde aplicaciones de baja frecuencia, como amplificadores y filtros, hasta sistemas de alta frecuencia, como líneas de transmisión, antenas y dispositivos de microondas.

Una aplicación común de las redes de dos puertos es la transmisión de señales de información, pudiendo también amplificar, filtrar o modificar la señal. Además, estas redes pueden servir para proporcionar acoplamiento entre una fuente y una carga, lo que mejora la eficiencia del sistema.

Una red de dos puertos es un sistema eléctrico representado como una caja negra con dos pares de terminales accesibles (puertos). Estas redes pueden conectarse a generadores, cargas u otras redes para formar sistemas más complejos. La elección de un modelo matemático adecuado permite describir su comportamiento a través de funciones de red.

El concepto de redes de dos puertos es especialmente relevante en el diseño de circuitos de RF y microondas, donde el comportamiento de los componentes no puede ser descrito únicamente mediante parámetros convencionales, como resistencias, capacitancias e inductancias. En estas aplicaciones es necesario considerar fenómenos como la reflexión de ondas, la transmisión de señales y la adaptación de impedancias, lo que lleva al uso de parámetros más avanzados, como los parámetros de dispersión (S).

Las redes de dos puertos están formadas por cuatro terminales; los puertos se agrupan en dos pares: uno para la entrada y otro para la salida (figura 3.1). Cada puerto está sujeto a la condición de que la corriente que entra por un terminal debe ser igual a la que sale por el otro terminal del mismo puerto.

Figura 3.1. Red de dos puertos con sentidos de referencia para voltaje y corriente



Fuente: elaboración propia.

En una red de dos puertos, las variables principales son:

- ❖ Voltajes: V_1 (voltaje en el puerto de entrada) y V_2 (voltaje en el puerto de salida).
- ❖ Corrientes: I_1 (corriente en el puerto de entrada) y I_2 (corriente en el puerto de salida).

Estas variables están relacionadas mediante ecuaciones lineales, que dependen de la configuración de la red y de las condiciones de operación (ecuación 3.1 y 3.2).

$$U_1 = K_{11}W_1 + K_{12}W_2 \quad (3.1)$$

$$U_2 = K_{21}W_1 + K_{22}W_2 \quad (3.2)$$

Donde:

U_1, U_2 = variables dependientes (cualquiera de las variables V_1, I_1, V_2, I_2)

$W_1(s), W_2(s)$ = variables independientes (Cualquiera de las variables V_1, I_1, V_2, I_2)

$K_{12}(s), K_{12}(s)$ = parámetros de red

Dependiendo de cuáles variables se elijan como independientes y cuáles como dependientes, se pueden definir seis combinaciones o conjuntos de parámetros para caracterizar la red (tablas 3.1), cada uno con sus propias ventajas en el análisis y diseño de circuitos.

Tabla 3.1. *Parámetros de dos puertos*

Combinación	Variables		Ecuación
	Dependientes	Independientes	
1	V_1, V_2	I_1, I_2	$V_1 = K_{11}I_1 + K_{12}I_2$ $V_2 = K_{21}I_1 + K_{22}I_2$
2	I_1, I_2	V_1, V_2	$I_1 = K_{11}V_1 + K_{12}V_2$ $I_2 = K_{21}V_1 + K_{22}V_2$
3	V_1, I_2	I_1, V_2	$V_1 = K_{11}I_1 + K_{12}V_2$ $I_2 = K_{21}I_1 + K_{22}V_2$
4	I_1, V_2	V_1, I_2	$I_1 = K_{11}V_1 + K_{12}I_2$ $V_2 = K_{21}V_1 + K_{22}I_2$
5	V_1, I_1	V_2, I_2	$V_1 = K_{11}V_2 - K_{12}I_2$ $I_1 = K_{21}V_2 - K_{22}I_2$
6	V_2, I_2	V_1, I_1	$V_2 = K_{11}V_1 - K_{12}I_1$ $I_2 = K_{21}V_1 - K_{22}I_1$

Fuente: elaboración propia.

Cada conjunto de parámetros tiene características específicas que se utilizan para describir el comportamiento y configuración de una red de dos puertos.

Parámetros de red

Para describir el comportamiento de una red de dos puertos se utilizan varios conjuntos, en donde se supone que la red no contine fuentes dependientes (controladas) a menos que se especifique otra cosa.

Las ecuaciones que se muestran en la tabla 3.1 se usan para describir dichas redes, deben cumplir con las siguientes relaciones entre voltajes y corrientes (Van Valkenburg, 2008):

- Relación de un voltaje a otro voltaje o relación de transferencia de voltajes.
- Relación de una corriente a otra corriente o relación de transferencia de corriente.
- Relación de una corriente a otro voltaje o de un voltaje a otra corriente.

Parámetros Z

Los parámetros Z o parámetros de impedancia en circuito abierto, como lo dice su nombre, se basan en dimensiones de impedancia (Z), así como sus variables independientes se utilizan las corrientes I_1 e I_2 de tal modo que si analizamos las ecuaciones del caso uno en la tabla 3.1 tenemos que:

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (3.3)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (3.4)$$

Al reescribir las ecuaciones en su forma matricial obtenemos que:

$$[V] = [Z][I] \quad (3.5)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Podemos interpretar estos parámetros en función de su voltaje y una sola corriente, considerando $I_1 = 0$ e $I_2 = 0$; la red puede determinarse aplicando un conjunto de entradas de prueba a la red, por lo que resultan las ecuaciones:

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (3.7)$$

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (3.8)$$

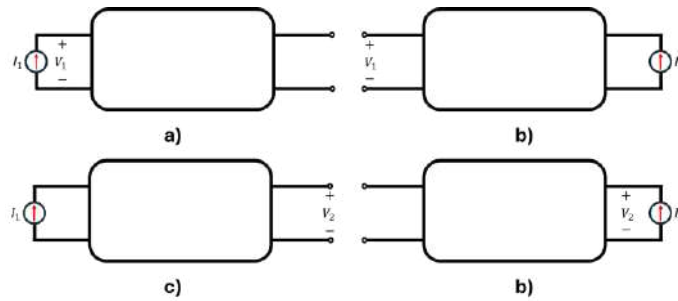
$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad (3.9)$$

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (3.10)$$

Las ecuaciones 3.7 y 3.9 se obtienen dejando el puerto de salida en circuito abierto y el puerto de entrada se mantiene alimentado de corriente (figura 3.2 a y c).

Las ecuaciones 3.8 y 3.10 se obtienen dejando el puerto de entrada en circuito abierto y el puerto de salida se mantiene alimentado de corriente (figura 3.2 b y d) (Sucre, 2008).

Figura 3.2. Conexiones de red con las funciones de impedancia en circuito abierto



Fuente: elaboración propia.

Parámetros Y

Los parámetros Y o parámetros de admitancia en corto circuito, como lo dice su nombre, se basan en dimensiones de admitancia (Y), así como sus variables independientes se utilizan los voltajes V_1 e V_2 , de tal modo que si analizamos las ecuaciones del caso dos en la tabla 3.1 tenemos que:

$$V_1 = Y_{11}I_1 + Y_{12}I_2 \quad (3.11)$$

$$V_2 = Y_{21}I_1 + Y_{22}I_2 \quad (3.12)$$

Al reescribir las ecuaciones en su forma matricial obtenemos que:

$$[I] = [Y][V] \quad (3.13)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Para estos parámetros es necesario cumplir con la condición $V_1 = 0$ y $V_2 = 0$, esto se logra poniendo en corto circuito uno de los dos puertos según sea el caso, por lo tanto, los cálculos o dimensiones de los cuatro parámetros se calculan:

$$Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad (3.15)$$

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad (3.16)$$

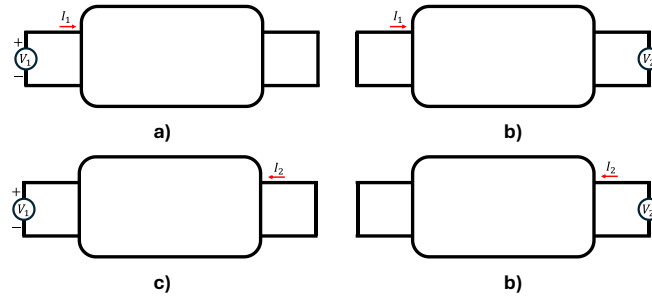
$$Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad (3.17)$$

$$Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \quad (3.18)$$

Las ecuaciones 3.15 y 3.17 se obtienen dejando el puerto de salida en corto circuito mientras el puerto de entrada se mantiene alimentado de voltaje (figura 3.3 a y c).

Las ecuaciones 3.16 y 3.18 se obtienen dejando el puerto de entrada en corto circuito mientras el puerto de salida se mantiene alimentado de voltaje (figura 3.3 b y d) (Sucre, 2008).

Figura 3.3. Conexiones de red con las funciones de admitancia en corto circuito



Fuente: elaboración propia.

Parámetros híbridos

Los parámetros híbridos tienen una amplia aplicación en los circuitos electrónicos, en el análisis y en el diseño de circuitos pasivos como de transistores, permiten modelar el circuito de manera eficiente, facilitando la relación entre impedancias y admitancias para el estudio y aplicación de estos (Steer, 2025).

Parámetros h

Los parámetros H o parámetros híbridos H, como lo dice su nombre, se basan en diferentes variables combinadas, es decir que sus variables independientes se utilizan a I_1 como de entrada y V_2 como salida, de tal modo que si analizamos las ecuaciones del caso tres en la tabla 3.1 tenemos:

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \quad (3.19)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \quad (3.20)$$

Al reescribir las ecuaciones en su forma matricial obtenemos que:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = [h] \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Para estos parámetros es necesario cumplir con la condición $I_1 = 0$ y $V_2 = 0$, esto se logra poniendo en corto circuito uno de los dos puertos según sea el caso, por lo tanto, los cálculos o dimensiones de los cuatro parámetros se calculan:

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad (3.23)$$

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad (3.24)$$

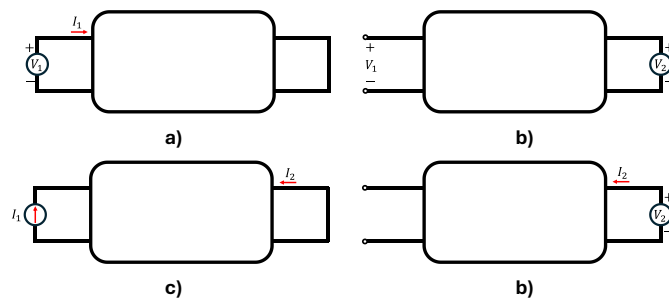
$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad (3.25)$$

$$h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad (3.26)$$

Las ecuaciones 3.23 y 3.25 se obtienen dejando el puerto de salida en corto circuito mientras el puerto de entrada se mantiene alimentado de voltaje o corriente (figura 3.4 a y c).

Las ecuaciones 3.24 y 3.26 se obtienen dejando el puerto de entrada en circuito abierto mientras el puerto de salida se mantiene alimentado de voltaje o corriente (figura 3.4 b y d).

Figura 3.4. Conexiones de red en función de parámetros H



Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con estas ecuaciones, es evidente que h_{11} (ecuación 3.23) es la impedancia de entrada en corto circuito, h_{21} (ecuación 3.25) es la ganancia de corriente en corto circuito, h_{12} (ecuación 3.24) es la ganancia de voltaje inverso en circuito abierto y h_{22} (ecuación 3.26) es la admitancia de salida en circuito abierto. Tales parámetros son dimensionalmente mixtos y por esta razón se denominan parámetros híbridos (Van Valkenburg, 1999).

Parámetros G

Los parámetros G o parámetros híbridos inversos G, como lo dice su nombre, se basan en diferentes variables combinadas, es decir que para variables independientes se utilizan a V_1 como entrada y a I_2 como salida, de tal modo que si analizamos las ecuaciones del caso cuatro en la tabla 3.1 tenemos que:

$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \quad (3.27)$$

$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \quad (3.28)$$

Al reescribir las ecuaciones en su forma matricial obtenemos:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = [g] \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Para estos parámetros es necesario cumplir con la condición $V_1 = 0$ e $I_2 = 0$, esto se logra poniendo en circuito abierto uno de los dos puertos según sea el caso, por lo tanto, los cálculos o dimensiones de los cuatro parámetros se calculan:

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0} \quad (3.31)$$

$$g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0} \quad (3.32)$$

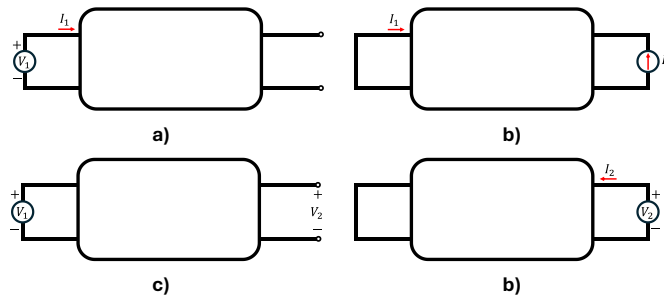
$$g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0} \quad (3.33)$$

$$g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0} \quad (3.34)$$

Las ecuaciones 3.31 y 3.33 se obtienen dejando el puerto de salida en circuito abierto y el puerto de entrada se mantiene alimentado de voltaje o corriente (figura 3.5 a y c).

Las ecuaciones 3.32 y 3.34 se obtienen dejando el puerto de entrada en corto circuito mientras el puerto de salida se mantiene alimentado de voltaje o corriente (figura 3.5 b y d).

Figura 3.5. Conexión de red en función de parámetros G



Fuente: elaboración propia.

En este caso g_{11} es la admitancia de entrada en circuito abierto, g_{21} es la relación de voltajes en circuito abierto, g_{12} es la relación de corrientes en corto circuito y g_{22} es la impedancia de entrada en corto circuito en el puerto 2 (Van Valkenburg, 1999).

Parámetros de transferencia

Los parámetros de transferencia se suelen utilizar para relacionar el voltaje y corriente de un puerto con el voltaje y corriente de otro puerto en los circuitos electrónicos, mejorando así el análisis de los circuitos.

Estos parámetros son especialmente útiles en el análisis de cascadas de redes de dos puertos, ya que permiten calcular el comportamiento global de múltiples etapas mediante la multiplicación de matrices.

Parámetros ABCD

Los parámetros ABCD o parámetros de transmisión, como lo dice su nombre, se basan en variables combinadas; sus variables independientes se utilizan V_2 e I_2 , en donde los valores de I_2 se consideran negativos ya que se asigna una corriente como referencia (I_1) opuesto al que se utilizará (I_2), de tal modo que si analizamos las ecuaciones del caso cinco en la tabla 3.1 tenemos que:

$$V_1 = AV_2 - BI_2 \quad (3.35)$$

$$I_1 = CV_2 - DI_2 \quad (3.36)$$

Al reescribir las ecuaciones en su forma matricial obtenemos que:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Para estos parámetros es necesario cumplir con la condición $V_2 = 0$ e $I_2 = 0$, por lo tanto, los cálculos o dimensiones de los cuatro parámetros se calculan:

$$A = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad (3.38)$$

$$B = \left. \frac{V_1}{-I_2} \right|_{V_1=0} \quad (3.39)$$

$$C = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{I_2=0} \quad (3.40)$$

$$D = \left. \frac{I_1}{-I_2} \right|_{V_1=0} \quad (3.41)$$

Analizando las ecuaciones, podemos asumir que la ecuación 3.31 representa la ganancia de voltaje en condiciones de circuito abierto, la ecuación 3.39 se relaciona con la impedancia de transferencia, la ecuación 3.40 representa la admitancia de transferencia y la ecuación 3.41 es la relación de corriente en condiciones de circuito abierto.

Parámetros A'B'C'D'

Los parámetros A'B'C'D' o parámetros de transmisión inversa, como lo dice su nombre, se aplican de forma inversa a los parámetros ABCD, en donde V_2 e I_2 se usan en función de V_1 e I_1 y los valores de I_1 se consideran negativos, ya que se asigna una corriente como referencia (I_2) opuesto al que se utilizará (I_1), de tal modo que si analizamos las ecuaciones del caso seis en la tabla 3.1 tenemos que:

$$V_2 = AV_1 - BI_1 \quad (3.35)$$

$$I_2 = CV_1 - DI_1 \quad (3.36)$$

Al reescribir las ecuaciones en su forma matricial obtenemos:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Para estos parámetros es necesario cumplir con la condición $V_1 = 0$ e $I_1 = 0$, por lo tanto, los cálculos o dimensiones de los cuatro parámetros se calculan:

$$A' = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0} \quad (3.38)$$

$$B' = \left. \frac{V_2}{-I_1} \right|_{V_1=0} \quad (3.39)$$

$$C' = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{I_2=0} \quad (3.40)$$

$$D' = \left. \frac{I_2}{-I_1} \right|_{V_1=0} \quad (3.41)$$

Los parámetros A'B'C'D' tienen propiedades similares a las que se describen para los parámetros ABCD.

Relaciones entre parámetros

De los seis grupos de parámetros y sus aplicaciones en el análisis de circuitos, no todos los circuitos se pueden resolver con un parámetro, por lo que en muchas ocasiones es necesario convertir un grupo de parámetros en otro.

La relación entre estos parámetros se puede facilitar mediante la conversión entre parámetros (Z, Y, H, G, ABCD o A'B'C'D) a través de la tabla 3.2 donde se muestran las relaciones equivalentes, que incluyen un factor:

$$\Delta_x = x_{11}x_{22} - x_{12}x_{21} \quad (3.42)$$

Donde:

x = representa cualquiera de los grupos de parámetros

Tabla 3.2. *Tabla de conversión entre parámetros*

	[Z]	[Y]	[h]	[g]	[ABCD]	[A'B'C'D']
[Z]	$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{Z_{22}}{\Delta_Z} & -\frac{Z_{12}}{\Delta_Z} \\ -\frac{Z_{21}}{\Delta_Z} & \frac{Z_{11}}{\Delta_Z} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\Delta_Z}{Z_{22}} & \frac{Z_{12}}{Z_{22}} \\ -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_{11}} & -\frac{Z_{12}}{Z_{11}} \\ Z_{21}/Z_{11} & \frac{\Delta_Z}{Z_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{\Delta_Z}{Z_{21}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{Z_{22}}{Z_{12}} & \frac{\Delta_Z}{Z_{12}} \\ \frac{1}{Z_{12}} & \frac{Z_{11}}{Z_{12}} \end{bmatrix}$
[Y]	$\begin{bmatrix} \frac{Y_{22}}{\Delta_Y} & -\frac{Y_{12}}{\Delta_Y} \\ -\frac{Y_{21}}{\Delta_Y} & \frac{Y_{11}}{\Delta_Y} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{11}} & -\frac{Y_{12}}{Y_{11}} \\ -\frac{Y_{21}}{Y_{11}} & \frac{\Delta_Y}{Y_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\Delta_Y}{Y_{22}} & \frac{Y_{12}}{Y_{22}} \\ -\frac{Y_{21}}{Y_{22}} & \frac{1}{Y_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} & -\frac{1}{Y_{21}} \\ -\frac{\Delta_Y}{Y_{21}} & -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{Y_{11}}{Y_{12}} & -\frac{1}{Y_{12}} \\ -\frac{\Delta_Y}{Y_{12}} & -\frac{Y_{22}}{Y_{12}} \end{bmatrix}$
[h]	$\begin{bmatrix} \frac{\Delta_h}{h_{22}} & \frac{h_{12}}{h_{22}} \\ -\frac{h_{21}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{h_{11}} & -\frac{h_{12}}{h_{11}} \\ \frac{h_{21}}{h_{11}} & \frac{\Delta_h}{h_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{h_{22}}{\Delta_h} & -\frac{h_{12}}{\Delta_h} \\ -\frac{h_{21}}{\Delta_h} & \frac{h_{11}}{\Delta_h} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{\Delta_h}{h_{21}} & -\frac{h_{11}}{h_{21}} \\ -\frac{h_{22}}{h_{21}} & -\frac{1}{h_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{h_{12}} & \frac{h_{11}}{h_{12}} \\ \frac{h_{22}}{h_{12}} & \frac{\Delta_h}{h_{12}} \end{bmatrix}$
[g]	$\begin{bmatrix} \frac{1}{g_{11}} & -\frac{g_{12}}{g_{11}} \\ \frac{g_{21}}{g_{11}} & \frac{\Delta_g}{g_{11}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\Delta_g}{g_{22}} & \frac{g_{12}}{g_{22}} \\ -\frac{g_{21}}{g_{22}} & \frac{1}{g_{22}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{g_{22}}{\Delta_g} & \frac{g_{12}}{\Delta_g} \\ \frac{g_{21}}{\Delta_g} & \frac{g_{11}}{\Delta_g} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{g_{21}} & \frac{g_{22}}{g_{21}} \\ \frac{g_{11}}{g_{21}} & \frac{\Delta_g}{g_{21}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -\frac{\Delta_g}{g_{12}} & -\frac{g_{22}}{g_{12}} \\ -\frac{g_{11}}{g_{12}} & -\frac{1}{g_{12}} \end{bmatrix}$
[ABCD]	$\begin{bmatrix} \frac{A}{C} & \frac{\Delta_{ABCD}}{C} \\ \frac{1}{C} & \frac{D}{C} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{D}{B} & -\frac{\Delta_{ABCD}}{B} \\ \frac{1}{B} & \frac{A}{B} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{B}{D} & -\frac{\Delta_{ABCD}}{D} \\ \frac{1}{D} & \frac{C}{D} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{C}{A} & -\frac{\Delta_{ABCD}}{A} \\ \frac{1}{A} & \frac{B}{A} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{D}{\Delta_{ABCD}} & \frac{B}{\Delta_{ABCD}} \\ \frac{C}{\Delta_{ABCD}} & \frac{A}{\Delta_{ABCD}} \end{bmatrix}$
[A'B'C'D']	$\begin{bmatrix} \frac{D'}{C'} & -\frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{C'} \\ \frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{C'} & \frac{A'}{C'} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{A'}{B'} & -\frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{B'} \\ -\frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{B'} & \frac{D'}{B'} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{B'}{A'} & -\frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{A'} \\ -\frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{A'} & \frac{D'}{A'} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{C'}{D'} & -\frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{D'} \\ \frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{D'} & \frac{B'}{D'} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{D'}{\Delta_{A'B'C'D'}} & \frac{B'}{\Delta_{A'B'C'D'}} \\ -\frac{\Delta_{A'B'C'D'}}{\Delta_{A'B'C'D'}} & \frac{A'}{\Delta_{A'B'C'D'}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$

Fuente: elaboración propia.

Parámetros S

Los parámetros S, también conocidos como parámetros de dispersión (*scattering parameters*, por su nombre en inglés), son una herramienta fundamental en el análisis de redes de dos puertos, especialmente en aplicaciones de alta frecuencia, como microondas y RF. A diferencia de los parámetros tradicionales ($Z, Y, H, G, ABCD$ y $A'B'C'D'$), que se basan en voltajes y corrientes, en donde se necesita que los puertos terminen en circuito abierto o corto circuito, los parámetros S describen el comportamiento de una red en términos de ondas incidentes y reflejadas.

Esto los hace especialmente útiles en situaciones donde los circuitos de RF se diseñan prestando especial atención a las condiciones de máxima transferencia de potencia, se prefieren las terminaciones resistivas, ya que se acercan más a las condiciones de funcionamiento reales mediante las mediciones directas de voltajes y corrientes esto debido a la propagación de ondas y reflexiones. Por lo tanto, el efecto de los errores de medición tendrá menor impacto que cuando la extracción de parámetros se basa en circuitos abiertos y cortos circuitos. La esencia de los parámetros de dispersión es que relacionan ondas que viajan hacia adelante y hacia atrás en una línea de transmisión, por lo tanto, los parámetros están relacionados con el flujo de potencia (figura 3.6).

Figura 3.6. Red de dos puertos para parámetros S



Fuente: elaboración propia.

Funcionamiento de los parámetros S

Los parámetros de dispersión se basan en la idea de que una red de dos puertos puede caracterizarse como una línea de transmisión que responde a las ondas de voltaje incidente y reflejada en sus puertos. Partiendo de esta idea es necesario entender su funcionamiento como una red de un puerto (figura 3.7) donde el grado desajuste de Z_0 , Z_L o Z_G determina la cantidad de la onda incidente que se refleja, la relación de la onda incidente (V^+) y onda reflejada (V^-), se conoce como coeficiente de reflexión. Recordando la ecuación 1.47 podemos medir por separado los voltajes que viajan hacia adelante y hacia atrás en la línea de transmisión.

Figura 3.7. *Modelo de red de un puerto*



Fuente: elaboración propia.

$$\rho = \frac{V^-}{V^+} = \frac{I^-}{I^+} \quad (3.43)$$

Donde:

V^- = voltaje reflejado

V^+ = voltaje incidente

I^- = corriente reflejado

I^+ = corriente incidente

Una vez entendido cómo se obtiene el coeficiente de reflexión para un puerto hay que identificar cómo se obtendría dicho coeficiente en función de una red de dos puertos (figura 3.6), para lo cual utilizaremos la fórmula en relación con el puerto a analizar:

$$\rho_n = \frac{V_n^-}{V_n^+} = \frac{I_n^-}{I_n^+} \quad (3.44)$$

Donde:

n = puerto por analizar

Debido a que las redes que estamos utilizando se pueden llegar a manejar en impedancias, podemos reescribir la ecuación 3.44 basándonos en la ecuación 1.51 y obtenemos las ecuaciones:

Para puerto 1:

$$\rho_1 = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{I_1^-}{I_1^+} \quad (3.45)$$

Donde:

Z_{in} = impedancia de entrada

Para puerto 2:

$$\rho_2 = \frac{Z_{out} - Z_0}{Z_{out} + Z_0} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = \frac{I_2^-}{I_2^+} \quad (3.46)$$

Donde:

Z_{out} = impedancia de salida

En la figura 3.8a se muestra la estructura de una red de dos puertos para obtener los parámetros S considerando que se está trabajando en impedancias. Si analizamos la figura 3.8a podemos definir las siguientes ecuaciones lineales despejando la ecuación 1.50 en relación con la ecuación 3.44:

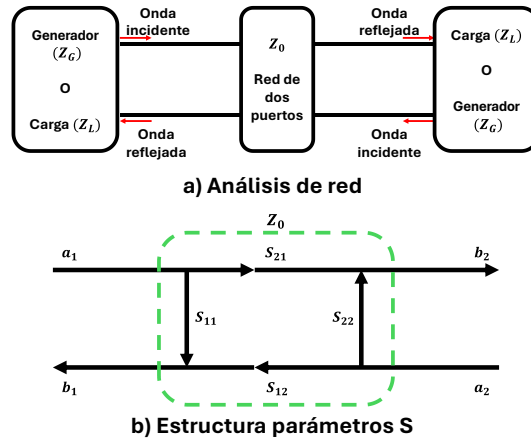
$$V_n = V_n^+ + V_n^- = Z_0 I_n^+ - Z_0 I_n^- \quad (3.47)$$

$$I_n = \frac{V_n^+ - V_n^-}{Z_0} = I_n^+ + I_n^- \quad (3.48)$$

Donde:

n = puerto por analizar

Figura 3.8. *Parámetros S de una red de dos puertos*



Fuente: elaboración propia.

En el caso de la figura 3.8b, para una red de dos puertos, si tomamos como referencia la teoría de líneas de transmisión respecto a coeficiente de reflexión, podemos describir que:

- S_{11} : coeficiente de reflexión a la entrada o coeficiente de reflexión directa.
- S_{21} : coeficiente de transmisión directa o ganancia con la tensión directa.
- S_{22} : coeficiente de reflexión a la salida o coeficiente de reflexión inversa.
- S_{12} : coeficiente de transmisión o ganancia con la tensión inversa.

Definición de matriz de dispersión

En la figura 3.8 se observa que es posible manejar los conceptos de ondas de tensión y corriente, por lo tanto, con base en las ecuaciones 3.47 y 3.48 podemos definir las tensiones y corrientes de entrada y salida de la red de dos puertos:

Para entrada:

$$V_1 = V_1^+ + V_1^- = Z_0 I_1^+ - Z_0 I_1^- \quad (3.49)$$

$$I_1 = \frac{V_1^+ - V_1^-}{Z_0} = I_1^+ + I_1^- \quad (3.50)$$

Para salida:

$$V_2 = V_2^+ + V_2^- = Z_0 I_2^+ - Z_0 I_2^- \quad (3.51)$$

$$I_2 = \frac{V_2^+ - V_2^-}{Z_0} = I_2^+ + I_2^- \quad (3.52)$$

Una vez definida las tensiones y corrientes de entrada y salida, es necesario definir las relaciones de entrada-salida de la red en términos de ondas incidentes y reflejadas, tomando como referencia la figura 3.8b se puede normalizar una onda incidente y refleja de la siguiente manera:

$$a_n = \frac{V_n + (I_n Z_0)}{2 \sqrt{Z_0}} \quad (3.53)$$

$$b_n = \frac{V_n - (I_n Z_0)}{2 \sqrt{Z_0}} \quad (3.54)$$

Donde

n = Puerto por analizar

Las variables de a_1 , a_2 , b_1 y b_2 son ondas de tensión complejas normalizadas que inciden y se reflejan en el puerto de la red. Estas variables se definen en términos de voltaje V , corriente I y de impedancia característica de la línea (Z_0) (Anderson et al., 1996).

Al invertir las ecuaciones 3.53 y 3.54 para determinar voltaje y corriente obtenemos que:

$$V_n = \sqrt{Z_0} (a_n + b_n) \quad (3.55)$$

$$I_n = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} (a_n - b_n) \quad (3.56)$$

Las variables a_1 , a_2 son tenciones incidentes normalizadas, se definen por las siguientes ecuaciones:

$$a_1 = \frac{V_1 + (I_1^+ Z_0)}{2 \sqrt{Z_0}} \quad (3.57)$$

$$a_2 = \frac{V_2 + (I_2^+ Z_0)}{2 \sqrt{Z_0}} \quad (3.58)$$

Al sustituir las ecuaciones 3.49 y 3.50 dentro de 3.55 tenemos que

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{(V_1^+ + V_1^-) + \left(\frac{V_1^+ - V_1^-}{Z_0} Z_0\right)}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{(V_1^+ + V_1^-) + (V_1^+ - V_1^-)}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_1^+ + V_1^- + V_1^+ - V_1^-}{2 \sqrt{Z_0}} \\
 &= \frac{2 V_1^+}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_1^+}{\sqrt{Z_0}}
 \end{aligned}
 \tag{3.59}$$

$$a_1 = \frac{V_1^+}{\sqrt{Z_0}} \tag{3.60}$$

Si sustituimos las ecuaciones 3.51 y 3.52 dentro de 3.56 tenemos:

$$\begin{aligned}
 a_2 &= \frac{(V_2^+ + V_2^-) + \left(\frac{V_2^+ - V_2^-}{Z_0} Z_0\right)}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{(V_2^+ + V_2^-) + (V_2^+ - V_2^-)}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_2^+ + V_2^- + V_2^+ - V_2^-}{2 \sqrt{Z_0}} \\
 &= \frac{2 V_2^+}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_2^+}{\sqrt{Z_0}}
 \end{aligned}
 \tag{3.61}$$

$$a_2 = \frac{V_2^+}{\sqrt{Z_0}} \tag{3.62}$$

Las variables b1 y b2 son tensiones reflejadas normalizadas y se definen por las siguientes ecuaciones:

$$b_1 = \frac{V_1 - (I_1 Z_0)}{2 \sqrt{Z_0}} \tag{3.63}$$

$$b_2 = \frac{V_2 - (I_2 Z_0)}{2 \sqrt{Z_0}} \tag{3.64}$$

Al reemplazar las ecuaciones 3.49 y 3.50 dentro de 3.55 se tiene que

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{V_1^+ - V_1^- - \left(\frac{V_1^+ - V_1^-}{Z_0} Z_0\right)}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_1^+ + V_1^- - (V_1^+ - V_1^-)}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_1^+ + V_1^- - V_1^+ + V_1^-}{2 \sqrt{Z_0}} \\
 &= \frac{2 V_1^-}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_1^-}{\sqrt{Z_0}}
 \end{aligned}$$

(3.65)

$$b_1 = \frac{V_1^-}{\sqrt{Z_0}}$$

(3.66)

Luego, al sustituir las ecuaciones 3.51 y 3.52 dentro de 3.56 tenemos:

$$b_2 = \frac{V_2^+ - V_2^- - \left(\frac{V_2^+ - V_2^-}{Z_0} Z_0 \right)}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_2^+ + V_2^- - (V_2^+ - V_2^-)}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_2^+ + V_2^- - V_2^+ + V_2^-}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{2 V_2^-}{2 \sqrt{Z_0}} = \frac{V_2^-}{\sqrt{Z_0}}$$

(3.67)

$$b_2 = \frac{V_2^-}{\sqrt{Z_0}}$$

(3.68)

Al tener las ondas de potencia definidas nos queda que para cada puerto contamos con las siguientes ecuaciones:

Para puerto 1:

$$a_1 = \frac{V_1^+}{\sqrt{Z_0}} = \sqrt{Z_0} I_1^+$$

(3.69)

$$b_1 = \frac{V_1^-}{\sqrt{Z_0}} = \sqrt{Z_0} I_1^-$$

(3.70)

Para puerto 2:

$$a_2 = \frac{V_2^+}{\sqrt{Z_0}} = \sqrt{Z_0} I_2^+$$

(3.71)

$$b_2 = \frac{V_2^-}{\sqrt{Z_0}} = \sqrt{Z_0} I_2^-$$

(3.72)

Determinación de los parámetros S

Los parámetros S se expresan con las ondas de potencia reflejadas (b_1 y b_2) como variables dependientes en función de las ondas incidentes (a_1 y a_2) y como variables independientes, las podemos relacionar mediante ecuaciones lineales tomando como base las ecuaciones 3.1 y 3.2 obteniendo:

$$b_1 = s_{11}a_1 + s_{12}a_2 \quad (3.73)$$

$$b_2 = s_{21}a_1 + s_{22}a_2 \quad (3.74)$$

Donde

a_1, a_2 = Ondas reflejadas

b_1, b_2 = Ondas incidentes

$s_{11}, s_{12}, s_{21}, s_{22}$ = Parámetros de dispersión

Al reescribir las ecuaciones en su forma matricial obtenemos:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = [s] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Para estos parámetros se debe cumplir con la condición: $a_1 = 0$ y $a_2 = 0$, esto se logra poniendo en corto circuito uno de los dos puertos, según sea el caso; por lo tanto, los cálculos o dimensiones de los cuatro parámetros se calculan:

$$s_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} \quad (3.77)$$

$$s_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} \quad (3.78)$$

$$s_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} \quad (3.79)$$

$$s_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=0} \quad (3.80)$$

Las ecuaciones 3.77 y 3.79 se obtienen sustituyendo los valores de a_1 (ecuación 3.69), b_1 (ecuación 3.70) y b_2 (ecuación 3.72), se obtiene:

Para s_{11} :

$$s_{11} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{\frac{V_1^-}{\sqrt{Z_0}}}{\frac{V_1^+}{\sqrt{Z_0}}} = \frac{(V_1^-)(\sqrt{Z_0})}{(V_1^+)(\sqrt{Z_0})} = \frac{V_1^-}{V_1^+} \quad (3.81)$$

Para s_{21} :

$$s_{21} = \frac{b_2}{a_1} = \frac{\frac{V_2^-}{\sqrt{Z_0}}}{\frac{V_1^+}{\sqrt{Z_0}}} = \frac{V_2^- \sqrt{Z_0}}{V_1^+ \sqrt{Z_0}} = \frac{V_2^-}{V_1^+} \quad (3.82)$$

Las ecuaciones 3.78 y 3.80 se obtienen sustituyendo los valores de a_2 (ecuación 3.71), b_2 (ecuación 3.72) y a_1 (ecuación 3.70):

Para s_{12} :

$$s_{12} = \frac{b_1}{a_2} = \frac{\frac{V_1^-}{\sqrt{Z_0}}}{\frac{V_2^+}{\sqrt{Z_0}}} = \frac{V_1^- \sqrt{Z_0}}{V_2^+ \sqrt{Z_0}} = \frac{V_1^-}{V_2^+} \quad (3.83)$$

Para s_{22} :

$$s_{22} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{\frac{V_2^-}{\sqrt{Z_0}}}{\frac{V_2^+}{\sqrt{Z_0}}} = \frac{V_2^- \sqrt{Z_0}}{V_2^+ \sqrt{Z_0}} = \frac{V_2^-}{V_2^+} \quad (3.84)$$

Al reemplazar las variables “a” y “b” en las ecuaciones anteriores y retomar que son valores normalizados a una impedancia característica, se generan las siguientes ecuaciones:

$$V_1^- = s_{11}V_1^+ + s_{12}V_2^+ \quad (3.85)$$

$$V_2^- = s_{21}V_1^+ + s_{22}V_2^+ \quad (3.86)$$

Este sistema de ecuaciones también puede representarse en forma matricial y es otra forma de representar la matriz de dispersión:

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = [s] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (3.87)$$

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

A partir de estas ecuaciones es posible conocer los parámetros de dispersión del dispositivo bajo prueba, mediante la medición de la magnitud y fase de las ondas de voltaje incidente, reflejada y transmitida, siempre que esté en una carga de impedancia igual a la impedancia característica del sistema (impedancia de referencia) (Anderson, 1996).

Para determinar los parámetros S es necesario analizar la figura 3.9 y relacionar las ecuaciones 3.77 a 3.84 respecto al flujo de ondas que tiene estos:

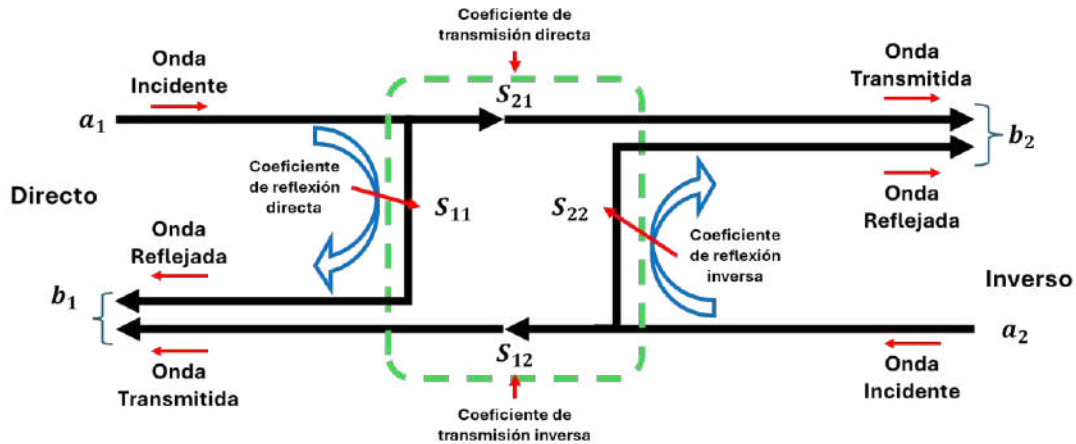
$$s_{11} = \frac{O_{\text{Reflejada}}}{O_{\text{Incidente}}} = \frac{b_1}{a_1} \quad \text{Haciendo } a_2 = 0 \quad \rightarrow \quad s_{11} = \frac{V_1^-}{V_1^+} \quad \text{Haciendo } V_2^+ = 0 \quad (3.89)$$

$$s_{12} = \frac{O_{\text{Transmitida}}}{O_{\text{Incidente}}} = \frac{b_1}{a_2} \quad \text{Haciendo } a_1 = 0 \quad \rightarrow \quad s_{12} = \frac{V_1^-}{V_2^+} \quad \text{Haciendo } V_1^+ = 0 \quad (3.90)$$

$$s_{21} = \frac{O_{\text{Transmitida}}}{O_{\text{Incidente}}} = \frac{b_2}{a_1} \quad \text{Haciendo } a_2 = 0 \quad \rightarrow \quad s_{21} = \frac{V_2^-}{V_1^+} \quad \text{Haciendo } V_2^+ = 0 \quad (3.91)$$

$$s_{22} = \frac{O_{\text{Reflejada}}}{O_{\text{Incidente}}} = \frac{b_2}{a_2} \quad \text{Haciendo } a_1 = 0 \quad \rightarrow \quad s_{22} = \frac{V_2^-}{V_2^+} \quad \text{Haciendo } V_1^+ = 0$$

Figura 3.9. *Parámetros S y flujo de ondas en una red de dos puertos*



Fuente: elaboración propia.

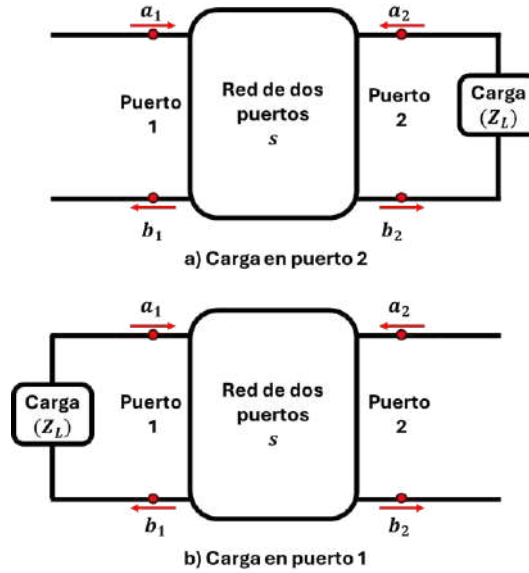
Con base a las ecuaciones que definen los parámetros S, es posible relacionar estos parámetros con la teoría de coeficientes de reflexión del capítulo 1, podemos obtener valores representativos que permiten asumir que:

- $s_{11} = 0 \rightarrow$ Sin reflexión
- $s_{11} = \pm 1 \rightarrow$ Reflexión total
- $s_{21} = 0 \rightarrow$ Pérdidas ∞
- $s_{21} = 1 \rightarrow$ Red sin pérdidas (ganancia unitaria)
- $s_{12} = 0, s_{21} \neq 0 \rightarrow$ Red unilateral (Hernández, 1999)

Cálculo de parámetros de dispersión

Para el cálculo de los parámetros S es necesaria la teoría de líneas basándonos en la figura (3.10).

Figura 3.10. Circuitos para cálculo de parámetros S



Fuente: elaboración propia.

Para s_{11} tenemos que su ecuación es similar a la del coeficiente de reflexión para el puerto uno (ecuación 3.45), es decir la salida se carga con Z_L en el puerto 2 (figura 3.10 a), por lo que reescribiendo la ecuación nos queda:

$$s_{11} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} \quad (3.93)$$

O invirtiendo la relación tenemos que:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{s_{11} + 1}{1 - s_{11}} \quad (3.94)$$

Donde:

Z_{in} es la impedancia desde a_1 hacia el interior de la red cuando esta se encuentra cargada con la impedancia característica en la puerta 2 ($Z_0 = Z_L$).

Este parámetro relaciona, por tanto, la onda reflejada en el puerto 1 con la onda incidente en dicho puerto, por lo que se le conoce como coeficiente de reflexión a la entrada. El coeficiente de reflexión a la entrada nunca puede ser mayor

de 1 (salvo en osciladores). Eso supondría que la onda reflejada es mayor que el incidente sin tener nada que genere ese exceso de señal. $0 < |S_{11}| < 1$.

Para s_{22} tenemos que su ecuación es similar a la del coeficiente de reflexión para el puerto dos (ecuación 3.46), en donde la entrada se carga con Z_L en el puerto 1 (figura 3.10b), por lo que al reescribir la ecuación nos queda:

$$s_{22} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = \frac{Z_{out} - Z_0}{Z_{out} + Z_0} \quad (3.95)$$

O si invertimos la relación tenemos que:

$$Z_{out} = Z_0 \frac{s_{22} + 1}{1 - s_{22}} \quad (3.96)$$

Donde:

Z_{out} es la impedancia desde a_2 hacia el interior de la red cuando esta se encuentra cargada con la impedancia característica en la puerta 1 ($Z_0 = Z_L$).

Para los otros dos parámetros se procede de manera similar:

Para s_{21} se usa el mismo esquema que para el s_{11} , pero midiendo b_2 en lugar de b_1 .

$$s_{21} = \frac{b_2}{a_1} = \frac{V_2^-}{V_1^+} = \frac{V_2}{V_1} (1 + s_{11}) \quad (3.97)$$

Para s_{12} se usa el mismo esquema de s_{22} midiendo b_1 en vez de b_2 .

$$s_{12} = \frac{b_1}{a_2} = \frac{V_1^-}{V_2^+} = \frac{V_1}{V_2} (1 + s_{22}) \quad (3.98)$$

A estos dos parámetros, s_{12} y s_{21} , se les llama coeficientes de transmisión, siendo s_{12} el coeficiente de transmisión del puerto 2 al 1 con el 1 terminado en su impedancia de referencia, mientras que el s_{21} es el coeficiente de transmisión del puerto 1 al 2 estando el 2 terminado en su impedancia de referencia (García, 2003).

Propiedades de la matriz de parámetros S

Bipuerto sin pérdidas

En un bipuerto o red de dos puertos sin pérdidas, la matriz de parámetros S es unitaria, lo que significa que si multiplicamos dicha matriz por su conjugada transpuesta debemos obtener un valor unitario:

$$[S^*]^T * [S] = 1 \quad (3.99)$$

Donde:

$[S]^*$ Es el complejo conjugado de la transpuesta de (S) es la matriz identidad.

Para un bipuerto sería:

$$\begin{bmatrix} S_{11}^* & S_{21}^* \\ S_{12}^* & S_{22}^* \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.100)$$

Por lo que se deben cumplir las siguientes relaciones entre los parámetros:

$$S_{11}S_{11}^* + S_{21}S_{12}^* = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \quad (3.101)$$

$$S_{11}^*S_{12} + S_{21}^*S_{22} = 0 \quad (3.102)$$

$$S_{12}^*S_{11} + S_{22}^*S_{21} = 0 \quad (3.103)$$

$$|S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \quad (3.104)$$

La primera relación significa que parte de la potencia que incide en el puerto de entrada se refleja y que otra parte se transmite al puerto de salida, pero nada se disipa dentro del bipuerto (García, 2003). Para una red sin pérdidas se tiene que:

$$[S]^* = [S^T]^{-1} \quad (3.105)$$

En cuestión de redes con pérdida se puede asumir que son las redes pasivas en donde la suma de las potencias incidentes en todos los puertos es mayor que la suma de las potencias que se refleja en los puertos, por lo que podemos determinar que disipa energía dándonos la siguiente ecuación:

$$\sum |a_n|^2 > \sum |b_n|^2 \quad (3.106)$$

Reciprocidad

El teorema de reciprocidad establece que si en una red pasiva y lineal se aplica una tensión U en una rama 1, obteniendo una corriente I en una rama 2, entonces al aplicar la tensión U en la rama 2 resultará la misma corriente I en la rama 1. Será del mismo modo si se cambian tensiones por corrientes y viceversa. Por lo tanto, cualquier cuadripolo que solo contenga elementos pasivos y lineales (es decir resistencias, inductancias, capacidades y bobinas acopladas) es recíproco o bilateral (Barbero, 2004).

Una red activa no es recíproca. Por ejemplo, de un transistor se desea que S_r sea pequeño y S_f grande. Si $S_r = 0$ entonces se trata de una red unilateral.

Propiedad de reciprocidad

Una red será recíproca si es pasiva, lineal y con dieléctrico isótropo que influya la señal transmitida. Si el bipuerto es recíproco, entonces los parámetros S cumplen:

$$S_{ij} = S_{ji} \quad \rightarrow \quad S_{12} = S_{21} \quad \rightarrow \quad [S] = [S]^T \quad (3.107)$$

Es decir, la *matriz de parámetros* S es igual a su traspuesta, en la cual daría lo mismo excitar por un puerto o por el otro, siempre que se carguen con sus respectivas impedancias de referencia (ecuación 3.108), en cuyo caso un bipuerto será recíproco si no es activo:

$$a_1 = a_2 \Leftrightarrow b_1 = b_2 \quad (3.108)$$

Hay un caso particular, que es cuando la red de dos puertos es simétrica:

$$S_{ii} = S_{jj} \quad \rightarrow \quad S_{11} = S_{22} \quad (3.109)$$

Propiedad de conservación de la energía, red sin pérdidas

En una red de dos puertos sin pérdidas la matriz de parámetros S es unitaria, esto significa que:

$$[S^*]^t * [S] = 1 \quad (3.110)$$

Donde:

$[S]^*$ es el complejo conjugado de la transpuesta de (S) e (I) es la matriz identidad.

Para un monopuerto:

$$S \cdot S^* = 1 \rightarrow |S| = 1 \quad (3.111)$$

Para un bipuerto será:

$$\begin{bmatrix} S_{11}^* & S_{21}^* \\ S_{12}^* & S_{22}^* \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

Una red con pérdida es una red pasiva en el que la suma de las potencias incidentes en todos los puertos es mayor que la suma de las potencias se refleja en todos los puertos. Por lo tanto, disipa energía en este caso:

$$\sum |a_n|^2 > \sum |b_n|^2 \quad (3.113)$$

Propiedades de los parámetros S

A diferencia de los parámetros de impedancia (Z) o admitancia (Y), que se vuelven difíciles de medir a altas frecuencias, los parámetros S describen el comportamiento de un sistema en términos de ondas incidentes y reflejadas, lo que los hace ideales para caracterizar dispositivos en el dominio de la frecuencia. Esto se puede lograr partiendo de los valores representativos, de los cuales podemos obtener las siguientes propiedades.

Ganancias de transmisión

Ganancia compleja

La ganancia compleja o aumento lineal complejo es la ganancia de voltaje como una relación lineal de la tensión de salida dividida por la tensión de entrada, todos los valores se expresan en cantidades complejas. El aumento lineal complejo G está dado por:

$$G = \frac{V_2^-}{V_1^+} = s_{21} \quad (3.114)$$

Ganancia escalar

Es simplemente la misma ecuación 3.114, solo que en este caso la fase no es relevante y se obtiene a partir del valor absoluto de la misma. La ganancia lineal escalar (o magnitud de aumento lineal) está dada por:

$$|G| = |s_{21}| \quad (3.115)$$

Ganancia en escala logarítmica

Esta ganancia se utiliza más comúnmente que la ganancia lineal escalar, ya que una cantidad positiva normalmente se entiende simplemente como una *ganancia*, pero una cantidad negativa también puede expresarse como *ganancia negativa*, o más generalmente como una *pérdida* equivalente a su magnitud en dB. La expresión escalar logarítmica (decibelio o dB) para ganancia (g) es:

$$g = 20 \log_{10} |s_{21}| \text{ dB} \quad (3.116)$$

Donde:

$g > 0$ Ganancia

$g < 0$ Ganancia negativa

Pérdida de retorno

En la medida de los casos, los dos puertos utilizan la misma impedancia de referencia, la pérdida de inserción IL (*insertion loss*) es la magnitud del coeficiente de transmisión $|S_{21}|$ expresado en decibelios. Por lo tanto, está dada por:

$$IL = -20 \log_{10} |S_{21}| \text{ dB} \quad (3.117)$$

Reflexión

Coeficiente de reflexión

El coeficiente de reflexión del voltaje en el puerto de entrada (puerto 1) equivale a las ecuaciones 3.45 y 3.93, y el del puerto de salida (puerto 2) a las ecuaciones 3.46 y 3.95. Entonces:

Para puerto 1:

$$\rho_1 = s_{11} \quad (3.118)$$

Para puerto 2:

$$\rho_2 = s_{22} \quad (3.119)$$

Los coeficientes de reflexión de voltaje son cantidades complejas y pueden representarse gráficamente en diagramas polares o cartas de Smith.

Pérdida de retorno de entrada (RL_{in})

Indica cuánta potencia se pierde por reflexión; se puede pensar como una medida de qué tan cerca está el valor real de la impedancia real de entrada del valor de la impedancia nominal del sistema, se aplica en el puerto 1. La pérdida de retorno de entrada expresada en decibelios está dada por:

$$RL_{in} = 10 \log_{10} \left| \frac{1}{S_{11}^2} \right| = -20 \log_{10} |S_{21}| \text{ dB} \quad (3.120)$$

Se debe tener en cuenta que para las redes de dos puertos pasivas, en las cuales $|S_{11}| \leq 1$, se sigue que la pérdida de retorno es una cantidad no negativa, lo que implica que $RL_{in} \geq 0$.

Pérdida de retorno de salida (RL_{out})

Tiene la misma definición la pérdida de retorno de entrada, pero se aplica a la salida, es decir, al puerto 2 en lugar del puerto de entrada (puerto 1), y está dada por:

$$RL_{out} = -20 \log_{10} |S_{22}| dB \quad (3.121)$$

Relación de ondas estacionarias de voltaje

La relación de ondas estacionarias de voltaje (ROE) en un puerto es una cantidad escalar lineal, el cociente de la tensión máxima de onda a la tensión mínima de ondas estacionarias (ecuación 1.87). Por lo tanto, se refiere a la magnitud del coeficiente de reflexión voltaje y, por ende, a la magnitud de cualquiera de los S_{11} para el puerto de entrada (puerto 1) o S_{22} para el puerto de salida (puerto 2); al reescribir la ecuación tenemos que:

En el puerto de entrada, el ($VSWR_{in}$) está dado por

$$ROE_{in} = VSWR_{in} = \frac{(1 + |s_{11}|)}{(1 - |s_{11}|)} \quad (3.122)$$

En el puerto de salida, el ($VSWR_{out}$) está dado por

$$ROE_{out} = VSWR_{out} = \frac{(1 + |s_{22}|)}{(1 - |s_{22}|)} \quad (3.123)$$

Transmisión inversa

Ganancia inversa

La expresión escalar logarítmica (decibelio o dB) para ganancia inversa (g_{rev}) es la que mide la transmisión de la señal del puerto 2 al puerto 1:

$$g_{rev} = 20 \log_{10} |S_{12}| \text{ dB} \quad (3.124)$$

Aislamiento inverso

A menudo se le conoce como aislamiento inverso (I_{rev}) al valor absoluto de cuánto se atenúa una señal que viaja en dirección opuesta, en cuyo caso se convierte en una cantidad positiva igual a la magnitud de g_{rev} , y la expresión se transforma en:

$$I_{rev} = |g_{rev}| = |20 \log_{10} |S_{12}|| \text{ dB} \quad (3.125)$$

Conversión entre parámetros s, z, y

En el análisis de circuitos de alta frecuencia, los parámetros de dispersión (S) constituyen la representación más adecuada para caracterizar dispositivos y sistemas debido a su relación directa con mediciones prácticas de ondas incidentes y reflejadas. Sin embargo, existen múltiples situaciones en el diseño de circuitos donde resulta indispensable transformar estos parámetros a otros formatos (Z, Y).

Las transformaciones entre parámetros S y otras representaciones matriciales se basan en:

- ❖ Relaciones fundamentales entre ondas y variables de circuito:
 - Las ondas normalizadas (a, b) se vinculan con tensiones y corrientes.
 - Las matrices de conversión surgen de estas relaciones básicas.
- ❖ Normalización de impedancia:
 - Todas las transformaciones asumen una impedancia característica Z_0 .
 - Las fórmulas pueden modificarse para sistemas con impedancias diferentes en cada puerto.
- ❖ Condiciones de existencia:
 - Algunas conversiones requieren que determinantes no se anulen.
 - En redes recíprocas ($S_{12} = S_{21}$) se simplifican varias expresiones.

Es posible realizar una conversión de parámetros S a parámetros Z, y Y, aunque ello implica el empleo de fórmulas de conversión, algunas un tanto

extensas. Las ecuaciones de conversión entre parámetros S y otros parámetros se exhiben en las tablas 3.3 y 3.4.

Tabla 3.3. *Conversión de parámetros Z a parámetros S*

Parámetros Z → Parámetros S	Parámetros S → Parámetros Y
$S_{11} = \frac{(Z_{11} - Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$Z_{11} = Z_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$S_{12} = \frac{2Z_{12}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$Z_{12} = Z_0 \frac{2S_{12}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$S_{21} = \frac{2Z_{21}Z_0}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$Z_{21} = Z_0 \frac{2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$S_{22} = \frac{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} - Z_0) - Z_{12}Z_{21}}{(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21}}$	$Z_{22} = Z_0 \frac{(1 - S_{22})(1 + S_{11}) + S_{12}S_{21}}{(1 - S_{11})(1 - S_{22}) - S_{12}S_{21}}$

Fuente: Anderson et al. (1996).

Tabla 3.4. *Conversión de parámetros Y a parámetros S*

Parámetros Y → Parámetros S	Parámetros S → Parámetros Y
$S_{11} = \frac{(Y_0 - Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$Y_{11} = Y_0 \frac{(1 + S_{22})(1 - S_{11}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$S_{12} = \frac{-2Y_{12}Y_0}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$Y_{12} = Y_0 \frac{-2S_{12}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$S_{21} = \frac{-2Y_{21}Y_0}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$Y_{21} = Y_0 \frac{-2S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$S_{22} = \frac{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 - Y_{22}) + Y_{12}Y_{21}}{(Y_0 + Y_{11})(Y_0 + Y_{22}) - Y_{12}Y_{21}}$	$Y_{22} = Y_0 \frac{(1 + S_{11})(1 - S_{22}) + S_{12}S_{21}}{(1 + S_{11})(1 + S_{22}) - S_{12}S_{21}}$
$Y_0 = \frac{1}{Z_0}$	

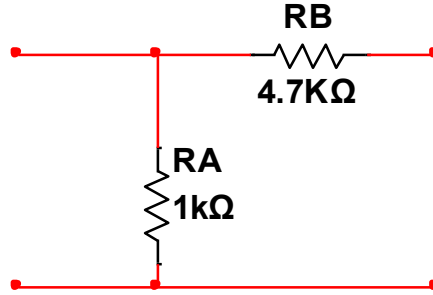
Fuente: Anderson et al. (1996).

Resolución de ejercicios

Ejercicio 3.1

Elabora la matriz de parámetros S para la red L (figura 3.11), considerando que se encuentra conectada por sus extremos a dos accesos de impedancia nominal (impedancia de generador y carga) $Z_0 = 50$, para una frecuencia de 5 MHz.

Figura 3.11. Red L puramente resistiva del ejercicio 3.1



Fuente: elaboración propia.

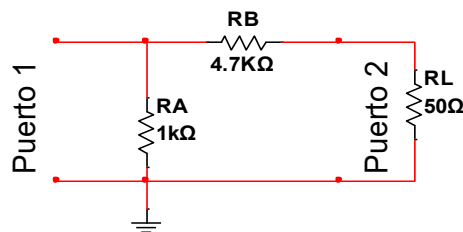
Para obtener los parámetros de dispersión de la red de impedancias mostrada en la figura 3.11, es necesario entender que los puertos están conectados a dos impedancias con valor nominal igual a Z_0 . Se puede deducir que esta red es recíproca, es decir que $s_{12} = s_{21}$, por lo tanto, solo será necesario calcular 3 parámetros, por lo que la matriz tendrá la siguiente estructura:

$$s = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{12} & s_{22} \end{bmatrix}$$

Una vez establecida la estructura de la matriz s es necesario calcular dichos parámetros:

Para s_{11} se debe recordar la ecuación 3.93. Al analizar dicha ecuación hay que obtener el valor de la impedancia de entrada Z_{in} en el puerto 1, considerando que el puerto 2 de la red tiene una impedancia terminal con el valor de la impedancia característica o nominal (Z_0). Como resultado de este análisis llegamos a la figura 3.12 y se obtiene que Z_{in} :

Figura 3.12. Tipología de la red L para análisis de s_{11} del ejercicio 3.1



Fuente: elaboración propia.

$$Z_{in} = R_{eq2}$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} || R_A$$

$$R_{eq1} = R_B + R_L$$

Sustituimos los valores de R_A , R_B y R_L :

$$R_{eq1} = 4.7 \text{ k}\Omega + 50 \text{ }\Omega = 4.75 \text{ k}\Omega$$

$$R_{eq2} = 4.75 \text{ k}\Omega || 1 \text{ k}\Omega = 826.0869565 \text{ }\Omega$$

Por lo tanto:

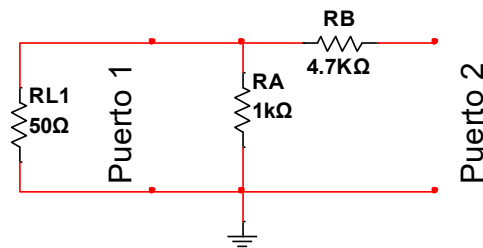
$$s_{11} = \frac{R_{eq2} - Z_0}{R_{eq2} + Z_0}$$

$$s_{11} = \frac{826.0869565 \text{ }\Omega - 50 \text{ }\Omega}{826.0869565 \text{ }\Omega + 50 \text{ }\Omega} = 0.8858560794$$

$$s_{11} = 0.8858560794$$

Ahora se procede al cálculo del coeficiente s_{22} de forma similar al parámetro s_{11} , pero esta vez se utiliza la impedancia de salida en el puerto 2, tomando en cuenta que ahora el puerto 1 es el que se termina en una impedancia con valor nominal de la impedancia característica Z_0 (figura 3.13), además, se hace uso de la ecuación 3.95. Como resultado de este análisis se obtiene que Z_{out} :

Figura 3.13. *Tipología de la red L para análisis de s_{22} del ejercicio 3.1*



Fuente: elaboración propia.

$$Z_{out} = R_{eq4}$$

$$R_{eq3} = R_{L1} || R_A$$

$$R_{eq4} = R_{eq3} + R_B$$

Sustituimos los valores de R_A , R_B y R_L :

$$R_{eq3} = 50 \Omega || 1 K\Omega = 47.61904762 \Omega$$

$$R_{eq4} = 47.61904762 \Omega + 4.7 k\Omega = 4.747619048 k\Omega$$

Por lo tanto:

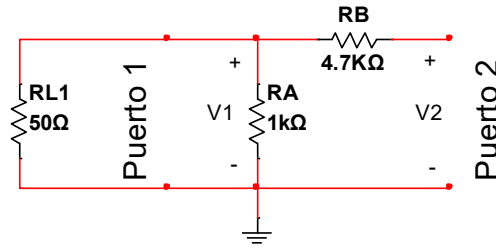
$$s_{22} = \frac{R_{eq4} - Z_0}{R_{eq4} + Z_0}$$

$$s_{22} = \frac{4.747619048 k\Omega - 50 \Omega}{4.747619048 k\Omega + 50 \Omega} = 0.9791563275$$

$$s_{22} = 0.9791563275$$

Ahora se procede al cálculo del coeficiente s_{12} o el coeficiente s_{21} , los cuales deben tener el mismo valor ya que la red es reciproca; por comodidad se calcula el coeficiente s_{12} , como se describió anteriormente; para obtener dicho parámetro se emplea la ecuación 3.98.

Figura 3.14. *Tipología de la red L en relación con V_1 y V_2 para análisis de S_{12} del ejercicio 3.1*



Fuente: elaboración propia.

Al analizar la figura 3.14 se observa que el voltaje V_2 es el voltaje a la entrada de la red y que el voltaje V_1 está presente en el paralelo que forma R_L y R_A .

Para obtener la relación de $\frac{V_1}{V_2}$ es necesario basarse en lo visto en el capítulo dos respecto al divisor de voltaje. Analicemos la figura 3.14 con la ecuación 2.12, lo que nos da:

$$V_1 = V_2 \frac{R_{eq3}}{R_{eq4}}$$

Despejando:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_{eq3}}{R_{eq4}}$$

Sustituimos en la ecuación de s_{12} :

$$s_{12} = \left(\frac{R_{eq3}}{R_{eq4}} \right) \left(1 + \frac{R_{eq4} - Z_0}{R_{eq4} + Z_0} \right)$$

Sustituimos los valores de R_{eq3} y R_{eq4} :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{47.61904762 \, \Omega}{4.747619048 \, k\Omega}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 0.01003009027$$

$$s_{12} = (0.01003009027)(1 + 0.9791563275 \, \Omega)$$

$$s_{12} = 0.01985111662 \, \Omega$$

$$s_{12} = 0.01985111662 \, \Omega = s_{21}$$

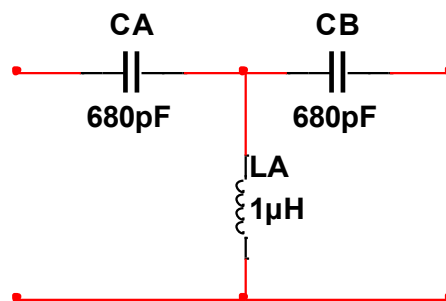
Una vez que se han calculado los parámetros se procede a elaborar la matriz de dispersión, quedando definida de la siguiente manera:

$$s = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{22} \\ s_{12} & s_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8858560794 & 0.01985111662 \\ 0.01985111662 & 0.9791563275 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 3.2

Elabora la matriz de parámetros S para la red T, considerando que se encuentra conectada por sus extremos a dos accesos de impedancia característica (impedancia de generador y carga) $Z_0 = 50$, para una frecuencia de 4 MHz.

Figura 3.15. Red T capacitiva-inductiva del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

Para obtener los parámetros de dispersión de la red de impedancias mostrada en la figura 3.15 es necesario entender que los puertos están conectados a dos impedancias con valor nominal igual a Z_0 . Como en el ejercicio anterior, podemos deducir que esta red es recíproca, es decir que $s_{12} = s_{21}$, por lo tanto, solo será necesario calcular 3 parámetros, por lo que la matriz tendrá la siguiente estructura

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{21} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}$$

Antes de establecer los distintos parámetros de dispersión, habrá que hallar el valor de Z_{CA} , Z_{CB} y Z_{LA} que por el hecho de ser capacitores e inductores poseerán una componente puramente imaginaria solamente (valor reactivo), dependiente de la frecuencia. Para obtener dichos valores se debe hacer uso de las ecuaciones 2.14 y 2.16.

$$Z_{CA} = \frac{1}{j2\pi(4 \text{ MHz})(680 \text{ pF})} = -j58.5184672 \Omega$$

$$Z_{CB} = \frac{1}{j2\pi(4 \text{ MHz})(680 \text{ pF})} = -j58.5184672 \Omega$$

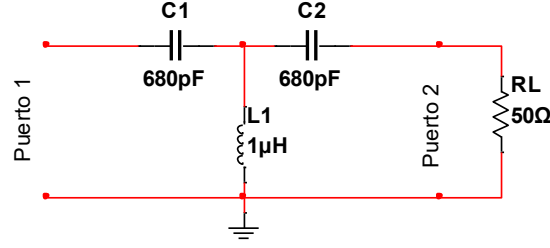
$$Z_{CA} = Z_{CB} = -j58.5184672 \Omega$$

$$Z_{LA} = j2\pi(4 \text{ MHz})(1 \mu\text{H}) = j25.13274123 \Omega$$

Tomando los valores establecidos de Z_{CA} , Z_{CB} y Z_{LA} para calcular los parámetros de dispersión de esta red a esa frecuencia, podemos establecer la estructura de la matriz s ; hay que calcular dichos parámetros:

Para s_{11} es necesario recordar la ecuación 3.93. Al analizar la ecuación se tiene que obtener el valor de la impedancia de entrada Z_{in} en el puerto 1, considerando que el puerto 2 de la red tiene una impedancia terminal con el valor de la impedancia característica o nominal (Z_0), como resultado de este análisis llegamos a figura (3.16). Como resultado de este análisis se obtiene que Z_{in} :

Figura 3.16. Tipología de la red T para análisis de s_{11} del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

$$Z_{in} = R_{eq3}$$

$$R_{eq3} = R_{eq2} + Z_{CA}$$

$$R_{eq2} = R_{eq1} || Z_{L1}$$

$$R_{eq1} = Z_{CB} + R_L$$

Sustituyendo los valores de Z_{CA} , Z_{CB} , Z_{L1} y R_L :

$$R_{eq1} = -j58.5184672 \Omega + 50 \Omega = 50 - j58.5184672$$

$$R_{eq1} = 50 - j58.5184672 \Omega$$

$$R_{eq2} = 50 - j58.5184672 \Omega || j25.13274123 \Omega = 8.729421713 + j30.95368859 \Omega$$

$$R_{eq2} = 8.729421713 + j30.95368859 \Omega$$

$$R_{eq3} = (8.729421713 + j30.95368859 \Omega) + (-j58.5184672 \Omega)$$

$$R_{eq3} = 8.729421713 - j27.56477861 \Omega$$

Por lo tanto:

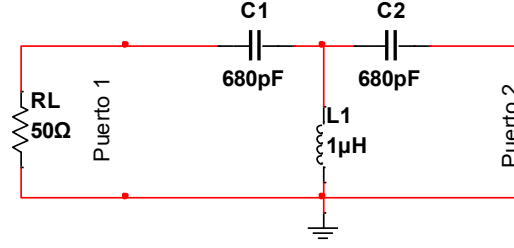
$$s_{11} = \frac{R_{eq3} - Z_0}{R_{eq3} + Z_0}$$

$$s_{11} = \frac{(8.729421713 - j27.56477861 \Omega) - (50 \Omega)}{(8.729421713 - j27.56477861 \Omega) + (50 \Omega)} = -0.39534217 - j0.6549068113 \Omega$$

$$s_{11} = -0.39534217 - j0.6549068113 \Omega$$

Ahora se procede al cálculo del coeficiente s_{22} de forma similar al parámetro s_{11} , pero esta vez se utiliza la impedancia de salida en el puerto 2, tomando en cuenta que ahora el puerto 1 es el que se termina en una impedancia con valor nominal de la impedancia característica Z_0 (figura 3.17), además, se hace uso de la ecuación 3.95. Como resultado de este análisis se obtiene que Z_{out} :

Figura 3.17. Tipología de la red T para análisis de s_{22} del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

$$Z_{out} = R_{eq6}$$

$$R_{eq6} = R_{eq5} + Z_{CB}$$

$$R_{eq5} = R_{eq4} || Z_{L1}$$

$$R_{eq4} = Z_{CA} + R_L$$

Sustituyendo los valores de Z_{CA} , Z_{CB} , Z_{L1} y R_L :

$$R_{eq4} = -j58.5184672 \Omega + 50\Omega = 50 - j58.5184672$$

$$R_{eq4} = 50 - j58.5184672 \Omega$$

$$R_{eq5} = 50 - j58.5184672 \Omega || j25.13274123 \Omega = 8.729421713 + j30.95368859 \Omega$$

$$R_{eq5} = 8.729421713 + j30.95368859 \Omega$$

$$R_{eq6} = (8.729421713 + j30.95368859 \Omega) + (-j58.5184672 \Omega)$$

$$R_{eq6} = 8.729421713 - j27.56477861 \Omega$$

Por lo tanto:

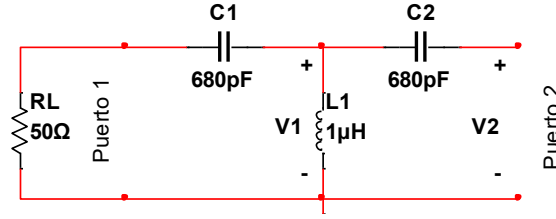
$$s_{22} = \frac{R_{eq6} - Z_0}{R_{eq6} + Z_0}$$

$$s_{22} = \frac{(8.729421713 - j27.56477861 \Omega) - (50 \Omega)}{(8.729421713 - j27.56477861 \Omega) + (50 \Omega)} = -0.39534217 - j0.6549068113 \Omega$$

$$s_{22} = -0.39534217 - j0.6549068113 \Omega$$

Ahora se procede al cálculo del coeficiente s_{12} o el coeficiente s_{21} , los cuales deben tener el mismo valor ya que la red es recíproca; por comodidad se calcula el coeficiente s_{21} , como se describió anteriormente, para obtener dicho parámetro se emplea la ecuación 3.98.

Figura 3.18. *Tipología de la red T con relación a V_1 y V_2 para análisis de s_{21} del ejercicio 3.2*



Fuente: elaboración propia.

Al analizar la figura 3.18 se observa que el voltaje V_2 es el voltaje a la entrada de la red y el voltaje V_1 está presente en el paralelo que forma $R_L + Z_{C1}$ con Z_{L1} . Para obtener la relación de $\frac{V_2}{V_1}$, es necesario examinar la figura 3.14 respecto a la ecuación 2.12, dándonos:

$$V_2 = V_1 \left(\frac{R_{eq5}}{R_{eq6}} \right) \left(\frac{R_L}{R_{eq4}} \right)$$

Despejando:

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{R_{eq5}}{R_{eq6}} \right) \left(\frac{R_L}{R_{eq4}} \right)$$

Donde:

$\frac{R_{eq5}}{R_{eq6}}$ = representa cuánto voltaje V_1 llega al punto intermedio entre C_2 y L_1

$\frac{R_L}{R_{eq4}}$ = representa cuánto de ese voltaje intermedio llega a R_L (V_2)

Sustituyendo en la ecuación de s_{12} :

$$s_{21} = \left(\left(\frac{R_{eq5}}{R_{eq6}} \right) \left(\frac{R_L}{R_{eq4}} \right) \right) (1 + S_{11})$$

Sustituyendo los valores de R_{eq4} , R_{eq5} y R_{eq6} :

$$R_{eq5} = 50 - j58.5184672 \Omega || j25.13274123 \Omega = 8.729421713 + j30.95368859 \Omega$$

$$R_{eq5} = 8.729421713 + j30.95368859 \Omega$$

$$R_{eq6} = (8.729421713 + j30.95368859 \Omega) + (-j58.5184672 \Omega)$$

$$R_{eq6} = 8.729421713 - j27.56477861 \Omega$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{8.729421713 + j30.95368859 \Omega}{8.729421713 - j27.56477861 \Omega} \right) \left(\frac{50 \Omega}{50 - j58.5184672 \Omega} \right)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = (-0.929438212 + j0.6110290258)(0.421982877 + j0.493875823)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = -0.6939794737 - j0.2011832756$$

$$s_{21} = (-0.6939794737 - j0.2011832756 \Omega)(1 + -0.39534217 - j0.6549068113 \Omega)$$

$$s_{21} = (-0.6939794737 - j0.2011832756 \Omega)(0.60465783 - j0.6549068113 \Omega)$$

$$s_{21} = -0.5513764201 + j0.3328448414 \Omega$$

$$s_{21} = -0.5513764201 + j0.3328448414 \Omega = s_{12}$$

Una vez calculados los parámetros se procede a elaborar la matriz de dispersión, quedando definida de la siguiente manera:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{21} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} -0.39534217 - j0.6549068113 & -0.5513764201 + j0.3328448414 \\ -0.5513764201 + j0.3328448414 & -0.39534217 - j0.6549068113 \Omega \end{bmatrix}$$

Para una red en T simétrica como la que se calculó, los parámetros S se pueden interpretar como:

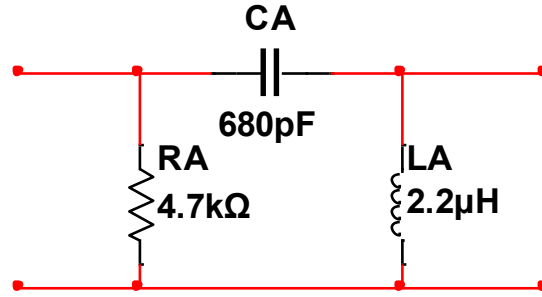
s_{11} y s_{22} las reflexiones son iguales por simetría.

s_{12} y s_{21} las transmisiones son iguales por simetría.

Ejercicio 3.3

Elabora la matriz S para la red pi (π) a partir de parámetros Z, considerando que se encuentra conectada por sus extremos a dos accesos de impedancia característica (impedancia de generador y carga) $Z_0 = 50$, para una frecuencia de 5.2 MHz.

Figura 3.19. Red π RCL del ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

Para obtener los parámetros Z es necesario que los elementos del circuito se manejen en impedancias, donde las condiciones de terminación serán en circuito abierto y corto circuito.

Para establecer los distintos parámetros Z hay que hallar el valor de Z_{CA} y Z_{LA} , que por el hecho de ser capacitores e inductores tienen solamente un componente puramente imaginario (valor reactivo), dependiente de la frecuencia. Para obtener tales valores se hace uso de las ecuaciones 2.14 y 2.16.

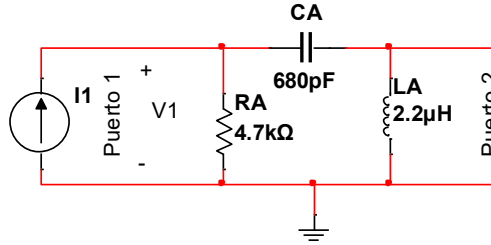
$$Z_{CA} = \frac{1}{j2\pi(5.2 \text{ MHz})(680 \text{ pF})} = -j45.0098821 \Omega$$

$$Z_{LA} = j2\pi(5.2 \text{ MHz})(2.2 \mu\text{H}) = j71.87963991 \Omega$$

Tomando los valores establecidos de Z_{CA} , y Z_{LA} en función de la frecuencia, podemos calcular dichos parámetros Z .

Para encontrar el valor de Z_{11} es necesario calcular la relación entre la caída de tensión (V_1) a través del puerto 1 y la corriente (I_1), que fluyen en el puerto cuando la corriente al puerto 2 es a 0 ($I_2 = 0$). Esto quiere decir que el circuito se analiza en condición de circuito abierto (figura 3.20) en donde es necesario utilizar la ecuación 3.7, que nos da:

Figura 3.20. Tipología de red π para análisis de Z_{11} del ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

$$Z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = Z_{RA} || (Z_{CA} + Z_{LA}) = \frac{Z_{RA}(Z_{CA} + Z_{LA})}{Z_{RA} + Z_{CA} + Z_{LA}}$$

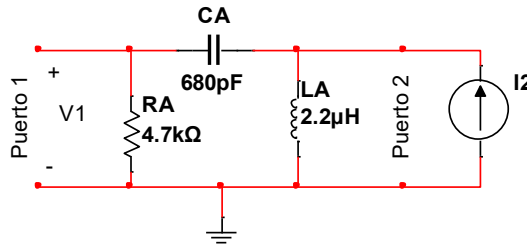
Sustituyendo:

$$Z_{11} = \frac{(4.7 \text{ k}\Omega)((-j45.0098821 \Omega) + (j71.87963991 \Omega))}{(4.7 \text{ k}\Omega) + (-j45.0098821 \Omega) + (j71.87963991 \Omega)}$$

$$Z_{11} = 0.153608572 + j26.86887963 \Omega$$

Para encontrar el valor de Z_{12} es mediante la relación entre la caída de tensión (V_1) en el puerto 1 y la corriente en el puerto 2 (I_2), en donde se necesita utilizar adecuación 3.8, ya que hay que asegurarnos de que la corriente del puerto 1 permanezca en cero ($I_1 = 0$), esto significa que el puerto 1 esté abierto (figura 3.21).

Figura 3.21. Tipología de red π para análisis de Z_{12} del ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

La tensión en V_1 se puede obtener mediante la ecuación 2.12 en donde la caída de tensión es en Z_{RA} :

$$V_1 = \frac{Z_{RA}}{Z_{CA} + Z_{LA}} (V_{RA-CA})$$

Donde V_{RA-CA} es la tensión entre las impedancias de Z_{RA} y Z_{CA} conectadas en serie dándonos:

$$V_{AB} = I_2 [Z_C || (Z_A + Z_B)]$$

Por lo tanto Z_{12} se puede determinar como:

$$Z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} = \frac{Z_{RA}}{Z_{RA} + Z_{CA}} [Z_{LA} || (Z_{RA} + Z_{CA})] = \frac{Z_{RA} Z_{LA}}{Z_{RA} + Z_{CA} + Z_{LA}}$$

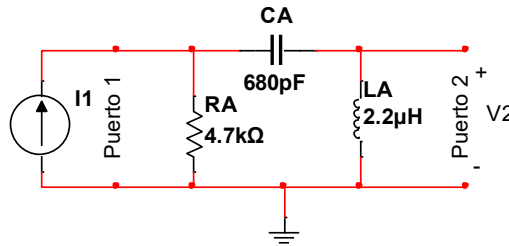
Sustituimos:

$$Z_{12} = \frac{(4.7 \text{ k}\Omega)(j71.87963991 \text{ }\Omega)}{(4.7 \text{ k}\Omega) + (-j45.0098821 \text{ }\Omega) + (j71.87963991 \text{ }\Omega)}$$

$$Z_{12} = 0.4109202964 + j71.87729069 \text{ }\Omega$$

De manera similar podemos obtener los dos parámetros restantes, teniendo en cuenta que para Z_{21} es mediante la relación entre la caída de tensión en el puerto 2 (V_2) y la corriente en el puerto 1 (I_1), en donde hay que utilizar la adecuación 3.9, ya que debemos asegurarnos de que la corriente del puerto 2 permanezca en cero ($I_2 = 0$), esto significa que el puerto 2 esté abierto (figura 3.22), dándonos:

Figura 3.22. Tipología de red π para análisis de Z_{21} del ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

$$Z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} = \frac{Z_{LA}}{Z_{CA} + Z_{LA}} [Z_{RA} || (Z_{CA} + Z_{LA})] = \frac{Z_{RA} Z_{LA}}{Z_{RA} + Z_{CA} + Z_{LA}}$$

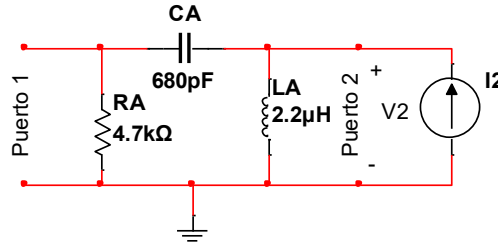
Sustituyendo:

$$Z_{21} = \frac{(4.7 \text{ k}\Omega)(j71.87963991 \text{ }\Omega)}{(4.7 \text{ k}\Omega) + (-j45.0098821 \text{ }\Omega) + (j71.87963991 \text{ }\Omega)}$$

$$Z_{21} = 0.4109202964 + j71.87729069 \Omega$$

Para encontrar el valor de Z_{22} tenemos que calcular la relación entre la caída de tensión (V_2) a través del puerto 2 y la corriente (I_2) que fluyen en el puerto cuando la corriente al puerto 1 es a 0 ($I_1 = 0$). Esto quiere decir que el circuito se analiza en condición de circuito abierto (figura 3.23), en donde es necesario utilizar la ecuación 3.10, dándonos:

Figura 3.23. Tipología de red π para análisis de Z_{22} del ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

$$Z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} = Z_{LA} || (Z_{RA} + Z_{CA}) = \frac{Z_{LA}(Z_{RA} + Z_{CA})}{Z_{RA} + Z_{CA} + Z_{LA}}$$

Sustituyendo:

$$Z_{22} = \frac{(j71.87963991 \Omega)((4.7 \text{ k}\Omega) + (-j45.0098821 \Omega))}{(4.7 \text{ k}\Omega) + (-j45.0098821 \Omega) + (j71.87963991 \Omega)}$$

$$Z_{22} = 1.099258249 + j71.87335548 \Omega$$

Una vez obtenidos los parámetros Z tenemos que nuestra matriz Z es:

$$Z = \begin{bmatrix} 0.153608572 + j26.86887963 \Omega & 0.4109202964 + j71.87729069 \Omega \\ 0.4109202964 + j71.87729069 \Omega & 1.099258249 + j71.87335548 \Omega \end{bmatrix}$$

Luego de obtener la matriz de parámetros Z, se procede a convertirla en la matriz de parámetros S (*scattering*). Para realizar esta conversión es necesario aplicar las ecuaciones de conversión a parámetros S mostradas en la tabla 3.3, hay que usar la impedancia característica $Z_0 = 50 \Omega$ para realizar dicha conversión, dándonos:

$$Z_{12}Z_{21} = -5166.176061 + j59.07167519$$

$$(Z_{11} + Z_0)(Z_{22} + Z_0) - Z_{12}Z_{21} = 5797.831721 + j4918.616281$$

$$S_{11} = \frac{(0.153608572 + j26.86887963 \Omega - 50 \Omega)(1.099258249 + j71.87335548 \Omega + 50 \Omega) - (-5166.176061 + j59.07167519 \Omega)}{5797.831721 + j4918.616281}$$

$$S_{11} = -0.1240423765 - j0.2860728793 \Omega$$

$$S_{12} = \frac{2(0.4109202964 + j71.87729069 \Omega)(50 \Omega)}{5797.831721 + j4918.616281 \Omega}$$

$$S_{12} = 0.6156958949 + j0.7173987477 \Omega$$

$$S_{21} = \frac{2(0.4109202964 + j71.87729069 \Omega)(50 \Omega)}{5797.831721 + j4918.616281}$$

$$S_{21} = 0.6156958949 + j0.7173987477 \Omega$$

$$S_{22} = \frac{(0.153608572 + j26.86887963 \Omega + 50 \Omega)(1.099258249 + j71.87335548 \Omega - 50 \Omega) - (-5166.176061 + j59.07167519 \Omega)}{5797.831721 + j4918.616281}$$

$$S_{22} = 0.2683667758 + j0.1572544995 \Omega$$

Cuando se han calculado los parámetros se procede a elaborar la matriz de dispersión, la cual queda definida de la siguiente manera:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} -0.1240423765 - j0.2860728793 & 0.6156958949 + j0.7173987477 \\ 0.6156958949 + j0.7173987477 & 0.2683667758 + j0.1572544995 \end{bmatrix}$$

Capítulo 4. Analizador de redes

Los analizadores de redes son instrumentos electrónicos altamente especializados que permiten estudiar las características eléctricas de las redes de radiofrecuencia, se utilizan principalmente para medir parámetros de dispersión (parámetros S), impedancias y otros valores relacionados con los sistemas de radiofrecuencia. Estos parámetros son clave para evaluar el comportamiento de una red, ya que indican cómo se transfiere la señal entre los puertos de un sistema y cuán bien se adaptan. En comunicaciones, es crucial lograr una buena adaptación para optimizar la transferencia de potencia y minimizar pérdidas. El analizador de redes proporciona información detallada sobre la respuesta de un dispositivo bajo prueba (DUT, por sus siglas en inglés) a través de un barrido en un rango de frecuencias. Generalmente, estos equipos miden relaciones de potencia, las cuales están directamente vinculadas con el cuadrado de los parámetros S.

Analizadores de redes: SNA y VNA

Los analizadores de redes son equipos de alta complejidad y costo, fundamentales para la medición precisa de componentes de radiofrecuencia (RF). Estos instrumentos se dividen principalmente en dos tipos: el analizador de redes escalar (SNA) y el analizador de redes vectorial (VNA). Cada tipo tiene sus características y aplicaciones específicas, lo que los hace adecuados para diferentes situaciones en el campo de la ingeniería electrónica.

Analizador de redes escalar (SNA)

El analizador de redes escalar (SNA, por sus siglas en inglés) es un dispositivo diseñado para medir las propiedades de amplitud de las señales en una red (figura 4.1). Comparado con el analizador de redes vectorial (VNA), el SNA es más económico y sencillo, lo que lo convierte en una opción adecuada para tareas básicas. Sin embargo, su funcionalidad es más limitada, ya que no proporciona información sobre la fase de las señales, reduciendo su utilidad en aplicaciones que requieren un análisis más completo del comportamiento de la red.

Figura 4.1. *Analizador de redes escalar (SNA)*



Fuente: ELAD (s.f., p. 2).

Este instrumento es especialmente útil para medir amplitud, como la verificación de señales de entrada y salida o la medición de la potencia de salida en sistemas simples. Por esta razón, se utiliza frecuentemente en aplicaciones básicas y entornos donde la fase no juega un papel crítico.

A pesar de estas ventajas, el SNA presenta limitaciones importantes. Su enfoque exclusivo en la amplitud lo hace inadecuado para aplicaciones avanzadas, como el análisis detallado de la fase o la caracterización precisa de impedancias. Por tanto, no es la herramienta ideal para el diseño y la optimización de sistemas de comunicación complejos o redes RF donde estos parámetros son cruciales.

Analizador de redes vectorial (VNA)

Por otro lado, el analizador vectorial de redes (VNA, por sus siglas en inglés) es un equipo más avanzado que mide tanto la amplitud como la fase de las señales en la red (figura 4.2). Esto permite obtener una representación más completa de la respuesta de la red, lo que lo convierte en una herramienta clave para el diseño, prueba y optimización de sistemas de RF y microondas donde una caracterización precisa de componentes y sistemas es esencial.

Los analizadores de redes vectoriales tienen una amplia variedad de aplicaciones en distintas áreas, como el diseño y optimización de antenas, filtros y

amplificadores para sistemas de RF, caracterización de nuevos componentes de RF y microondas.

Figura 4.2. *Analizador vectorial de redes (VNA)*



Fuente: Keysight Technologies (2014, p. 1).

Las principales funciones del VNA

Medición de parámetros: los VNA no solo evalúan la transmisión y la reflexión de las señales, sino que también miden parámetros adicionales como:

- a. Relación de onda estacionaria (VSWR): indicador de la calidad de la adaptación de impedancias.
- b. Impedancia y admitancia: caracterización detallada de los componentes.
- c. Pérdidas de inserción y retorno: parámetros clave para evaluar el desempeño de filtros y líneas de transmisión.
- d. Ganancia y fase: fundamentales para determinar el comportamiento de amplificadores y otros dispositivos activos.

Capacidad de análisis detallado: gracias a su habilidad para medir tanto la amplitud como la fase, el VNA permite crear modelos precisos de redes y dispositivos, identificando características como las resonancias, desadaptaciones y otros comportamientos que podrían afectar el desempeño de un sistema de RF.

Ventajas del VNA

La capacidad de medir la amplitud y la fase otorga al VNA una ventaja significativa sobre otros instrumentos, como los analizadores de espectro. Esto permite:

- ❖ obtener una representación completa del comportamiento de la red;
- ❖ identificar y corregir problemas de diseño, como desadaptaciones de impedancia; y
- ❖ realizar optimizaciones más precisas al obtener los datos medidos en *software* para el desarrollo de dispositivos o sistemas de RF.

En el mercado, los principales fabricantes de analizadores de redes incluyen marcas como Agilent, Anritsu y Rohde & Schwarz, que lideran la industria con equipos de alta precisión. Los analizadores de redes, independientemente del tipo, generalmente cuentan con controles básicos como el control de estímulo (STIMULUS), que ajusta las características de la señal RF aplicada al componente o sistemas bajo prueba; el control de respuesta (RESPONSE), que define qué parámetros se medirán (amplitud, fase, pérdidas de inserción o reflexión, etcétera); y calibración, en donde los VNA incluyen kits de calibración que permiten ajustar las mediciones para minimizar errores sistemáticos, como pérdidas en cables o conectores.

Evolución y popularización de los analizadores de redes

A lo largo de los años, los analizadores de redes han experimentado un notable desarrollo tecnológico, pasando de ser grandes y complejos sistemas compuestos por múltiples instrumentos a herramientas más compactas y accesibles que ofrecen altos niveles de precisión. Aunque el análisis de redes ha sido un campo activo durante varias décadas, los analizadores de redes autónomos, tal como los conocemos hoy en día, surgieron a principios de la década de 1980. Antes de esa fecha, los analizadores de redes consistían en configuraciones complejas de equipos separados con capacidades limitadas, lo que restringía su aplicación en tareas avanzadas de medición y análisis.

Actualmente, los analizadores de redes vectoriales (VNA) han ganado una gran popularidad debido a sus capacidades superiores y a una mejor relación costo

beneficio en comparación con los analizadores de redes escalares (SNA). Los VNA, al medir tanto la amplitud como la fase de las señales, han revolucionado la medición de redes, lo cual posibilita un análisis más completo y preciso. En particular, los analizadores VNA resuelven la necesidad de realizar mediciones con alta precisión, minimizando los errores que podrían influir significativamente en los resultados, especialmente en sistemas de radiofrecuencia (RF), donde incluso pequeños errores pueden volverse relevantes cuando se utilizan instrumentos de alta precisión.

De los analizadores escalares a los analizadores vectoriales

La historia de los analizadores de redes comenzó a principios del siglo XX, con los primeros instrumentos diseñados para medir parámetros de redes eléctricas. En sus primeras etapas, los analizadores de redes eran principalmente escalares, lo que significa que solo podían medir la amplitud de las señales. Ejemplos de estos instrumentos incluyen los puentes de Wheatstone y los medidores de impedancia, que eran fundamentales para la caracterización básica de redes eléctricas.

Con el avance de la tecnología y el auge de las comunicaciones en radiofrecuencia y microondas, surgió la necesidad de herramientas más sofisticadas que pudieran ofrecer mediciones más detalladas y precisas. Fue en la segunda mitad del siglo XX cuando se introdujeron los analizadores de redes vectoriales (VNA), que marcaban un cambio fundamental al permitir la medición simultánea de la amplitud y la fase de las señales. Esto permitió realizar análisis más completos, como la medición de parámetros de dispersión (parámetros S), que son esenciales para el diseño y optimización de sistemas de RF.

En la actualidad, los VNA han ganado popularidad debido a su capacidad para medir tanto la amplitud como la fase de las señales, revolucionando con ello la medición de redes y permitiendo así análisis más completos y precisos. Son ampliamente utilizados en la fabricación de amplificadores de alta potencia y en filtros para señales de radiofrecuencia, lo que garantiza la precisión requerida en los parámetros de respuesta a las señales (Wikipedia, s.f.).

La evolución de los analizadores de redes refleja el progreso en la tecnología de medición y la creciente demanda de precisión en el análisis de sistemas de RF y microondas. Desde los primeros instrumentos escalares hasta los sofisticados VNA actuales, estos dispositivos han sido fundamentales para el desarrollo y la optimización de tecnologías de comunicación y otros campos relacionados.

Además, los avances tecnológicos han permitido que los VNA modernos sean más compactos y accesibles, con interfaces de usuario mejoradas y capacidades de procesamiento avanzadas. Por ejemplo, algunos modelos actuales utilizan sistemas operativos modernos y ofrecen conectividad USB, lo cual facilita su integración en diversos entornos de prueba y medición (Copper Mountain Technologies, 2023).

Avances recientes y el emerger del nano VNA

En los últimos años, los avances tecnológicos han permitido crear analizadores de redes vectoriales de alto rendimiento con rangos de frecuencia más amplios, mayor resolución y mejores características generales. Sin embargo, uno de los desarrollos más relevantes en la actualidad ha sido la miniaturización de estos equipos, dando lugar a los nano-VNA. Estos dispositivos compactos y portátiles combinan la precisión de los analizadores de redes tradicionales con una mayor accesibilidad y conveniencia.

Los nano-VNA (figura 4.3) son especialmente útiles en entornos de investigación y desarrollo donde la movilidad y el espacio son factores críticos. A pesar de su tamaño reducido, los nano-VNA mantienen una precisión sorprendente, lo que los convierte en una herramienta esencial en aplicaciones como la caracterización de componentes de RF pequeños, antenas y sistemas de comunicaciones. Además, su bajo costo ha permitido que se popularicen no solo en la industria, sino también en el ámbito académico y de investigación, donde se requieren mediciones precisas a un costo razonable.

Figura 4.3. Nano-VNA modelo SAA-2



Fuente: OwOTech y Cho45 (2022).

En este contexto, se utilizará un nano-VNA como herramienta principal para medir y analizar redes de RF. Su capacidad para ofrecer mediciones detalladas en un formato portátil y accesible será fundamental para desarrollar los experimentos y analizar los dispositivos bajo prueba. Este tipo de analizador, a pesar de sus dimensiones compactas, provee la misma fiabilidad y precisión que los modelos más grandes y costosos, lo que lo convierte en una elección ideal para el presente estudio.

Especificaciones NanoVNA S-A-A-2

El NanoVNA S-A-A-2 es un analizador de redes vectoriales compacto y portátil que, a pesar de su tamaño reducido, ofrece capacidades avanzadas de medición en el dominio de la radiofrecuencia (RF). Sus especificaciones técnicas lo posicionan como una herramienta versátil para aplicaciones de laboratorio, campo y educación, donde la precisión y la portabilidad son fundamentales.

Características principales

El NanoVNA S-A-A-2 es un analizador de redes vectoriales compacto que opera en un rango de frecuencia de 50 kHz a 3 GHz, lo cual permite configuraciones de barrido continuo o por puntos discretos con una resolución ajustable desde 1 Hz

hasta 1 MHz. Su precisión lo hace ideal para aplicaciones prácticas, ofreciendo una exactitud de ± 0.5 dB en amplitud y $\pm 1^\circ$ en fase cuando se calibra adecuadamente.

Equipado con dos puertos de conexión SMA hembra, este dispositivo permite realizar mediciones completas de parámetros S (S_{11} , S_{21} , S_{12} , S_{22}), esenciales para caracterizar redes de RF. Su resolución dinámica alcanza hasta 80 dB, dependiendo de la configuración y calibración, lo que lo hace competente para tareas básicas y avanzadas en entornos controlados.

La interfaz de usuario incluye una pantalla táctil a color y compatibilidad con *software* como NanoVNA-Saver, NanoVNA-QT y VNA-H4, lo cual facilita el control remoto y el análisis detallado de los datos. Esta combinación de *hardware* accesible y *software* versátil lo convierte en una herramienta valiosa para ingenieros, técnicos y educadores que necesitan realizar mediciones vectoriales sin invertir en equipos industriales costosos.

Comparativa entre VNA convencionales y el NanoVNA S-A-A-2

En el análisis de sistemas de radiofrecuencia, los analizadores de redes vectoriales (VNA) convencionales se han consolidado como herramientas estándar debido a su capacidad para medir con alta precisión parámetros complejos en un amplio rango de frecuencias. Sin embargo, los avances recientes han permitido el desarrollo de dispositivos como el NanoVNA S-A-A-2, que ofrecen un balance entre funcionalidad, portabilidad y costo. A continuación se presenta una comparativa detallada entre estas dos opciones, que permitirá justificar la elección del NanoVNA S-A-A-2 como instrumento de medición para este estudio.

Rango de frecuencia y precisión

Los VNA convencionales suelen operar en rangos de frecuencia extensos, que abarcan desde unos pocos kHz hasta varios cientos de GHz o más. Esto los hace ideales para aplicaciones avanzadas, como pruebas en la industria aeroespacial o de telecomunicaciones, donde la precisión en frecuencias extremadamente altas es esencial. Sin embargo, para aplicaciones prácticas dentro del rango de 50 kHz a 3

GHz, como las abordadas en esta obra, esta capacidad resulta innecesaria y su alto costo no se justifica.

Por su parte, el NanoVNA S-A-A-2 opera en un rango de 50 kHz a 3 GHz (extendido a 4 GHz en su versión V2 Plus4), suficiente para la mayoría de los análisis en RF. Aunque su precisión es inferior a la de los VNA convencionales, el rango dinámico que ofrece es adecuado para caracterizar antenas, filtros y otros componentes relevantes para este proyecto.

Costo y portabilidad

Debido a su complejidad y capacidades, los VNA convencionales tienen un precio elevado que puede oscilar entre varios miles y decenas de miles de dólares. Además, su tamaño y peso los hacen menos prácticos para trabajos de campo o en espacios limitados.

En contraste, el NanoVNA S-A-A-2 se presenta como una solución altamente económica, con un costo decenas de veces menor que el de un VNA convencional. Su diseño compacto y ligero facilita su transporte y uso en entornos con restricciones de espacio o donde se requiere movilidad, sin sacrificar la funcionalidad necesaria para tareas de medición específicas.

Aplicaciones y usabilidad

Mientras que los VNA convencionales se destinan a aplicaciones avanzadas, como la caracterización de sistemas complejos en la industria y telecomunicaciones, el NanoVNA S-A-A-2 se posiciona como una herramienta versátil para aplicaciones prácticas más acotadas. Su capacidad para medir parámetros como S11 y S21 permite caracterizar componentes clave en sistemas de RF, alineándose directamente con los objetivos de este proyecto.

Además, la calibración del NanoVNA S-A-A-2, que incluye procesos simplificados con estándares básicos como OPEN, SHORT y LOAD, contrasta con los procedimientos complejos requeridos por los VNA convencionales. Esto no solo reduce los tiempos de configuración, sino que también lo hace más accesible para usuarios con menor experiencia.

A partir del estudio previo sobre los analizadores de redes y su evolución, es relevante profundizar en una comparación más detallada entre un VNA comercial y el NanoVNA S-A-A-2. Si bien los analizadores de redes convencionales ofrecen una precisión superior y un mayor rango de operación, el NanoVNA S-A-A-2 se ha convertido en una alternativa viable debido a su bajo costo y portabilidad. La tabla 4.1 resume las principales diferencias entre el NanoVNA S-A-A-2 y un VNA comercial, como los de Tektronix (por ejemplo, el modelo TTR500).

Tabla 4.1. *Comparativa entre NanoVNA S-A-A-2 y Tektronix TTR500*

Característica	NanoVNA S-A-A-2	VNA comercial (Tektronix TTR500)
Rango de frecuencia	50 kHz – 3.5 GHz (4 GHz en V2 Plus4)	100 kHz – 6 GHz
Precisión	Moderada	Alta
Rango dinámico	≈90 dB	>110 dB
Calibración	Manual (OPEN, SHORT, LOAD)	Automatizada, con kits avanzados
Número de puertos	2	2 o más
Tamaño y portabilidad	Compacto y portátil	Generalmente más grande y pesado
Interfaz de usuario	Pantalla táctil pequeña, <i>software</i> básico	<i>Software</i> avanzado en PC
Costo	Bajo (≈USD 50 - USD 300)	Alto (~USD 5000 - USD 10 000+)
Aplicaciones típicas	Pruebas básicas de RF, caracterización de antenas, filtros, amplificadores pasivos	Investigación avanzada, diseño de circuitos de RF, producción industrial

Fuente: elaboración propia.

Justificación de la elección

La elección del NanoVNA S-A-A-2 en este proyecto responde a una combinación de factores que incluyen:

- Adecuación al rango de frecuencias estudiado: el rango de operación del NanoVNA S-A-A-2 cubre perfectamente las frecuencias de interés, sin incurrir en capacidades innecesarias.
- Accesibilidad económica: su bajo costo lo hace ideal para proyectos con limitaciones presupuestarias, como el presente caso.
- Portabilidad y facilidad de uso: su diseño compacto y calibración sencilla facilitan su implementación tanto en laboratorio como en campo.
- Relevancia técnica: proporciona las mediciones necesarias para caracterizar y analizar componentes clave en sistemas de RF y microondas.

El NanoVNA S-A-A-2 es una herramienta valiosa y adecuada para las necesidades específicas de este estudio. Su combinación de costo asequible, portabilidad, facilidad de uso y rango de frecuencia adecuado lo convierten en la elección ideal para caracterizar y medir componentes y sistemas de RF y microondas. Aunque no iguala la precisión y el rango de frecuencia de los VNA convencionales, el NanoVNA S-A-A-2 ofrece la precisión y la funcionalidad necesarias para llevar a cabo las tareas requeridas de manera efectiva y eficiente. Por lo tanto, se justifica la elección del NanoVNA S-A-A-2 para este estudio.

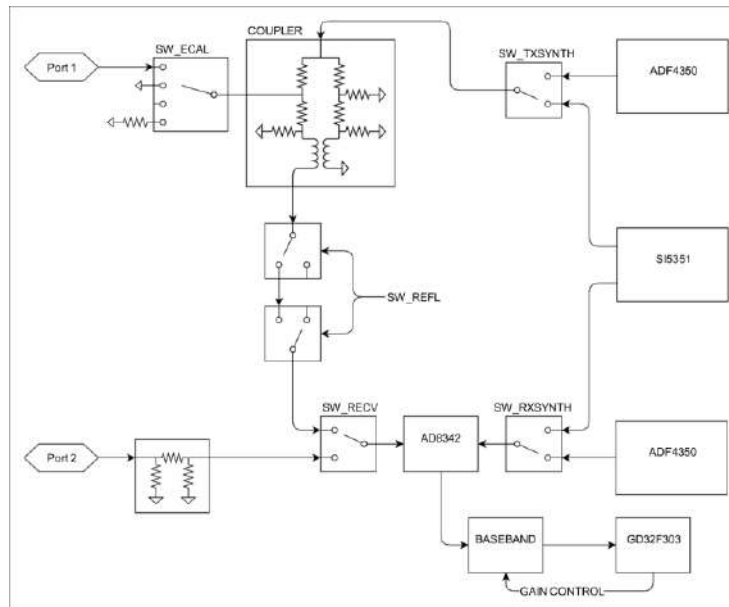
Detalles específicos del NanoVNA S-A-A-2

Arquitectura interna

El NanoVNA S-A-A-2 es un analizador de redes vectorial de bajo costo que opera en un rango de frecuencias de 50 kHz a 3.5 GHz, extendiéndose hasta 4 GHz en la versión Plus4.

El S-A-A-2 es un diseño altamente optimizado en costos que tiene como objetivo lograr el mejor rendimiento de RF posible dentro de un presupuesto ajustado de BOM (NanoRFE, s.f.).

Figura 4.4. Descripción interna del NanoVNA S-A-A-2

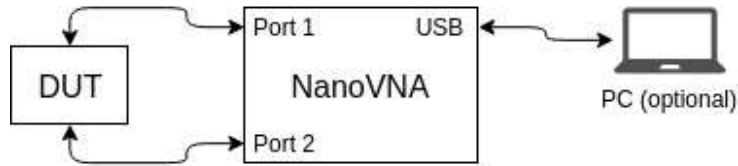


Fuente: NanoRFE (s.f.).

El diseño del NanoVNA S-A-A-2 se basa en los siguientes componentes principales:

- Fuente de señal. Utiliza el sintetizador de frecuencia ADF4350, más un Si5351 capaz de generar señales desde 50 KHz hasta 4 GHz con tiempos de conmutación inferiores a 100 μ s, lo que permite barridos rápidos y precisos (Nuclearrambo, 2020).
- Acoplador direccional. El acoplador se basa en un puente de Wheatstone reorganizado para que los puertos de entrada y DUT estén referenciados a tierra. La señal acoplada existe como una señal de diferencia y es extraída por *baluns*. Se utilizan dos etapas de baluns para lograr la relación de rechazo de modo común necesaria (OwOTech y Cho45, 2022).
- Puertos de medición. Cuenta con dos puertos (CH0 y CH1) para medir parámetros de dispersión (S_{11} y S_{21}), lo que permite analizar la reflexión y transmisión de señales en dispositivos bajo prueba (DUT) (figura 4.5).

Figura 4.5. Conexión para medición con nano



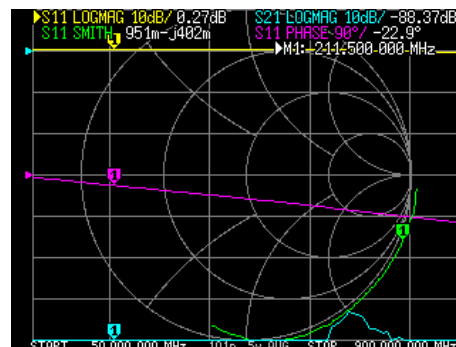
Fuente: OwOTech y Cho45 (2022).

- Detectores y mezcladores. Emplea mezcladores y detectores para desmodular y medir la amplitud y fase de las señales reflejadas y transmitidas, esenciales para calcular los parámetros S.
- Procesador y pantalla. Incorpora un procesador que controla las mediciones y una pantalla táctil de 2.8 pulgadas para visualizar los resultados. Es posible conectar pantallas de 4 pulgadas sin modificaciones de *firmware* (Capacho et al., s.f.).

Interfaz gráfica y configuraciones

El NanoVNA S-A-A-2 presenta una interfaz gráfica intuitiva (figura 4.6) que muestra diversas trazas y parámetros.

Figura 4.6. Interfaz NanoVNA S-A-A-2



Fuente: elaboración propia.

- **Trazas:** es posible visualizar múltiples trazas simultáneamente, cada una representando diferentes parámetros como S_{11} , S_{21} , impedancia, entre otros.
- **Formatos de visualización:** ofrece diversos formatos, incluyendo gráfico polar, Smith, logarítmico y lineal, lo cual permite adaptar la visualización según la preferencia del usuario.
- **Configuraciones personalizadas:** a través del menú (

Anexos

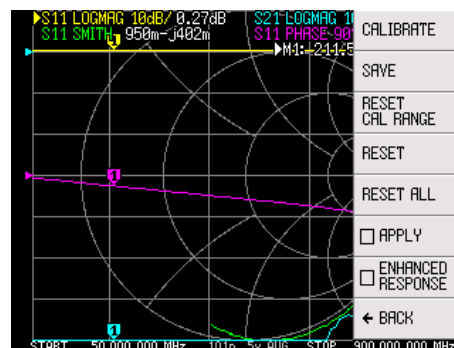
- Anexo), se pueden ajustar parámetros como el número de trazas, formatos de visualización, escalas y colores, facilitando la personalización según las necesidades específicas de la medición.

Calibración y configuración

La calibración es esencial para obtener mediciones precisas. El NanoVNA S-A-A-2 utiliza el método SOLT (*short, open, load, through*) tomando como referencia la figura 4.8 y 4.9:

- **Reset de calibración:** se inicia con CALIBRATE → RESET para limpiar cualquier calibración previa, o si se desea borrar todas las calibraciones previas CALIBRATE → RESET ALL (figura 4.7).

Figura 4.7. Menú de calibración

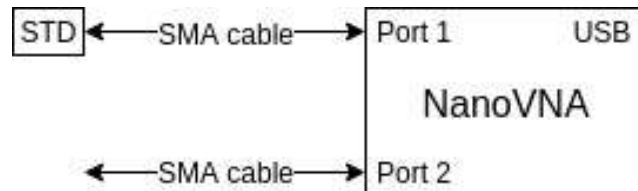


Fuente: elaboración propia.

- **Calibración OPEN:** conectar el estándar abierto al puerto CH0 y seleccionar CALIBRATE → CALIBRATE → OPEN (figura 4.8).
- **Calibración SHORT:** conectar el estándar en cortocircuito al puerto CH0 y seleccionar CALIBRATE → CALIBRATE → SHORT (figura 4.8).
- **Calibración LOAD:** conectar la carga de 50 Ω al puerto CH0 y seleccionar CALIBRATE → CALIBRATE → LOAD (figura 4.8).

- **Calibración ISOLN:** conectar cargas de $50\ \Omega$ a ambos puertos y seleccionar CALIBRATE → CALIBRATE → ISOLN. Si solo se dispone de una carga, dejar CH1 sin conectar (figura 4.8).

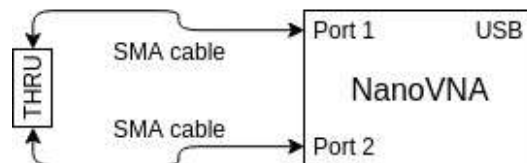
Figura 4.8. *Medición de un patrón de calibración*



Fuente: OwOTech y Cho45 (2022).

- **Calibración THRU:** conectar un cable entre CH0 y CH1 y seleccionar CAL CALIBRATE → CALIBRATE → THRU (figura 4.9).
- **Finalizar calibración:** seleccionar CALIBRATE → CALIBRATE → DONE y guardar la calibración con CAL CALIBRATE SAVE SAVE n (NanoVNA Saver, s.f.).

Figura 4.9. *Medición del estándar THRU*



Fuente: OwOTech y Cho45 (2022).

- Para realizar cualquier medición o calibración hay que guiarse del mapa del menú del NanoVNA (

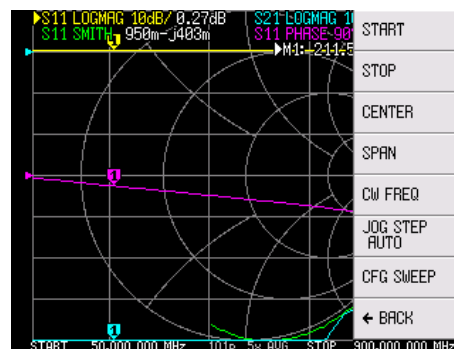
Anexos

➤ Anexo).

Operación y análisis de datos

- Configuración del rango de frecuencia: se establece mediante las opciones STIMULUS > START y STIMULUS > STOP, definiendo el rango de frecuencias para el barrido.

Figura 4.10. Menú de *STIMULUS*



Fuente: elaboración propia.

- **Puntos de barrido:** en modo USB, con el *software* NanoVNA Saver, admite hasta 1024 puntos de barrido, mientras que en la pantalla integrada muestra hasta 201 puntos (NanoVNA Saver, s.f.).
- **Mediciones en el dominio del tiempo (TDR):** permite analizar la longitud y detectar discontinuidades en cables, facilitando la localización de fallas (Cano de Diego et al., 2024).
- **Exportación de datos:** los resultados pueden guardarse en formato .s2p para analizarlos posteriores en *software* como MATLAB, Python o Keysight ADS.

Capítulo 5. Pruebas y validación

En los capítulos anteriores se abordaron los fundamentos teóricos sobre líneas de transmisión, circuitos pasivos de radio frecuencia (RF) como filtros y resonadores, así como el análisis de redes de dos puertos mediante parámetros de dispersión (parámetros S). Se hizo énfasis en el diseño y análisis de filtros con aproximaciones de respuesta como Chebyshev y Butterworth, además del uso de herramientas matemáticas de simulación para describir el comportamiento de dichos circuitos.

Este capítulo tiene como propósito validar los conceptos teóricos y los resultados obtenidos mediante simulaciones, utilizando como referencia la respuesta real de los circuitos diseñados al ser sometidos a mediciones prácticas como el analizador de redes vectorial NanoVNA S-A-A-2. Esta validación experimental permite comprobar la precisión de los modelos empleados, identificar posibles discrepancias y proponer criterios metódicos que respalden el diseño y análisis de los circuitos propuestos en los capítulos anteriores mediante condiciones reales. Con esto se busca:

- Obtener la respuesta práctica de los circuitos RF diseñados en los capítulos anteriores.
- Analizar el comportamiento de estos circuitos en comparación con los modelos teóricos y simulaciones realizadas.
- Establecer un procedimiento metodológico basado en los resultados existentes.

Puntos clave a demostrar:

- El funcionamiento del nano-VNA como herramienta eficaz para la caracterización de circuitos RF.
- La correlación entre los resultados simulados (Multisim, Advanced Desing System, SimNEC) y las mediciones físicas.
- Un análisis comparativo entre teoría, simulación y medición abarcando tanto circuitos RF como redes de dos puertos.

Metodología de validación

La validación de los circuitos desarrollados en capítulos previos se lleva a cabo mediante un enfoque estructurado en cuatro etapas: análisis teórico, simulación, comprobación práctica y análisis comparativo. Esta metodología busca establecer una línea de trabajo coherente que permita evaluar el rendimiento real de los circuitos frente a sus predicciones teóricas y simuladas.

Análisis teórico

El análisis teórico constituye la base para la comprensión de los circuitos y redes bajo estudio. En esta etapa se establecen los parámetros esperados de los diseños, tales como respuesta en frecuencia, impedancia característica y parámetros de dispersión, mediante modelos matemáticos derivados de la teoría de líneas de transmisión, filtros RF y redes de dos puertos.

- ❖ Para líneas de transmisión se emplean las ecuaciones de impedancia característica y constante de propagación, considerando las propiedades del sustrato y las dimensiones físicas de las líneas de transmisión tomando en cuenta las ecuaciones planteadas en la sección de *Formulario*.

- ❖ Para los filtros se utiliza la respuesta de Butterworth y Chebyshev, para derivar las funciones de transferencia, determinando frecuencia de corte y coeficientes de atenuación.

- ❖ Las redes de dos puertos se abordan principalmente mediante matrices de parámetros S, relacionándolas con otros conjuntos de parámetros.

Este análisis establece los valores esperados que servirán como referencia para las siguientes etapas.

Simulación con software especializado

Con base en los cálculos teóricos, se modelan los circuitos utilizando diversas herramientas de simulación electrónica:

- ❖ Multisim: empleado para el diseño preliminar, simulaciones de respuesta en frecuencia y para verificar el comportamiento en condiciones ideales o casi ideales.

- ❖ Proteus: utilizado para simulaciones de respuesta en frecuencia y en la verificación del comportamiento en condiciones ideales o casi ideales de circuitos pasivos.

- ❖ Advanced Design System (ADS): se emplea en simulaciones más avanzadas, incluyendo análisis de parámetros S, respuesta de filtros, líneas de transmisión y redes en el dominio de la frecuencia.

- ❖ SimNEC: se utiliza en análisis específicos relacionados con líneas de transmisión, acoplamientos y resonancia.

Esto permite una comparación más realista con la validación experimental.

Comprobación práctica con nano-VNA

La validación práctica se realiza mediante mediciones reales usando el analizador vectorial de redes NanoVNA S-A-A-2, un equipo compacto pero potente para caracterización de redes RF.

Previo a las mediciones, se ejecuta un proceso de calibración empleando los estándares SOLT (*short-open-load-thru*) para asegurar la precisión de los resultados. Posteriormente, se caracterizan los circuitos bajo prueba, enfocándose en:

- ❖ Parámetros S_{11} y S_{21} : que permiten evaluar el coeficiente de reflexión y la transmisión de señal, respectivamente.

- ❖ Curvas de respuesta de frecuencia: donde se identifican frecuencias de resonancia, anchos de banda y zonas de atenuación o paso.

Esta etapa se enfoca en verificar si el comportamiento real de los circuitos que se ensamblaran en una placa de pruebas diseñada o PCB ([Anexo 2](#)), si se ajusta a lo previsto en la teoría y la simulación.

Análisis comparativo y Validación de Resultados

La etapa final consiste en el análisis comparativo de los resultados obtenidos en las tres fases previas: teórica, de simulación y práctica. Este análisis se identifican desviaciones, se cuantifican márgenes de error y se determinan posibles causas de discrepancia, entre las causas consideradas se encuentran:

- Entre las fuentes de error consideradas se encuentran.
- Las tolerancias de los componentes.
- Los efectos parásitos no modelados en las simulaciones.
- Las imperfecciones en la fabricación de los prototipos.
- Las limitaciones propias del equipo de medición.

Este análisis no solo permite validar los circuitos, sino también refinar criterios de diseño y simulación que acerquen los resultados teóricos al comportamiento real de los dispositivos.

Caracterización de líneas de transmisión

Objetivos

- Medir la impedancia característica de una línea de transmisión.
- Determinar la atenuación de la línea de transmisión.
- Analizar el efecto de discontinuidades y cambios en la línea o en la propagación de la señal.

Metodología experimental

Para esta caracterización se utilizó un segmento de cable coaxial conectado al NanoVNA S-A-A-2, con el propósito de observar su comportamiento en el dominio de la frecuencia. El método se basó en realizar barridos de S11 y S21 en configuraciones de línea abierta, cortocircuito y línea terminada en su impedancia característica.

Análisis de caso de estudio

Caracterización de coaxial

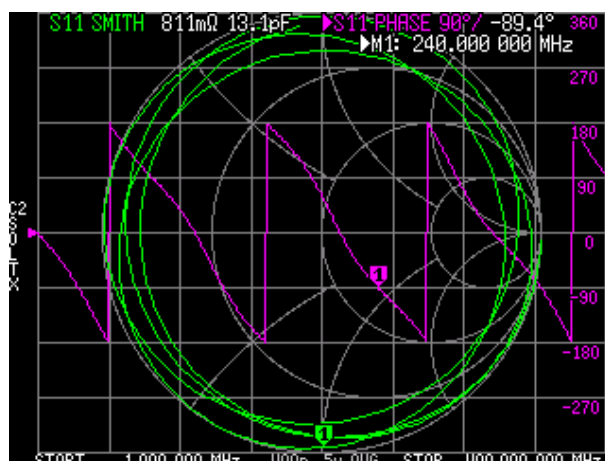
Medición de impedancia característica

Se efectuó la calibración SOLT completa, cubriendo el rango de frecuencias deseado de 1 MHz a 500 MHz. Se conectó una línea coaxial (RG-58) de 1 metro de longitud y se midió el parámetro S11 (CH0) en trazo de Smith en valores R+L/C y Phase, se puede observar dicho parámetro cambiar a lo largo de la línea al variar la

frecuencia, desplazándose desde puntos inductivos a capacitivos dependiendo de la terminación.

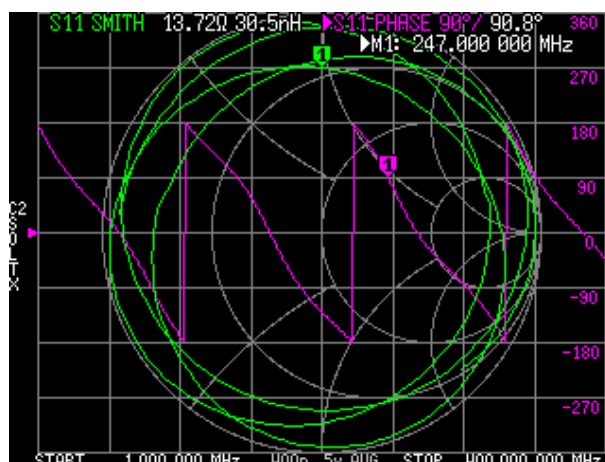
Mediante la visualización de la curva en la carta de Smith se identificó los valores necesarios para obtener la impedancia de dicho cable, esto se realizó manteniendo una configuración de donde dicho cable tenía una terminación abierta para obtener el valor capacitivo y uno en cortocircuito para obtener el valor inductivo, dichos valores se obtuvieron poniendo en circuito abierto (figura 5.1) con fase en -90° y circuito cerrado (figura 5.2) con fase a $+90^\circ$.

Figura 5.1. Cable coaxial RG-58 en circuito abierto con fase de -90°



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.2. Cable coaxial RG-58 en corto circuito con fase de $+90^\circ$



Fuente: elaboración propia.

Analizando las figuras anteriores obtuvimos los valores de:

$$L = 30.5 \text{ nH}$$

$$C = 13.1 \text{ pF}$$

A partir de estas se estimó la impedancia de la línea mediante la ecuación de impedancia característica para frecuencias extremadamente altas o baja pérdida planteada en formulario, obteniendo:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{31.7 \text{ nH}}{13.1 \text{ pF}}} = \sqrt{2328.244275}$$

$$Z_0 = 48.25188364$$

Determinación de longitud del coaxial

Para determinar la longitud del coaxial empleado se debe configurar el trazo a utilizar, dicho trazo es en formato lineal respecto al canal 0 (S11); es necesario transformar la señal como se muestra en la figura 5.3.

Figura 5.3. Configuración de trazo para determinar longitud del coaxial



Fuente: elaboración propia.

El valor utilizado en el factor de velocidad se logra a partir de la hoja de datos del cable coaxial o uno de valor comercial de RG-58.

Para obtener dicha longitud se requiere que un extremo del cable se encuentre en CH0 y que el otro se mantenga en circuito abierto, y se obtiene lo que se muestra en la figura 5.4.

Figura 5.4. *Determinación de longitud del coaxial*



Fuente: elaboración propia.

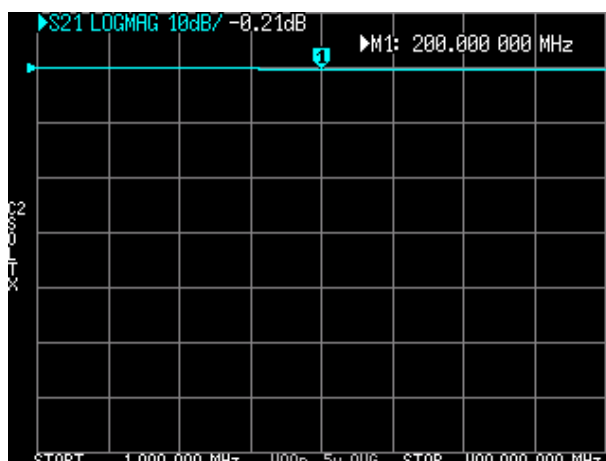
La medida del coaxial obtenida es de 974 mm, al convertirla a centímetros tenemos que:

$$\ell = \frac{974}{10} = 97.4 \text{ cm}$$

Determinación de atenuación o pérdidas

Utilizando el tramo de coaxial conectando entre CH0 y CH1 del nano-VNA, es necesario configurar el trazo en la escala de Logmag dB, la gráfica muestra como la atenuación aumenta con la frecuencia (figura 5.5).

Figura 5.5. Gráfica de atenuación coaxial RG-58 a 1 m



Fuente: elaboración propia.

Luego de hacer un barrido de frecuencia se obtuvieron las atenuaciones que se presentan a continuación en la tabla 5.1.

Tabla 5.1. *Tabla de atenuaciones coaxial RG-58 a 1 m*

Frecuencia (MHz)	1	10	50	100	200	400
Atenuación (dB)	0.012	0.0364	0.0832	0.1430	0.21	0.3701

Resultados y análisis

Para el análisis y la comparación de datos de la caracterización del cable utilizado se usó la hoja de datos de un coaxial RG-58 comercial (

ANEXO 3). En el caso práctico con línea coaxial, se obtuvo:

Impedancia característica promedio medida:

$$Z_0 = 48.25188364$$

La impedancia característica del cable se estimó en 50Ω con un margen de error de $\pm 3 \Omega$ mostrando una pequeña variación debido a imperfecciones con el cable o los mismos conectores.

La longitud obtenida del coaxial es de 97.4 cm respecto a la longitud física de 1 m, dándonos margen de diferencia de 2.6 cm.

En atenuación, es necesario ajustar el análisis a 1 m respecto a lo que se muestra en la hoja de datos que es 100, comparando la atenuación deseada con la atenuación obtenida tenemos la siguiente (tabla 5.2):

Tabla 5.2. *Tabla comparativa de atenuaciones coaxial RG-58*

Frecuencia (MHz)	1	10	50	100	200	400
Atenuación deseada (dB)	0.016	0.0394	0.0984	0.1411	0.21	0.3812
Atenuación obtenida (dB)	0.012	0.0364	0.0832	0.1430	0.21	0.3701

Fuente: elaboración propia.

La atenuación aumenta con la frecuencia, como se esperaba en cables coaxiales. Comparando con las especificaciones del fabricante, se puede validar si el cable está en buen estado.

Este ejercicio demostró que incluso con un equipo de bajo costo como el NanoVNA es posible caracterizar adecuadamente líneas de transmisión, validando así modelos básicos de propagación.

Análisis circuitos de RF

Objetivos

- Diseñar y construir filtros RF (pasa-bajos, pasa-altos, pasa-banda) utilizando componentes pasivos.
- Medir la respuesta en frecuencia de los filtros, determinando parámetros clave como frecuencia central, ancho de banda y atenuación fuera de banda.

- Comparar los resultados simulados y experimentales, ajustando parámetros si es necesario para optimizar el rendimiento.

Metodología experimental

Cada uno de los filtros fue diseñado en el capítulo 2 a partir de aproximaciones teóricas Butterworth y Chebyshev, seleccionando los valores de inductancia y capacitancia necesarios según las frecuencias deseadas. Posteriormente, se realizaron simulaciones en Multisim ([Anexo 4](#)), Proteus, ADS ([Anexo 5](#)) y SimNEC.

Una vez obtenidos los resultados coherentes en simulación, se procedió a construir los circuitos físicamente y medir su respuesta utilizando el NanoVNA S-A-A-2. Los parámetros más relevantes para el análisis fueron S_{11} y S_{21} , los cuales reflejan la cantidad de señal reflejada y transmitida, respectivamente.

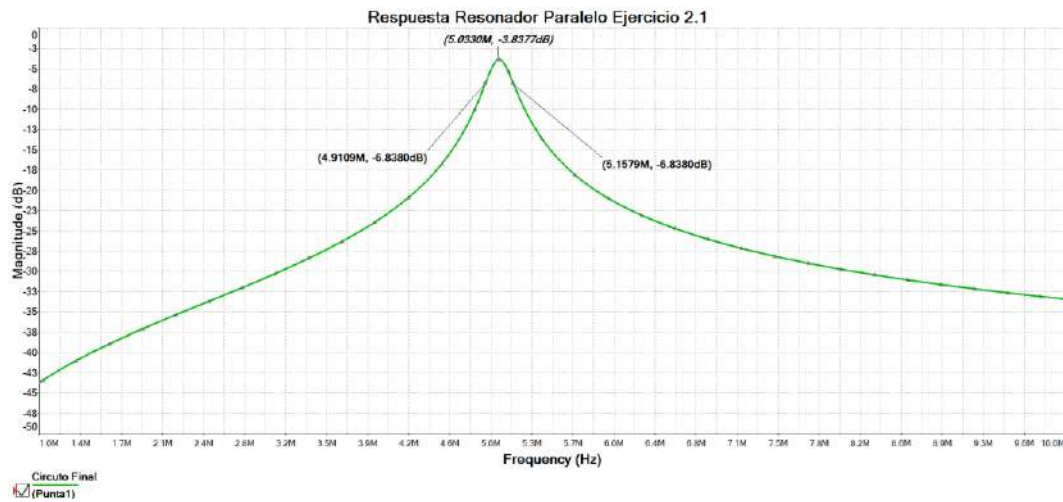
Análisis de casos de estudio

Resonador en paralelo (ejercicio 2.1)

Basándonos en el desarrollo del Ejercicio 2.1, donde se presenta un circuito RLC cuyos elementos se muestran en la Figura 2.22 (resistencia de generador, resistencia de carga y reactancia de carga), podemos realizar un análisis de dicho circuito.

Las simulaciones se llevaron a cabo en cuatro plataformas distintas: Multisim, Proteus, ADS y SimNEC. En todas ellas se identificó un pico claro en la respuesta de magnitud, lo cual es característico de un circuito resonante. A continuación se presentan los valores obtenidos de la frecuencia de resonancia en cada simulador. Para Multisim ver la figura 5.6.

Figura 5.6. Análisis respuesta del ejercicio 2.1. Multisim



Fuente: elaboración propia.

Valores obtenidos del análisis de la figura 5.6:

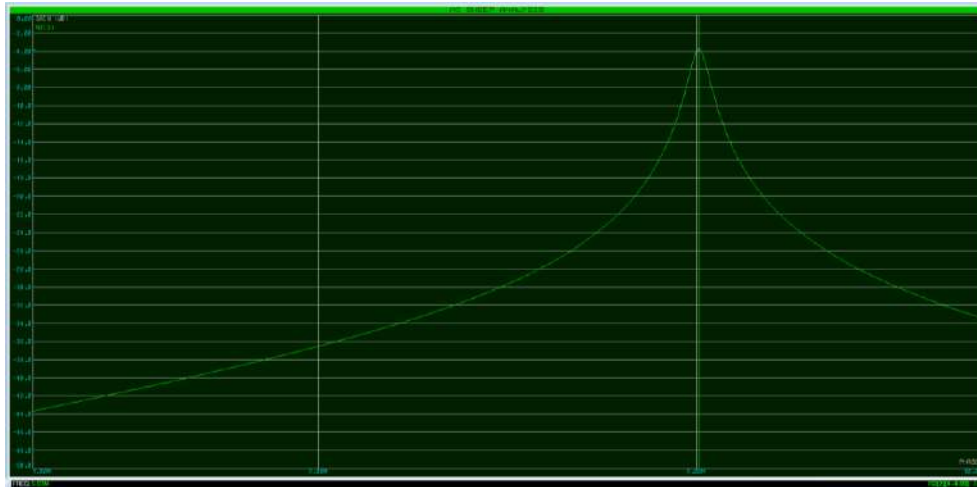
$$f_0 = 5.0331 \text{ MHz}$$

$$f_1 = 4.9109 \text{ MHz}$$

$$f_2 = 5.1579 \text{ MHz}$$

Para Proteus ver la figura 5.7:

Figura 5.7. *Análisis respuesta del ejercicio 2.1. Proteus*



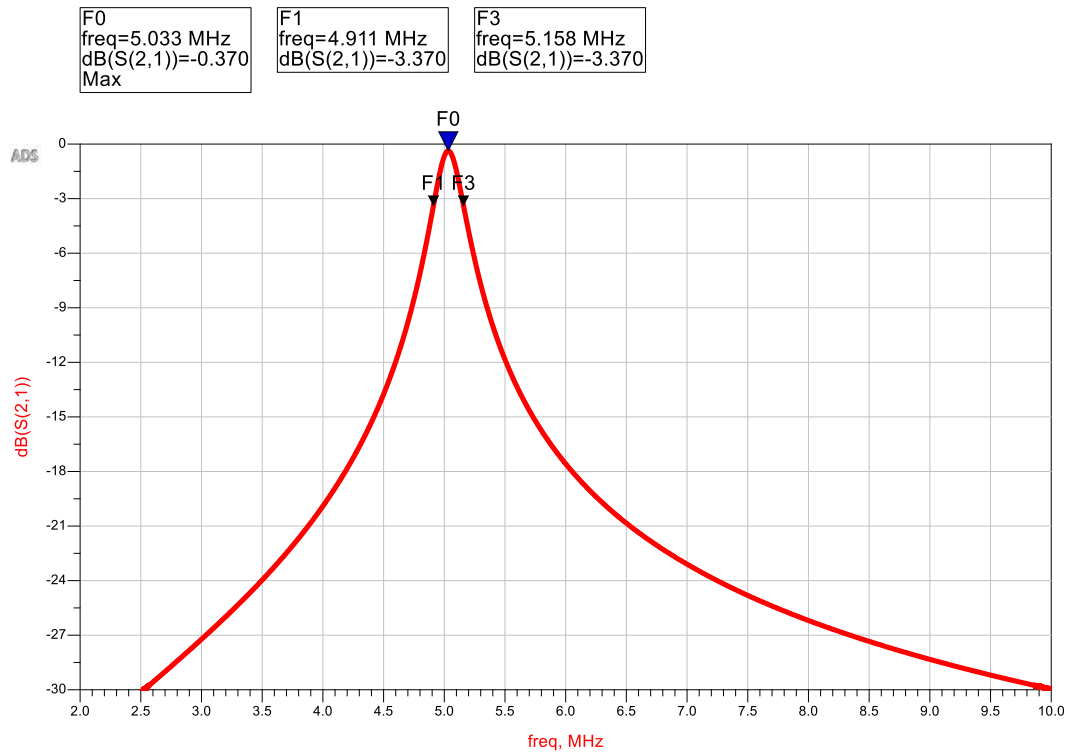
Fuente: elaboración propia.

Valores obtenidos del análisis de la figura 5.7:

$$f_0 = 5.03 \text{ MHz}$$

Para ADS ver la figura 5.8:

Figura 5.8. *Análisis respuesta del ejercicio 2.1. ADS*



Fuente: elaboración propia.

Valores obtenidos del análisis de la figura 5.8:

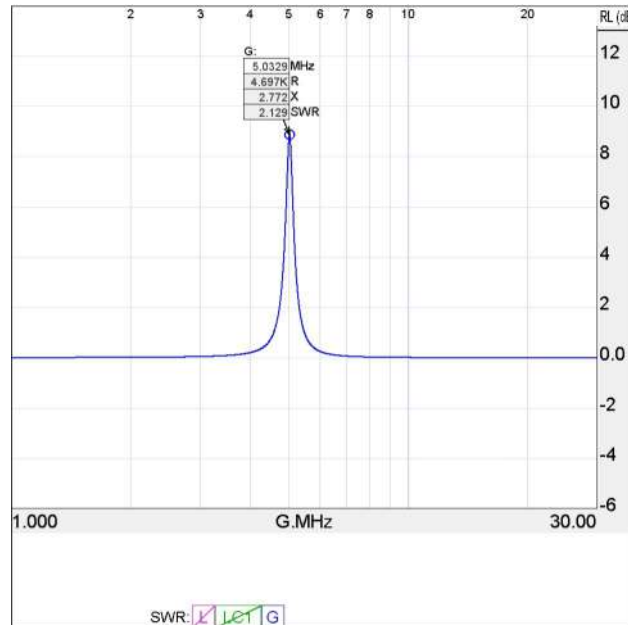
$$f_0 = 5.033 \text{ MHz}$$

$$f_1 = 4.911 \text{ MHz}$$

$$f_2 = 5.158 \text{ MHz}$$

Para SimNEC ver la figura 5.9:

Figura 5.9. *Análisis respuesta ejercicio 2.1. SimNEC*



Fuente: elaboración propia.

Valores obtenidos del análisis de la figura 5.9:

$$f_0 = 5.0329 \text{ MHz}$$

La frecuencia de resonancia calculada resulta ser de $f_0 = 5.03292121 \text{ MHz}$, esto demuestra una alta coincidencia entre las simulaciones y el cálculo teórico.

Analizando los puntos marcados en la figura 5.6 de la simulación en Multisim, para determinar el ancho de banda en dicha simulación, se identificaron los puntos de f_2 y f_1 como las frecuencias donde la respuesta cae 3 dB respecto al pico de resonancia estos valores fueron:

$$f_2 = 5.1579 \text{ MHz}$$

$$f_1 = 4.9109 \text{ MHz}$$

Con base en estos datos podemos obtener el ancho de banda (Ecuación 2.9), lo que resulta:

$$BW = f_2 - f_1 = (5.1579 \text{ MHz}) - (4.9109 \text{ MHz})$$

$$BW = 247 \text{ KHz}$$

Por lo tanto, lo calculado teóricamente y lo obtenido en la simulación de Multisim es aproximado, permitiéndonos asumir que:

$$247 \text{ KHz} \approx BW = 247.5743559 \text{ kHz}$$

Analizando la simulación en ADS, los puntos marcados en la figura 5.8 nos son útiles para determinar el ancho de banda, se identificaron los puntos de f_2 y f_1 como las frecuencias donde la respuesta cae 3 dB respecto al pico de resonancia obtenida en dicha simulación estos valores fueron:

$$f_1 = 4.911 \text{ MHz}$$

$$f_2 = 5.158 \text{ MHz}$$

Con base en estos datos podemos obtener el ancho de banda (Ecuación 2.9), lo que nos da:

$$BW = f_2 - f_1 = (5.158 \text{ MHz}) - (4.911 \text{ MHz})$$

$$BW = 247 \text{ KHz}$$

Por lo tanto, lo calculado teóricamente y lo obtenido en la simulación es aproximado, permitiéndonos asumir que:

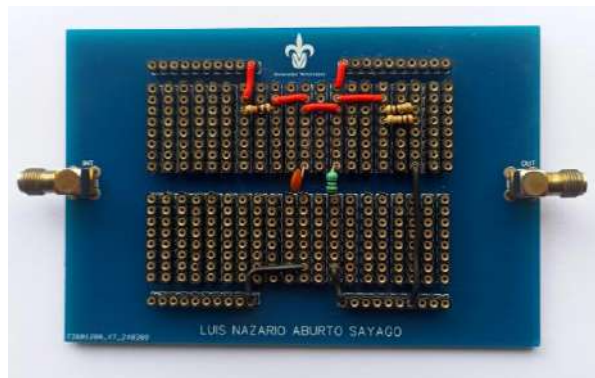
$$247 \text{ KHz} \approx BW = 247.5743559 \text{ kHz}$$

Dado a la respuesta de las simulaciones podemos asumir que dicho circuito esta resonando en base al diseño que se realizó, al igual que su ancho de banda está dentro del margen de error para asumir que el circuito está bien diseñado.

Medición práctica

El circuito diseñado para implementación práctica (figura 2.22) fue ensamblado en una placa de pruebas (figura 5.10).

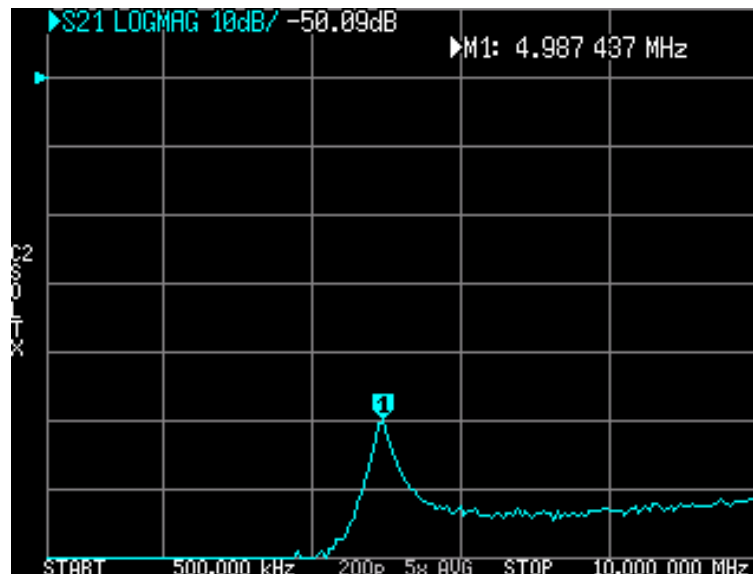
Figura 5.10. Circuito del ejercicio 2.1. Montado en placa



Fuente: elaboración propia.

Previo a la medición, se realizó el análisis en el rango de frecuencia de 500 KHz a 10 MHz (figura 5.11). La medición se realizó sobre el parámetro S21, que representa la magnitud de transmisión del filtro entre los puertos 1 y 2, análoga a la respuesta de frecuencia evaluada en simulaciones.

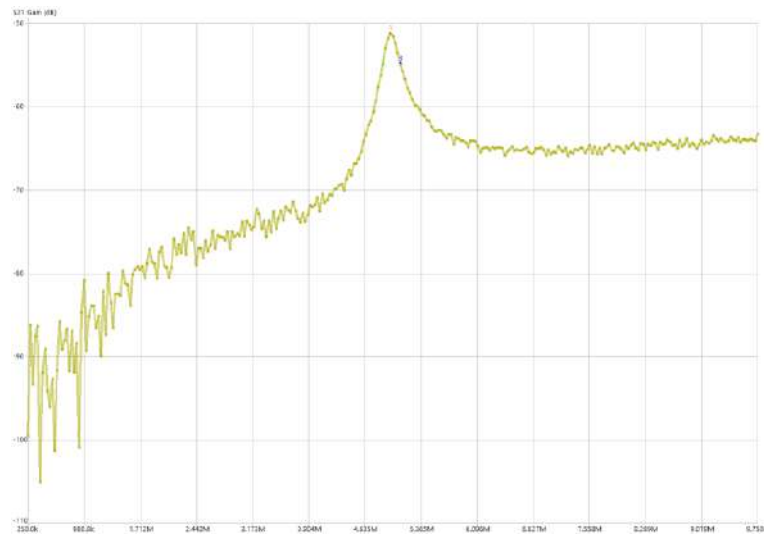
Figura 5.11. Respuesta del circuito obtenida con el NanoVNA. Ejercicio 2.1



Fuente: elaboración propia.

El análisis de respuesta del circuito se realizó en un *software* de análisis de NanoVNA llamado NanoVNA Saver, lo cual es posible medir los datos deseados de manera más fácil. A continuación, se muestran los parámetros clave medidos, los cuales permiten una comparación directa con los valores obtenidos por simulación.

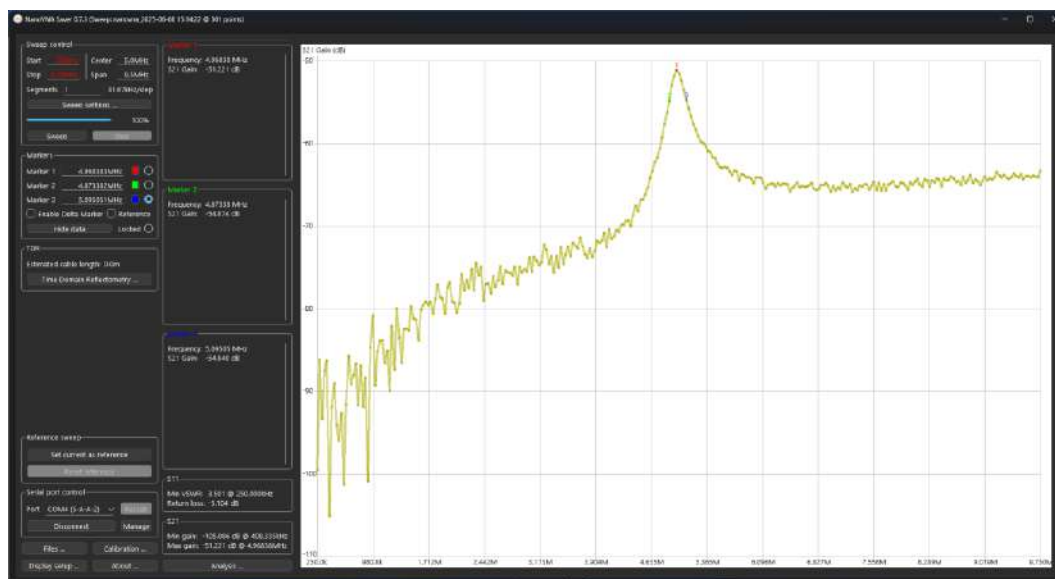
Figura 5.12. Respuesta obtenida del circuito en NanoVNA Saver. Ejercicio 2.1



Fuente: elaboración propia.

En la medición con el analizador de redes vectorial nano-VNA, mediante la medición de S_{21} , se observó un pico claro en la frecuencia de resonancia y una caída a ambos lados (figura 5.12), como se esperaba de un resonador paralelo.

Figura 5.13. Respuesta NanoVNA Saver. Ejercicio 2.1



Fuente: elaboración propia.

Analizando la respuesta obtenida con NanoVNA Saver (figura 5.13), es posible determinar el ancho de banda. Para ello se identificaron las frecuencias f_1 y f_2 , correspondientes a los puntos donde la respuesta cae 3 dB respecto al pico de resonancia de la simulación. Los valores obtenidos fueron.

$$f_1 = 4.873382 \text{ MHz}$$

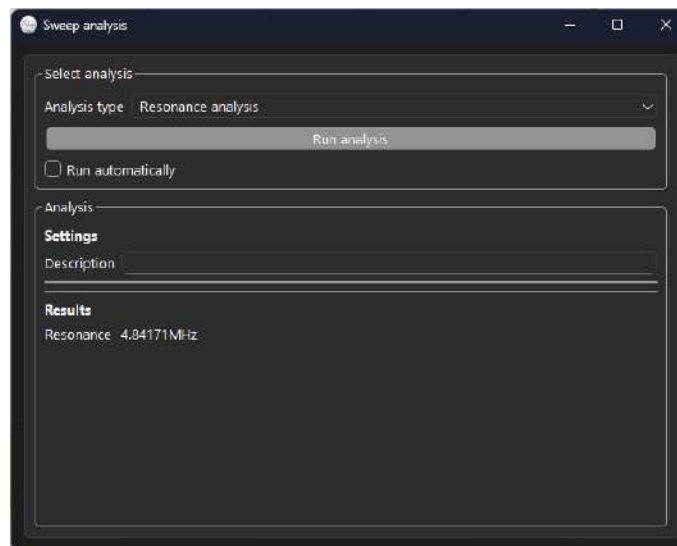
$$f_2 = 5.095051 \text{ MHz}$$

Con base en estos datos podemos obtener el ancho de banda (ecuación 2.9) dándonos:

$$BW = f_2 - f_1 = (4.873382 \text{ MHz}) - (5.095051 \text{ MHz})$$

$$BW = 221.669 \text{ KHz}$$

Figura 5.14. *Análisis del circuito por medio de NanoVNA Saver. Ejercicio 2.1*



Fuente: elaboración propia.

Se observó un comportamiento muy similar al de las simulaciones respecto a la frecuencia de resonancia. Se identificó un pico de resonancia en aproximadamente (figura 5.14):

$$f_{0_{medido}} = 4.84171 \text{ MHz}$$

Aunque existe una diferencia respecto a la frecuencia teórica (5.03292121 MHz), el ancho de banda se mantuvo en 221.669 KHz, lo cual indica que el circuito conserva su comportamiento resonante esperado.

Dichos resultados coincidieron con lo obtenido en cálculos analíticos y simulaciones como los obtenidos de manera práctica, demostrando la validez del diseño. A continuación se presentan tablas comparativas de las frecuencias de resonancia y sus respectivos errores porcentuales respecto al valor teórico.

Tabla 5.3. *Comparación de resultados de frecuencia de resonancia. Ejercicio 2.1*

Método	Frecuencia de Resonancia	Error Absoluto	Error Porcentual
Analítico	5.03292121 MHz	—	—
Multisim	5.0331 MHz	178.79 Hz	3.552410072 %
Proteus	5.0300 MHz	2.92121 KHz	0.05804203718 %
ADS	5.0330 MHz	78.79 Hz	0.001565492419 %
SimNEC	5.0329 MHz	21.21 Hz	0.0004214252343 %
NanoVNA	4.84171 MHz	191.21121 KHz	3.799209287 %

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.4. *Comparación de resultados de ancho de banda. Ejercicio 2.1*

Método	Ancho de banda	Error absoluto	Error porcentual
Analítico	247.5743559 KHz	—	—
Multisim	247 KHz	574.3559 Hz	0.2319932926 %
ADS	247 KHz	574.3559 Hz	0.2319932926 %
NanoVNA	221.669 KHz	25.9053559 KHz	10.46366689 %

Fuente: elaboración propia.

A pesar de la diferencia entre la medición práctica y el análisis teórico/simulado, el ancho de banda medido con el NanoVNA coincide con el calculado, lo que valida el comportamiento general del circuito.

Resonador en serie (ejercicio 2.2)

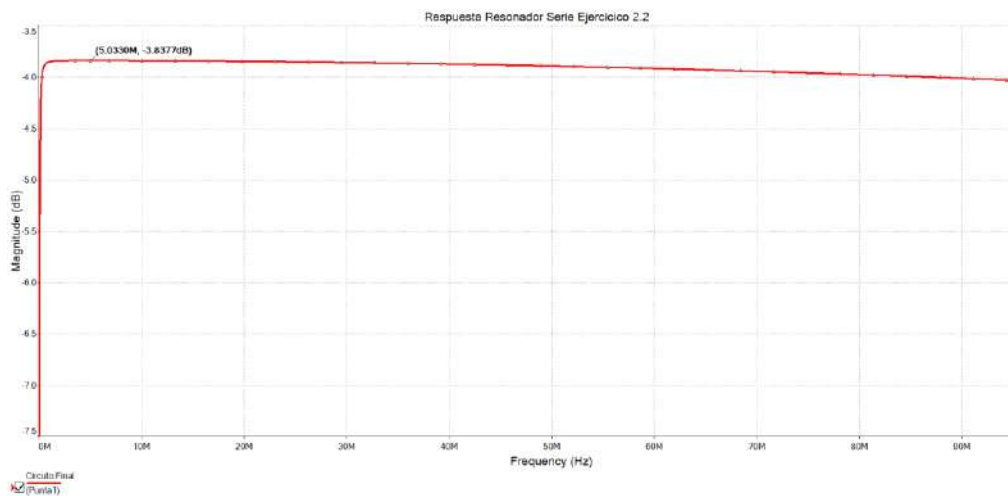
Basándonos en desarrollo del [Ejercicio 2.2](#), donde se presenta la conversión del resonador en paralelo a resonador en serie, cuya representación de sus elementos

se encuentra en la figura 2.25, donde consiste principalmente en una resistencia de generador, resistencia de carga y una reactancia de carga, con ella podemos hacer un análisis de dicho circuito.

Las simulaciones se llevaron a cabo en plataformas distintas: Multisim, Proteus, ADS y SimNEC. En todas ellas se pudo identificar un pico claro en la respuesta de magnitud, lo cual es característico de un circuito resonante. A continuación se presentan los valores obtenidos de la frecuencia de resonancia en cada simulador.

Para Multisim véase la figura 5.15:

Figura 5.15. *Análisis respuesta. Ejercicio 2.2. Multisim*



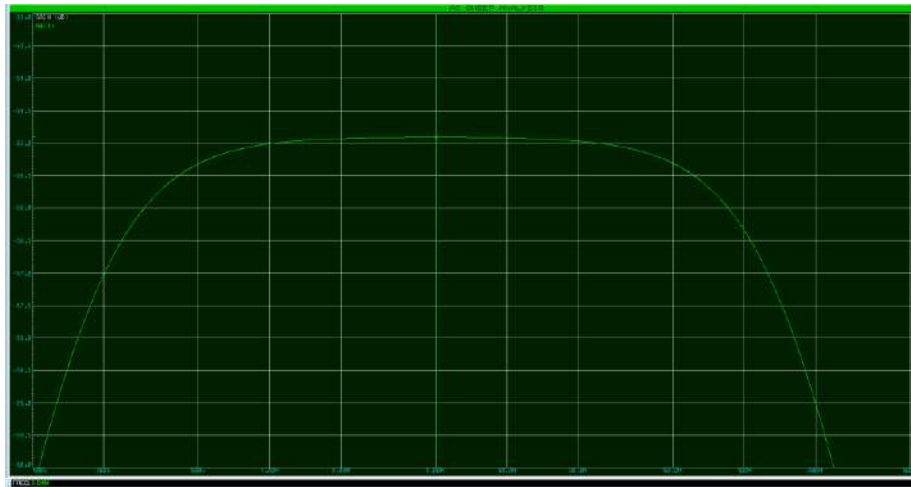
Fuente: elaboración propia.

Valores obtenidos del análisis de la figura 5.15:

$$5.0330MHz \approx f_0 = 5.03292121 MHz$$

Para Proteus véase la figura 5.16:

Figura 5.16. *Análisis respuesta. Ejercicio 2.2. Proteus*



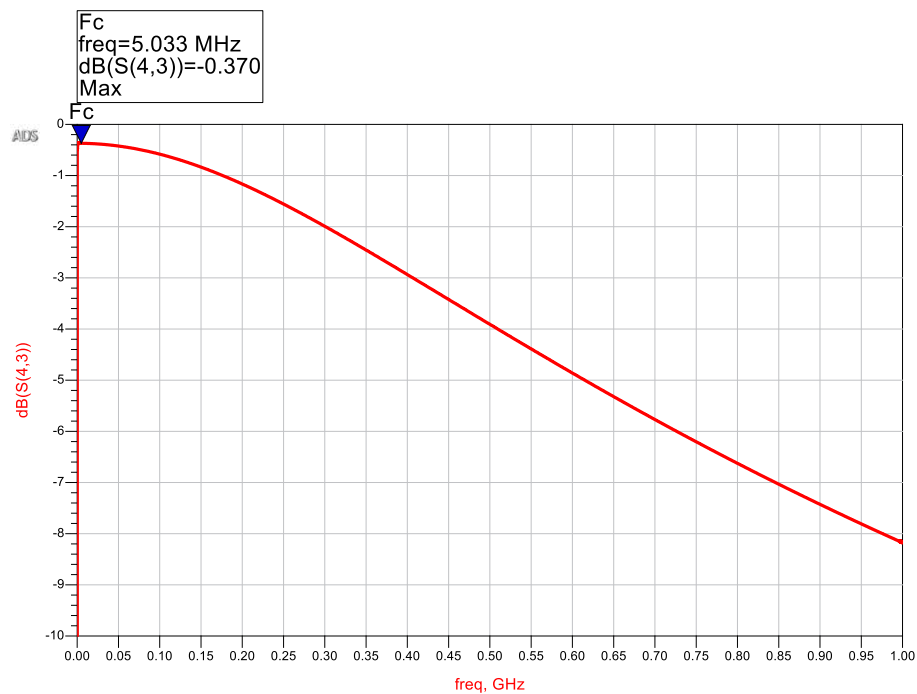
Fuente: elaboración propia.

Valores obtenidos del análisis de la figura 5.16:

$$5.04 \text{ MHz} \approx f_0 = 5.03292121 \text{ MHz}$$

Para ADS véase la figura 5.17:

Figura 5.17. *Análisis respuesta. Ejercicio 2.2. ADS*



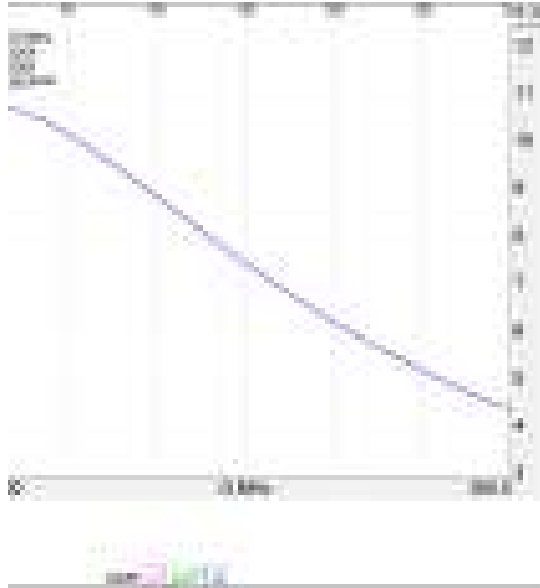
Fuente: elaboración propia.

Valores obtenidos del análisis de la figura 5.17:

$$5.033MHz \approx f_0 = 5.03292121 MHz$$

Para SimNEC véase la figura 5.18:

Figura 5.18. *Análisis respuesta. Ejercicio 2.2. SimNEC*



Fuente: elaboración propia.

Valores obtenidos del análisis de la figura 5.18:

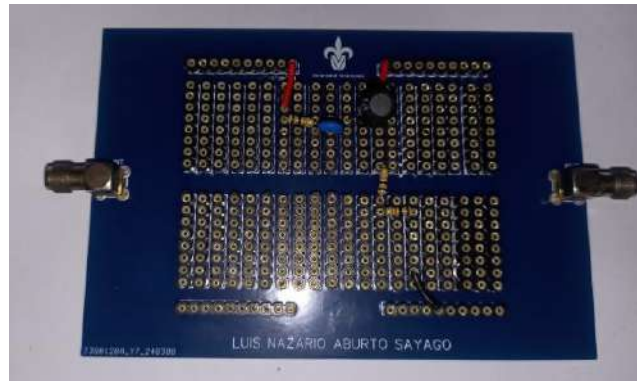
$$5.0329MHz \approx f_0 = 5.03292121 MHz$$

La frecuencia de resonancia analítica resultó ser de $f_0 = 5.03292121 MHz$, esto demuestra una alta coincidencia entre las simulaciones y el cálculo teórico.

Medición práctica

El circuito diseñado para implementación práctica figura 2.25 fue ensamblado en una placa de pruebas (figura 5.19).

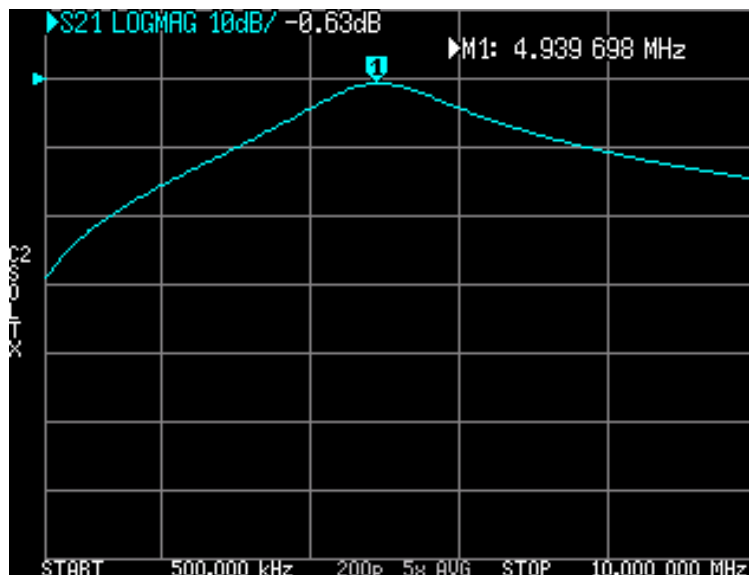
Figura 5.19. Circuito del ejercicio 2.2 montado en placa



Fuente: elaboración propia.

Previo a la medición, se realizó el análisis en el rango de frecuencia de 500 KHz a 10 MHz (figura 5.20). La medición se realizó sobre el parámetro S21, que representa la magnitud de transmisión del filtro entre los puertos 1 y 2, análoga a la respuesta de frecuencia evaluada en simulaciones.

Figura 5.20. Respuesta del circuito obtenida con el NanoVNA. Ejercicio 2.2

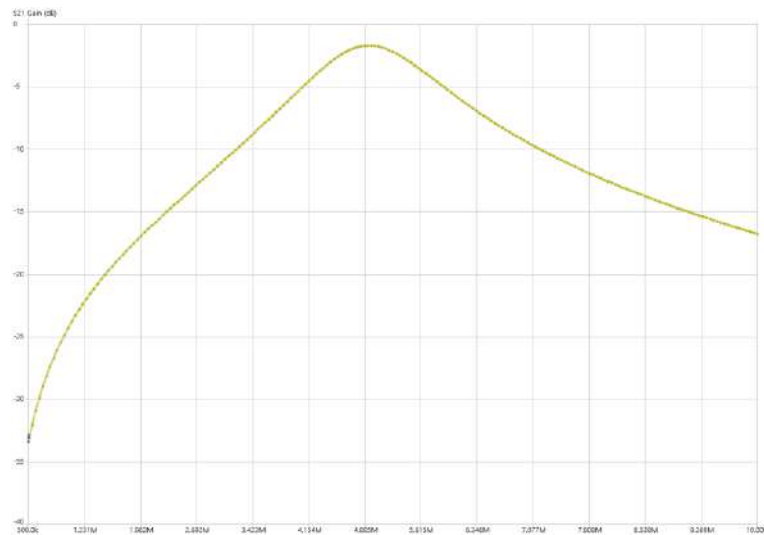


Fuente: elaboración propia.

El análisis de respuesta del circuito se realizó en el *software* NanoVNA Saver, lo cual permite medir los datos deseados de manera más fácil (figura 5.21). A continuación, se muestran los parámetros clave medidos, los cuales permiten una comparación directa con los valores obtenidos por simulación:

Figura 5.21. *Respuesta obtenida del circuito en NanoVNA Saver.*

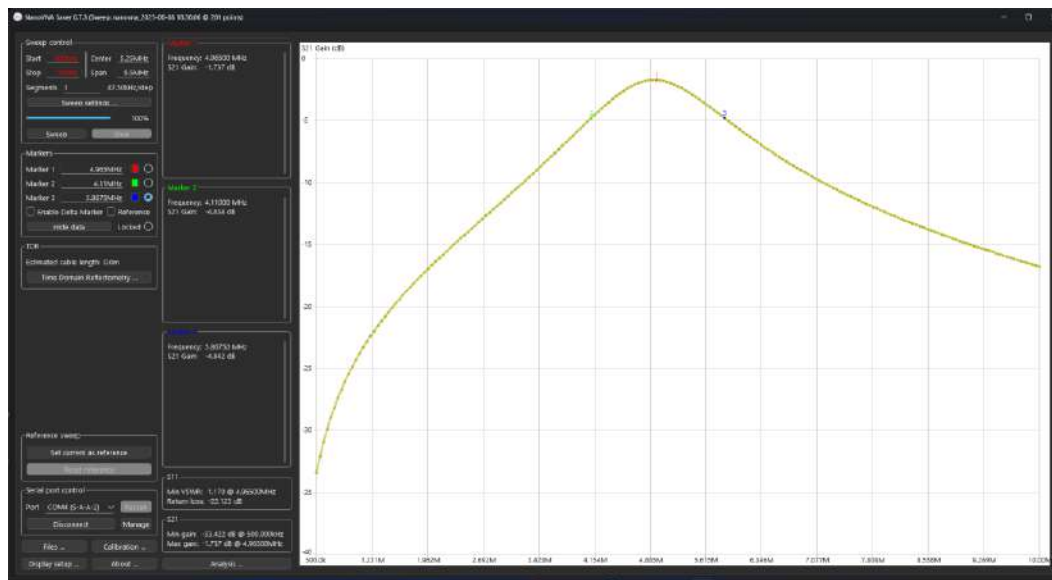
Ejercicio 2.2



Fuente: elaboración propia.

En la medición con el analizador de redes vectorial NanoVNA, mediante la medición de S21, se observó un pico claro en la frecuencia de resonancia y una leve caída a ambos lados (Figura 5.22), como se esperaba de un resonador en serie.

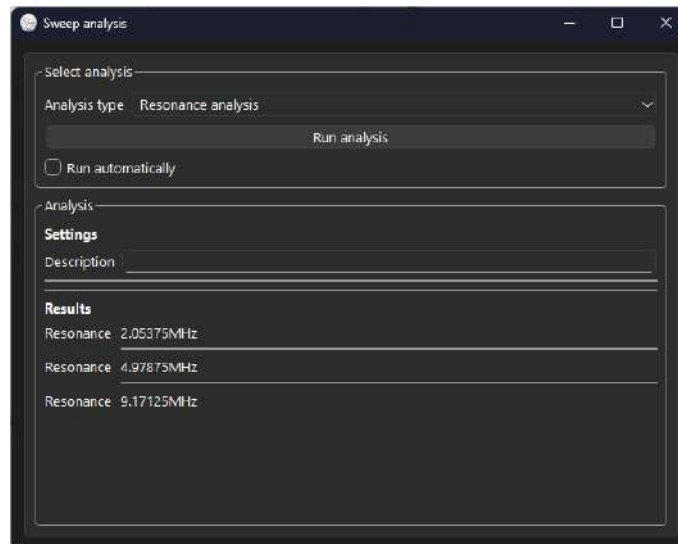
Figura 5.22. Respuesta NanoVNA Saver. Ejercicio 2.2



Fuente: elaboración propia.

En el análisis de circuito (figura 5.23) la frecuencia de resonancia es aproximada a la calculada teóricamente (5.03292121 MHz), ya que al realizar el barrido de frecuencias obtuvimos que en el punto más alto (segunda frecuencia de resonancia obtenida) es donde se realiza la máxima transferencia de potencia del circuito resonante, la cual indica que el circuito conserva su comportamiento resonante esperado.

Figura 5.23. *Análisis del circuito por medio de NanoVNA Saver. Ejercicio 2.2*



Fuente: elaboración propia.

Dichos resultados coincidieron con lo obtenido en cálculos analíticos y simulaciones como los obtenidos de manera práctica, demostrando la validez del diseño. A continuación, se presenta una tabla comparativa de las frecuencias de resonancia y sus respectivos errores porcentuales respecto al valor teórico.

Tabla 5.5. *Comparación de resultados. Ejercicio 2.2*

Método	Frecuencia de resonancia	Error absoluto	Error porcentual
Analítico	5.03292121 MHz	—	—
Multisim	5.0330 MHz	78.79 Hz	0.001565492419 %
Proteus	5.0400 MHz	7078.79 Hz	0.1406497282 %
ADS	5.0330 MHz	78.79 Hz	0.001565492419 %
SimNEC	5.0329 MHz	21.21 Hz	0.0004214252343 %
NanoVNA	4.97875 MHz	54.17121 KHz	1.076337335 %

Fuente: elaboración propia.

Este circuito mostró un comportamiento esperado al de las simulaciones. En este caso, la atenuación mínima se presentó justo en la frecuencia de resonancia, donde la impedancia del circuito es mínima y la transferencia de potencia es máxima. Los resultados experimentales mostraron un buen ajuste con los valores simulados, con una frecuencia central muy cercanos a los teóricos.

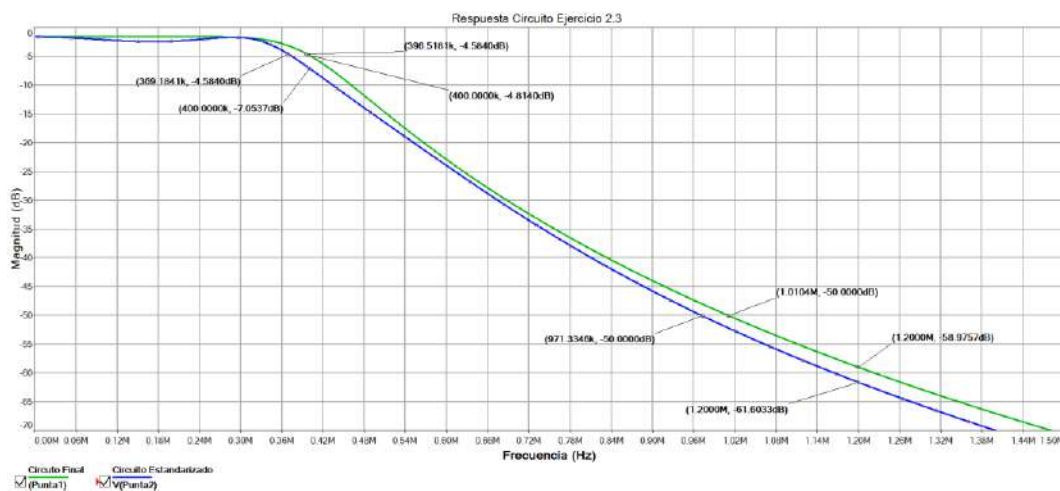
Filtro pasa bajas (ejercicio 2.3)

Basándonos en el desarrollo del Ejercicio 2.3 donde se presenta el diseño de un filtro pasa bajas con aproximación a respuesta Butterworth. Este filtro fue representado inicialmente como un circuito ideal (figura 2.28) como posteriormente como un circuito estandarizado (figura 2.29), apto para su implementación práctica. Ambos modelos consisten principalmente en una resistencia de generador, resistencia de carga y una reactancia de carga.

Para la validación del diseño, se realizaron simulaciones en dos plataformas que son Multisim y ADS, con el objetivo de comparar la respuesta de dicho filtro, lo cual nos permitió identificar los parámetros clave que fueron esenciales para el diseño de dicho filtro. A continuación se presentan los valores obtenidos en cada simulador.

El filtro simulado en Multisim (figura 5.24) tuvo una frecuencia de corte en torno a los 400 KHz, con una caída suave típica de la aproximación Butterworth. La medición de circuito final (circuito ideal) mostró una pendiente coherente con el orden del filtro, y la atenuación alcanzó frecuencias mayores a partir de 1.20 MHz. Para la medición de circuito estandarizado mostró una pendiente coherente con el orden del filtro, y la atenuación obtuvo frecuencias mayores a la deseada.

Figura 5.24. Respuesta de circuitos. Ejercicio 2.3. Simulación en Multisim



Fuente: elaboración propia.

Para hacer dicho análisis en Multisim se realizó un barrido de 1 Hz hasta 1.5 MHz, que nos permitió obtener los siguientes valores que se muestran en la tabla 5.6.

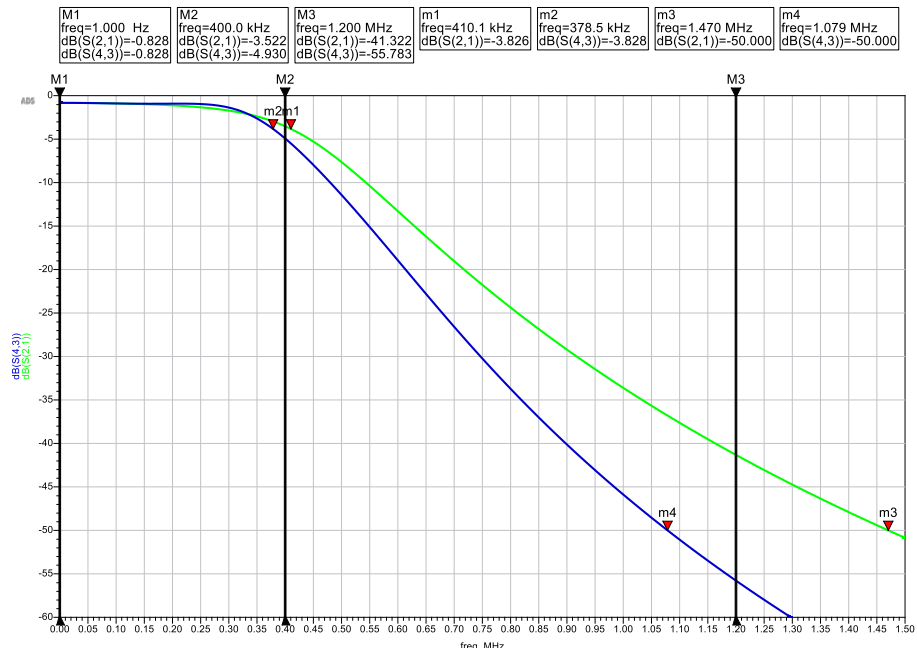
Tabla 5.6. *Valores obtenidos simulación Multisim. Ejercicio 2.3*

	Frecuencia de corte	Atenuación a 1.2 MHz	Frecuencia de atenuación a -50 dB
Valores deseados	400 KHz	-50 dB	1.2 MHz
Circuito ideal	396.5181 KHz	-58.9757 dB	1.0104 MHz
Circuito estandarizado	369.1841 KHz	-61.6033 dB	971.3346 KHz

Fuente: elaboración propia.

El filtro simulado en ADS (figura 5.25) se usó el análisis de parámetros S en dB evaluando principalmente el comportamiento de S21 para el circuito ideal y S43 para el circuito estandarizado. La respuesta tuvo una frecuencia de corte en torno a los 400 KHz, con una caída de aproximación Butterworth. La medición de S21 (circuito ideal) mostró una pendiente coherente con el orden del filtro, y la atenuación obtuvo las frecuencias mayores a 1.20 MHz. Para la medición de S43 (circuito estandarizado) mostró una pendiente coherente con el orden del filtro, y la atenuación alcanzó frecuencias mayores a la deseada.

Figura 5.25. Respuesta de circuitos. Ejercicio 2.3. Simulación en ADS



Fuente: elaboración propia.

Para hacer el análisis en ADS se realizó un barrido de 1 Hz hasta 1.5 MHz, que permitió obtener los valores que se muestra en la tabla 5.7.

Tabla 5.7. Valores obtenidos simulación ADS. Ejercicio 2.3

	Frecuencia de corte	Atenuación a 1.2 MHz	Frecuencia de atenuación a -50 dB
Valores deseados	400 KHz	-50 dB	1.2 MHz
Circuito ideal	410.1 KHz	-41.322 dB	1.470 MHz
Circuito estandarizado	378.5 KHz	-55.783 dB	1.079 MHz

Fuente: elaboración propia.

El análisis por simulación permitió identificar el comportamiento esperado del filtro en función de sus parámetros clave (tabla 5.8). Esta comparación servirá como referencia directa para evaluar la medición en el nano-VNA, particularmente del parámetro S21 que corresponde a la magnitud de transmisión del filtro. La presencia

de dos modelos (ideal y estandarizado) en dos plataformas también brinda un margen de referencia útil para validar la precisión de la implementación física.

Tabla 5.8. *Tabla comparativa entre resultados de simulación en Multisim y ADS.*

Ejercicio 2.3

Parámetro evaluado	Circuito ideal		Circuito estandarizado	
	Multisim	ADS	Multisim	ADS
Frecuencia de corte	396.5181 KHz	410.1 KHz	369.1841 KHz	378.5 KHz
Atenuación a 1.2 MHz	-58.9757 dB	-41.322 dB	-61.6033 dB	-55.783 dB
Frecuencia de atenuación a -50dB	1.0104 MHz	1.470 MHz	971.3346 KHz	1.079 MHz

Fuente: elaboración propia.

Ambos simuladores arrojan resultados próximos al valor teórico deseado (400 KHz). Sin embargo, ADS tiende a sobreestimar ligeramente este valor mientras que en Multisim está más cerca del circuito ideal. Multisim muestra una mayor atenuación en ambos circuitos, lo cual puede deberse a las diferencias en los modelos internos de componentes pasivos entre los simuladores. También podemos observar que en Multisim presenta una caída más rápida de la señal alcanzando los -50 dB a frecuencias menores que ADS. Esto puede anticipar diferencias con la medición real.

Una vez validados los modelos del filtro pasa bajas mediante simulaciones en Multisim y ADS, se procedió a realizar la medición práctica utilizando el NanoVNA S-A-A-2, con el objetivo de contrastar los resultados reales con los previamente obtenidos en simulación.

Medición práctica

El circuito estandarizado diseñado para implementación práctica (figura 2.29) fue ensamblado en la PCB de pruebas (figura 5.28), utilizando componentes pasivos.

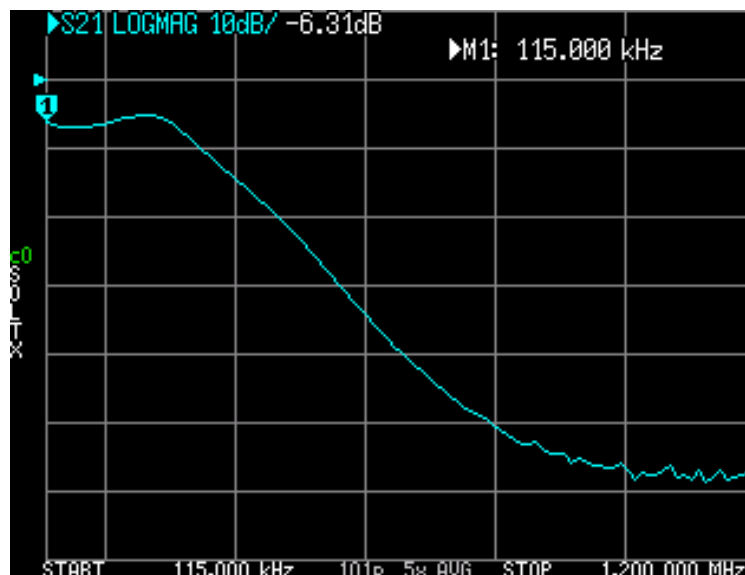
Figura 5.26. Circuito. Ejercicio 2.3. Montado en placa



Fuente: elaboración propia.

Previo a la medición, se realizó el análisis en el rango de frecuencia de 110 KHz a 1.2 MHz (figura 5.27). La medición se efectuó sobre el parámetro S21, que representa la magnitud de transmisión del filtro entre los puertos 1 y 2, análoga a la respuesta de frecuencia evaluada en simulaciones.

Figura 5.27. Respuesta del circuito obtenida con el NanoVNA. Ejercicio 2.3



Fuente: elaboración propia.

El análisis de respuesta del circuito se realizó en el *software* NanoVNA Saver, lo cual permite medir los datos deseados de manera más fácil (figura 5.28). A continuación se muestran los parámetros clave medidos, los cuales posibilitan una comparación directa con los valores obtenidos por simulación:

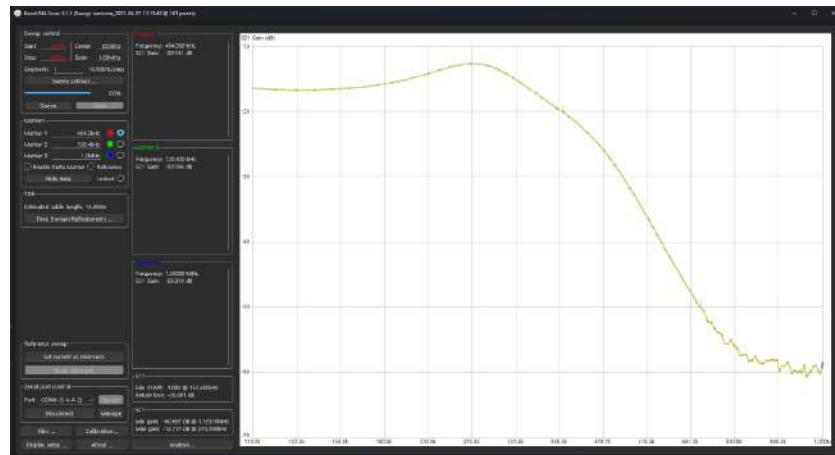
Figura 5.28. *Respuesta obtenida del circuito en NanoVNA Saver. Ejercicio 2.3*



Fuente: elaboración propia.

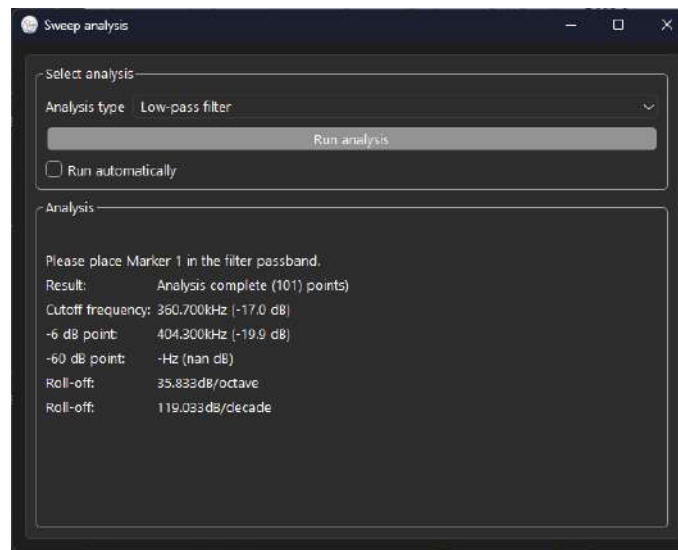
Con la respuesta del circuito con NanoVNA Saver (figura 5.29) podemos analizar el circuito obteniendo la frecuencia de corte de dicho circuito (figura 5.30).

Figura 5.29. Respuesta NanoVNA Saver. Ejercicio 2.3



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.30. Análisis del circuito por medio de NanoVNA Saver. Ejercicio 2.3



Fuente: elaboración propia.

A continuación se muestran los parámetros clave medidos, los cuales permiten una comparación directa con los valores obtenidos por simulación (tabla 5.9).

Tabla 5.9. *Resultado de medición práctica con NanoVNA. Ejercicio 2.3*

Parámetro evaluado	Valor medido (NanoVNA)
Frecuencia de corte	360.70 KHz
Atenuación a 1.2 MHz	-59.310
Frecuencia de atenuación a -50dB	720.4KHz

Fuente: elaboración propia.

Al contrastar los resultados medidos con los simulados, se puede observar lo siguiente:

- La frecuencia de corte se encuentra dentro de un margen aceptable respecto al valor teórico y simulado (tabla 5.10).
- La atenuación fuera de banda es ligeramente menor que en simulación, posiblemente debido a las pérdidas en componentes reales o imprecisiones en la soldadura/conexiones (tabla 5.11).
- La pendiente de caída mantiene una forma coherente con la respuesta tipo Butterworth observada en ambos simuladores como en obtenido prácticamente, mostrando una mejor selectividad del filtro (tabla 5.11).

Tabla 5.10. *Tabla comparativa de frecuencia corte. Ejercicio 2.3*

Método	Frecuencia de corte	Error absoluto	Error porcentual
Analítico	400 KHz	—	—
Multisim	369.1841 KHz	30.8159 KHz	7.712975 %
ADS	378.5 KHz	21.5 KHz	5.375 %
NanoVNA	360.70 KHz	39.3 KHz	9.825 %

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.11. *Tabla comparativa de atenuación. Ejercicio 2.3*

Método	Atenuación a 1.2 MHZ	Error absoluto
Analítico	-50 dB	—
Multisim	-61.6033 dB	11. 6033 dB
ADS	-55.783 dB	5.783 dB
NanoVNA	-59.310	9.310 dB
	Frecuencia de atenuación a -50dB	Error absoluto
Analítico	1.2 MHz	—
Multisim	971.3346 KHz	228.6654 KHz
ADS	1.079 MHz	121 KHz
NanoVNA	720.4KHz	479.6 KHz

Fuente: elaboración propia.

La medición práctica confirma la validez del diseño simulado, con diferencias menores atribuibles a aspectos físicos de la implementación.

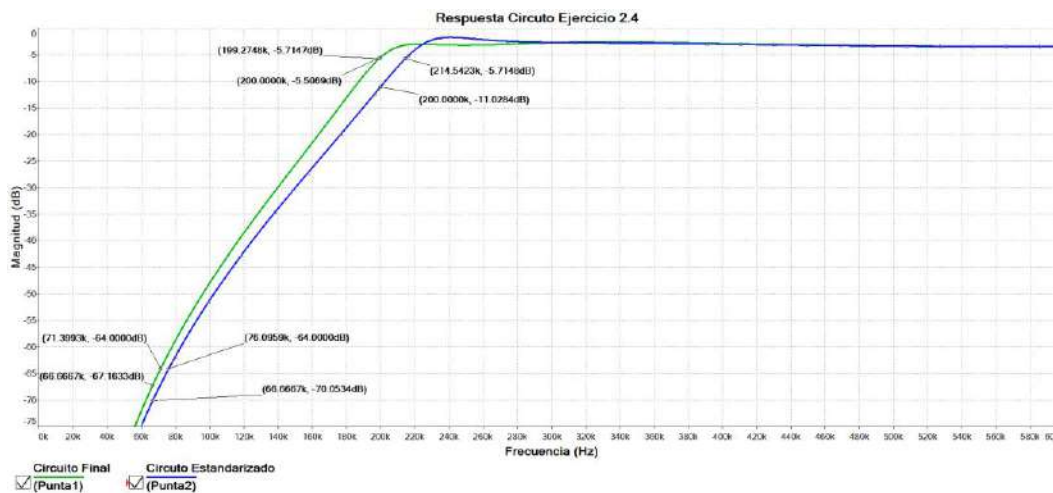
Filtro pasa altas (ejercicio 2.4)

Basándonos en el desarrollo del Ejercicio 2.4, donde se presenta el diseño de un filtro pasa altas con aproximación a respuesta Chebyshev. Este filtro fue representado inicialmente como un circuito ideal (figura 2.32) como posteriormente como un circuito estandarizado (figura 2.33), apto para su implementación práctica.

Para la validación del diseño, se realizaron simulaciones en dos plataformas que son Multisim y ADS, con el objetivo de comparar la respuesta de dicho filtro. Esto nos permitió identificar los parámetros clave que fueron esenciales para el diseño de dicho filtro. A continuación se presentan los valores obtenidos en cada simulador.

El filtro simulado en Multisim (Figura 5.31) tuvo una frecuencia de corte en torno a los 200 KHz, con una subida suave típica de la aproximación Chebyshev. La medición de circuito final (circuito ideal) mostró una pendiente coherente con el orden del filtro, y la atenuación cercana a la deseada. Al medir el circuito estandarizado reveló una pendiente coherente con el orden del filtro, y la atenuación fuera de banda obtuvo los valores deseados.

Figura 5.31. *Respuesta de circuitos. Ejercicio 2.4 Multisim*



Fuente: elaboración propia.

Para hacer el análisis en Multisim se realizó un barrido de 1 Hz hasta 600 KHz, lo que nos permitió obtener los valores que aparecen en la tabla 5.12.

Tabla 5.12. Valores obtenidos simulación Multisim. Ejercicio 2.4

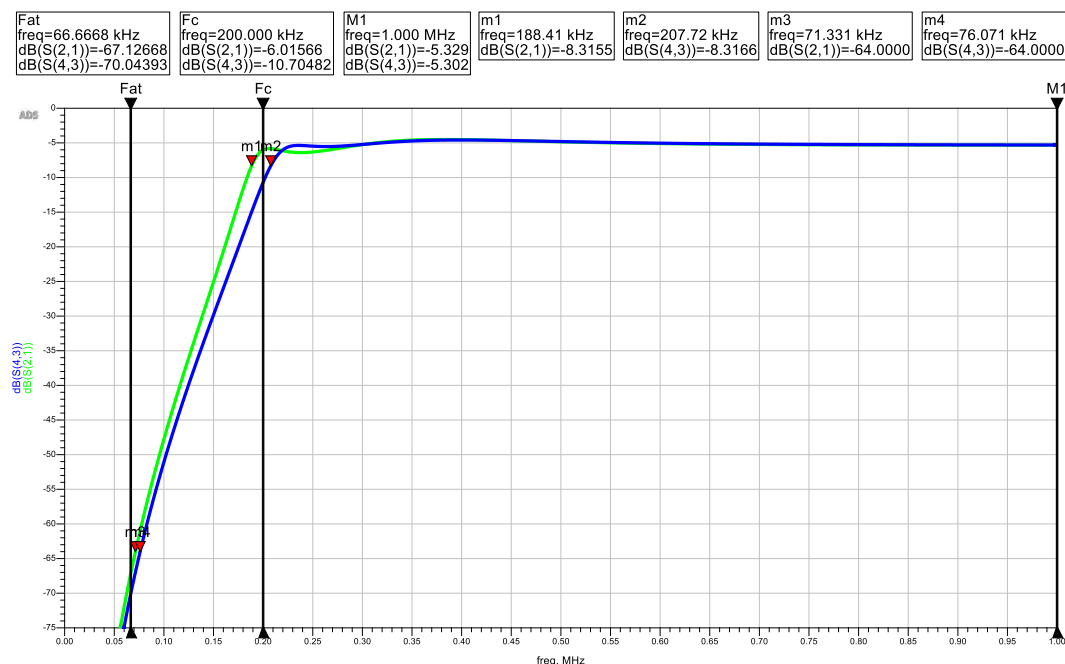
	Frecuencia de corte	Atenuación a 66.6666667 KHz	Frecuencia de atenuación a -64 dB
Valores deseados	200 KHz	-64 dB	66.6666667KHz
Circuito ideal	199.2748 KHz	-67.11633 dB	71.3993 KHz
Circuito estandarizado	214.5423 KHz	-70.0534 dB	76.0959 KHz

Fuente: elaboración propia.

El filtro simulado en ADS (figura 5.32) se usó en el análisis de parámetros S en dB evaluando principalmente el comportamiento de S21 para el circuito ideal y S43 para el circuito estandarizado. La respuesta fue una frecuencia de corte en torno a los 200 KHz, con una caída de aproximación Chebyshev. La medición de S21 (circuito ideal) mostró una pendiente coherente con el orden del filtro, y la atenuación obtuvo las frecuencias deseadas. Al medir S43 (circuito estandarizado)

reveló una pendiente coherente con el orden del filtro, y la atenuación alcanzó frecuencias cercanas a la deseada.

Figura 5.32. *Respuesta de circuitos. Ejercicio 2.4 ADS*



Fuente: elaboración propia.

Para el análisis en ADS se efectuó un barrido de 1 Hz hasta 1 MHz, que nos permitió obtener los valores que se muestran en la tabla 5.13.

Tabla 5.13. *Valores obtenidos simulación ADS. Ejercicio 2.4*

	Frecuencia de corte	Atenuación a 66.666667 KHz	Frecuencia de atenuación a -64 dB
Valores deseados	200 KHz	-64 dB	66.6666667 KHz
Circuito ideal	188.41 KHz	-67.12668 dB	71.331 KHz
Circuito estandarizado	207.72 KHz	-70.04393 dB	76.071 KHz

Fuente: elaboración propia.

El análisis por simulación ha posibilitado identificar el comportamiento esperado del filtro en función de sus parámetros clave (tabla 5.14). Esta comparación servirá como referencia directa para evaluar la medición en el NanoVNA, particularmente del parámetro S21, que corresponde a la magnitud de transmisión del filtro. La presencia de dos modelos (ideal y estandarizado) en dos plataformas también brinda un margen de referencia útil para validar la precisión de la implementación física.

Tabla 5.14. *Tabla comparativa entre resultados de simulación en Multisim y ADS.*

Ejercicio 2.4

Parámetro evaluado	Circuito ideal		Circuito estandarizado	
	Multisim	ADS	Multisim	ADS
Frecuencia de corte	199.2748 KHz	188.41 KHz	214.5423 KHz	207.72 KHz
Atenuación a 66.6666667KHz	-67.11633 dB	-67.12668 dB	-70.0534 dB	-70.04393 dB
Frecuencia de atenuación a -64dB	71.3993 KHz	71.331 KHz	76.0959 KHz	76.071 KHz

Fuente: elaboración propia.

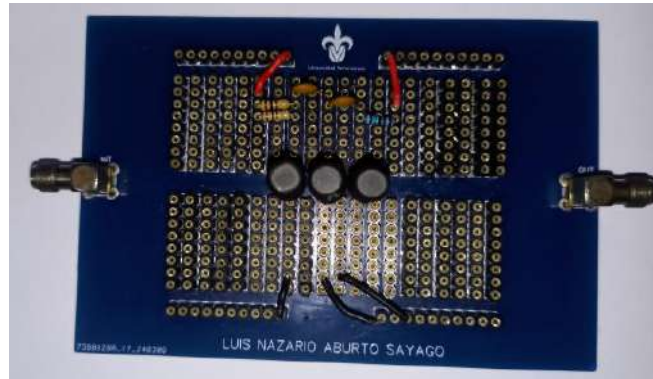
Ambos simuladores arrojan resultados próximos a los valores teórico-deseados. Este filtro mostró un comportamiento simétrico entre ambas simulaciones. Su frecuencia de corte también fue validada y se observó un aumento progresivo en la ganancia a partir de dicha frecuencia. Los resultados de simulación mostraron una concordancia aceptable, con un pequeño desplazamiento de la frecuencia de corte debido a tolerancias de los componentes entre simuladores.

Una vez validados los modelos del filtro pasa bajas mediante simulaciones en Multisim y ADS, se procede a realizar la medición práctica utilizando el NanoVNA S-A-A-2, con el objetivo de contrastar los resultados reales con los previamente obtenidos en simulación.

Medición práctica

El circuito estandarizado diseñado para implementación práctica (figura 2.33) fue ensamblado en la PCB de pruebas (figura 5.33), utilizando componentes pasivos.

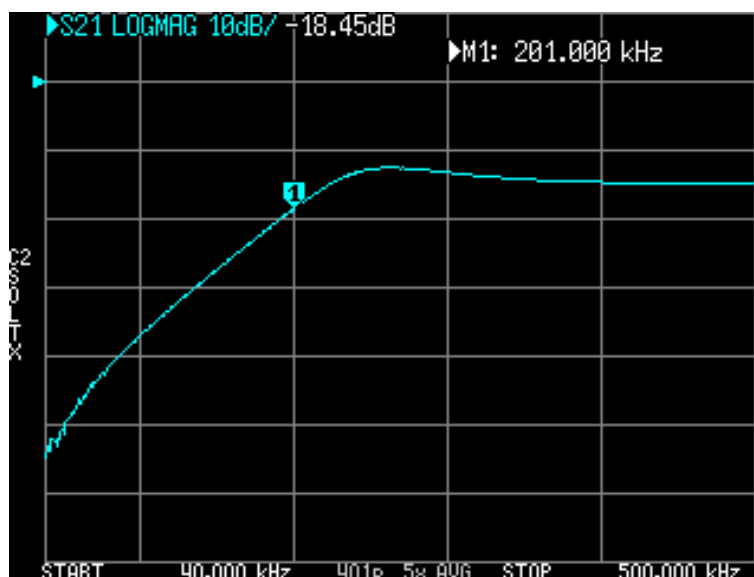
Figura 5.33. Circuito. Ejercicio 2.4. Montado en placa



Fuente: elaboración propia.

Previo a la medición, se realizó el análisis en el rango de frecuencia de 40 KHz a 500 KHz (figura 5.34). La medición se realizó sobre el parámetro S21, que representa la magnitud de transmisión del filtro entre los puertos 1 y 2, análoga a la respuesta de frecuencia evaluada en simulaciones.

Figura 5.34. Respuesta del circuito obtenida con el NanoVNA. Ejercicio 2.4



Fuente: elaboración propia.

El análisis de respuesta del circuito se realizó en el *software* NanoVNA Saver (figura 5.35), que permite medir los datos deseados de forma más fácil. A continuación se muestran los parámetros clave medidos, los cuales ayudan a comparar de forma directa los valores obtenidos por simulación.

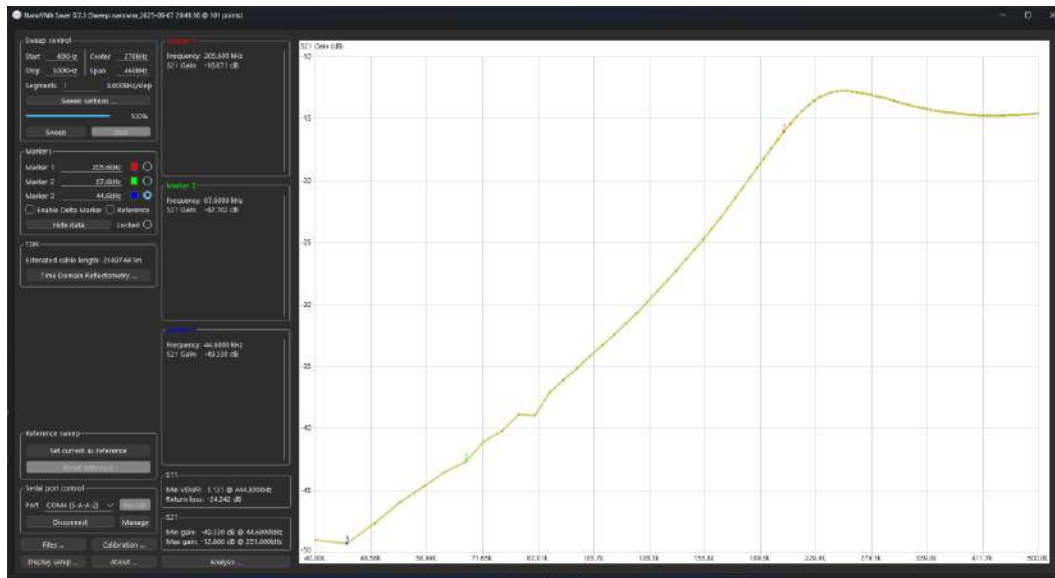
Figura 5.35. *Respuesta obtenida del circuito en NanoVNA Saver. Ejercicio 2.4*



Fuente: elaboración propia.

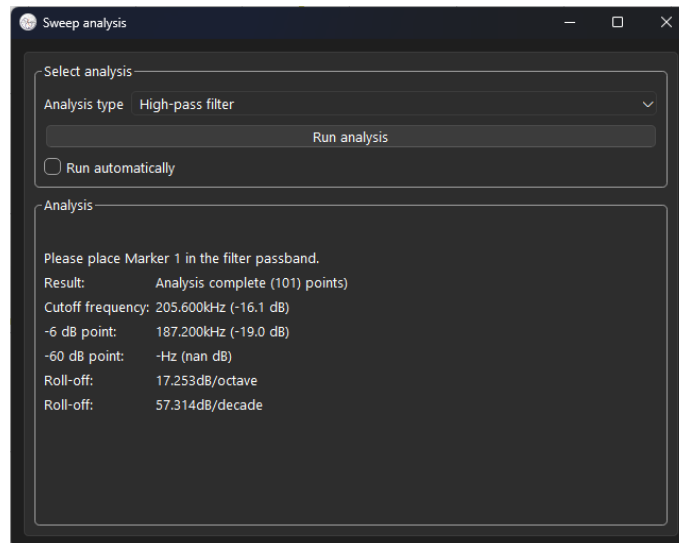
Con la respuesta del circuito con NanoVNA Saver podemos analizar el circuito obteniendo las atenuaciones (figura 5.36) y la frecuencia de corte de dicho circuito (figura 5.37).

Figura 5.36. Respuesta NanoVNA Saver. Ejercicio 2.4



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.37. Análisis del circuito por medio de NanoVNA Saver. Ejercicio 2.3



Fuente: elaboración propia.

A continuación se muestran los parámetros clave medidos, los cuales permiten una comparación directa con los valores obtenidos por simulación: tabla 5.15 .

Tabla 5.15. *Resultado de medición práctica con NanoVNA. Ejercicio 2.4*

Parámetro evaluado	Valor medido (NanoVNA)
Frecuencia de corte	205.600 KHz
Atenuación a 66.6666667KHz	42.72 dB
Frecuencia de atenuación a -64dB	-

Fuente: elaboración propia.

Al contrastar los resultados medidos con los simulados, se puede observar lo siguiente:

- La frecuencia de corte se encuentra dentro de un margen aceptable respecto al valor teórico y simulado (tabla 5.16).
- La atenuación es ligeramente menor que en simulación, posiblemente debido a las pérdidas en componentes reales o imprecisiones en la soldadura/conexiones (tabla 5.17).
- La pendiente de caída mantiene una forma coherente con la respuesta tipo Chebyshev observada en ambos simuladores (tabla 5.17).

Tabla 5.16. *Tabla comparativa de frecuencia de corte. Ejercicio 2.4*

Método	Frecuencia de corte	Error Absoluto	Error Porcentual
Analítico	200 KHz	—	—
Multisim	214.5423 KHz	14.5423 KHz	7.27115 %
ADS	207.72 KHz	7.72 KHz	3.86 %
NanoVNA	205.600 KHz	5.600 KHz	2.75 %

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.17. *Tabla comparativa de atenuación. Ejercicio 2.4*

	Atenuación a 66.6666667KHz	Error Absoluto
Analítico	-64 dB	—
Multisim	-70.0534 dB	6.0534 dB
ADS	-70.04393 dB	6.04393 dB
NanoVNA	42.72 dB	21.28 dB
	Frecuencia de atenuación a -64 dB	Error absoluto
Analítico	66.6666667 KHz	—
Multisim	76.0959 KHz	9.7292333 KHz
ADS	76.071 MHz	9.404334 KHz
NanoVNA	-	-

Fuente: elaboración propia.

Este filtro mostró un comportamiento simétrico al anterior. Su frecuencia de corte también fue validada experimentalmente y se observó un aumento progresivo en la ganancia a partir de dicha frecuencia. Los resultados de simulación y prueba mostraron una concordancia aceptable, con un pequeño desplazamiento de la frecuencia de corte debido a tolerancias de los componentes reales.

Filtro pasa banda (ejercicio 2.5)

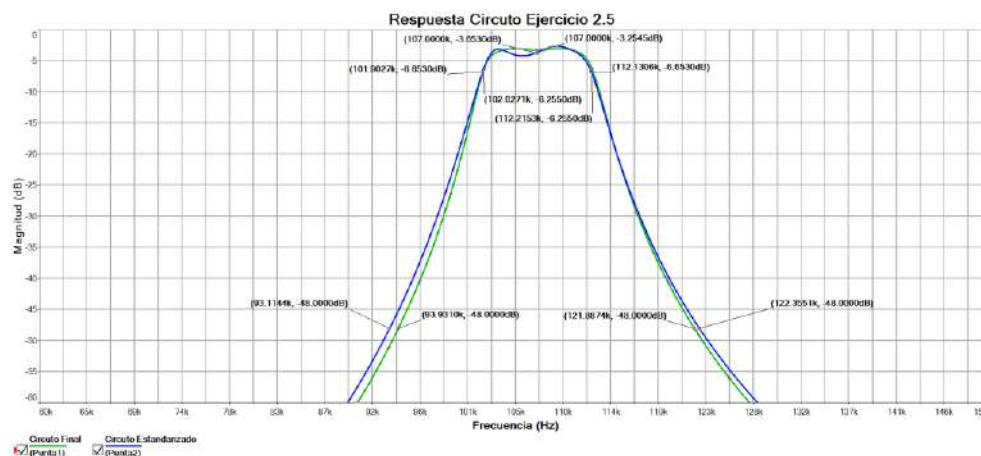
Basándonos en el desarrollo del [Ejercicio 2.5](#), donde se presenta el diseño de un filtro pasa banda con aproximación a respuesta Butterworth, este filtro fue representado primero como un circuito ideal (figura 2.36) y, posteriormente, como un circuito estandarizado (figura 2.37), apto para su implementación práctica.

Para la validación del diseño, se realizaron simulaciones en dos plataformas que son Multisim y ADS, con el objetivo de comparar la respuesta de dicho filtro, lo cual nos permitió identificar los parámetros clave que fueron esenciales para el diseño del filtro. A continuación se presentan los valores obtenidos en cada simulador.

El filtro simulado en Multisim (figura 5.38) tuvo una frecuencia de central en torno a los 107 KHz, con pendientes suaves típica de la aproximación Butterworth.

La medición de circuito final (circuito ideal) mostró pendientes coherentes con el orden del filtro y la atenuación cercana a la deseada. Para la medición de circuito estandarizado reveló pendientes coherentes con el orden del filtro y la atenuación alcanzó los valores deseados.

Figura 5.38. Respuesta de circuitos. Ejercicio 2.5. Multisim



Fuente: elaboración propia.

Para el análisis en Multisim se realizó un barrido de 1 Hz hasta 500 KHz, que nos permitió obtener los valores que se muestran en la tabla 5.18.

Tabla 5.18. Valores obtenidos simulación Multisim. Ejercicio 2.5

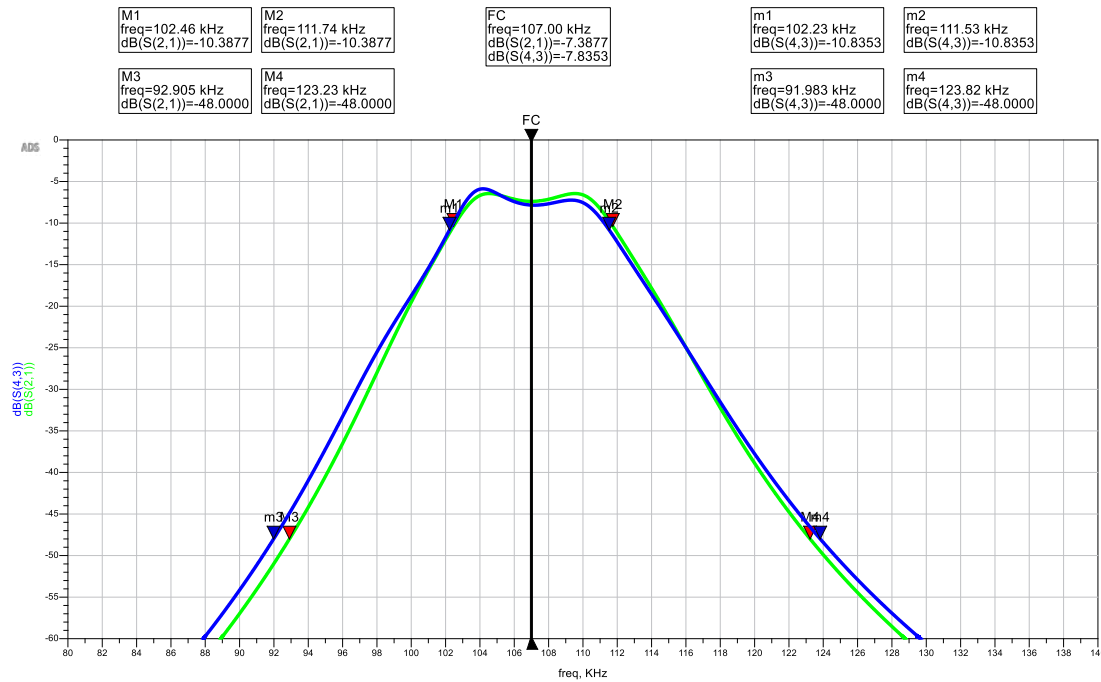
	Frecuencia central	BW de corte	BW de atenuación a -48 dB
Valores deseados	107 KHz	10 KHz	30 KHz
Circuito ideal	107 KHz	10.1882KHz	27.9564 KHz
Circuito estandarizado	107 KHz	10.2279 KHz	29.2407 KHz

Fuente: elaboración propia.

El filtro simulado en ADS (figura 5.39) se usó en el análisis de parámetros S en dB evaluando principalmente el comportamiento de S21 para el circuito ideal y S43 para el circuito estandarizado. La respuesta tuvo una frecuencia central en torno a los 107 KHz, con caídas de aproximación Butterworth. La medición de S21

(circuito ideal) mostró pendientes coherentes con el orden del filtro y la atenuación cercana a la deseada. Para la medición S43 (circuito estandarizado) reveló pendientes coherentes con el orden del filtro y la atenuación alcanzó los valores deseados.

Figura 5.39. Respuesta de circuitos. Ejercicio 2.5 ADS



Fuente: elaboración propia.

Para el dicho análisis en Multisim se realizó un barrido de 1 Hz hasta 500 KHz, el cual nos permitió obtener los valores que se muestran en la tabla 5.19.

Tabla 5.19. Valores obtenidos simulación Multisim. Ejercicio 2.5

	Frecuencia central	BW de corte	BW de atenuación a -48 dB
Valores deseados	107 KHz	10 KHz	30 KHz
Circuito ideal	107 KHz	9.28 KHz	30.325 KHz
Circuito estandarizado	107 KHz	9.3 KHz	31.837 KHz

El análisis por simulación permitió identificar el comportamiento esperado del filtro en función de sus parámetros clave (tabla 5.20). Esta comparación servirá como referencia directa para evaluar la medición en el NanoVNA, particularmente del parámetro S21, que corresponde a la magnitud de transmisión del filtro. La presencia de dos modelos (ideal y estandarizado) en dos plataformas también brinda un margen de referencia útil para validar la precisión de la implementación física.

Tabla 5.20. *Tabla comparativa entre resultados de simulación en Multisim y ADS. Ejercicio 2.5*

Parámetro evaluado	Circuito ideal		Circuito estandarizado	
	Multisim	ADS	Multisim	ADS
Frecuencia central	107 KHz	107 KHz	107 KHz	107 KHz
BW de corte	10.1882 KHz	9.28 KHz	10.2279 KHz	9.3 KHz
BW de atenuación a -48 dB	27.9564 KHz	30.325 KHz	29.2407 KHz	31.837 KHz

Fuente: elaboración propia.

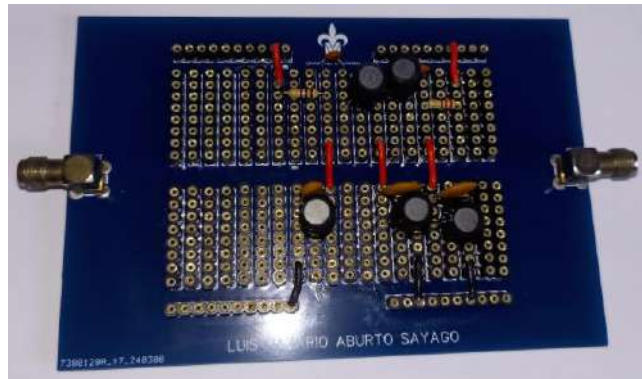
Ambos simuladores arrojan resultados próximos a los valores teórico-deseados. Este filtro mostró una banda de paso centrada alrededor de los 10 KHz con una atenuación pronunciada en las bandas de rechazo. Los resultados de simulación revelaron una concordancia aceptable, con un pequeño desplazamiento de las frecuencias de corte y atenuación debido a tolerancias de los componentes entre simuladores.

Una vez validados los modelos del filtro pasa banda mediante simulaciones en Multisim y ADS, se procede a realizar la medición práctica utilizando el NanoVNA S-A-A-2, con el objetivo de contrastar los resultados reales con los previamente obtenidos en simulación.

Medición práctica

El circuito estandarizado diseñado para implementación práctica (figura 2.37) se ensambló en la PCB de pruebas (figura 5.40), utilizando componentes pasivos.

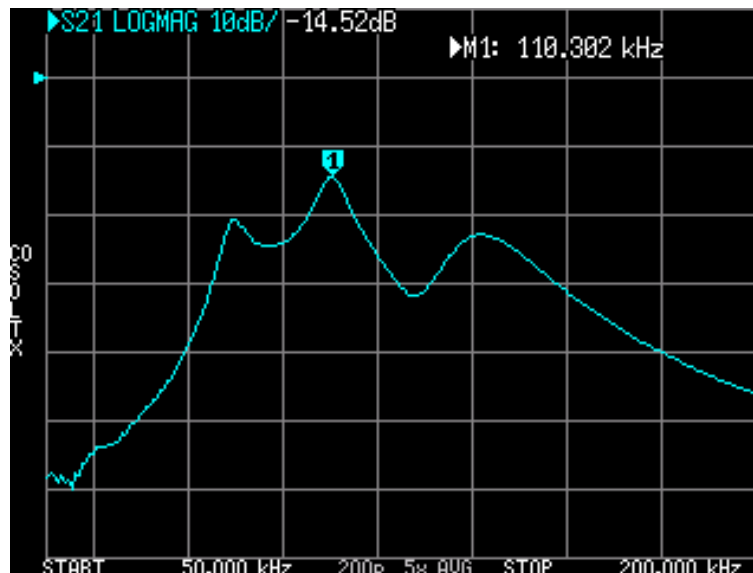
Figura 5.40. Circuito. Ejercicio 2.5. Montado en placa



Fuente: elaboración propia.

Previo a la medición, se realizó el análisis en el rango de frecuencia de 50 KHz a 200 KHz (Figura 5.41). La medición se realizó sobre el parámetro S21, que representa la magnitud de transmisión del filtro entre los puertos 1 y 2, análoga a la respuesta de frecuencia evaluada en simulaciones.

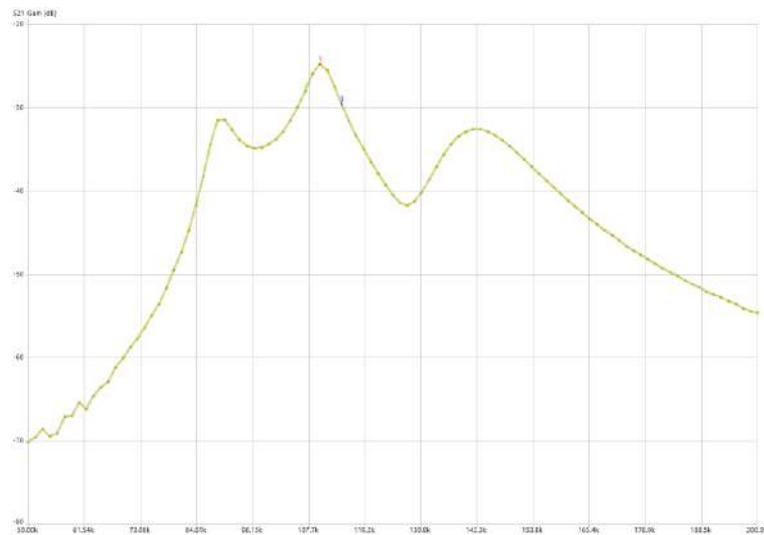
Figura 5.41. Respuesta del circuito obtenida con el NanoVNA. Ejercicio 2.5



Fuente: elaboración propia.

El análisis de respuesta del circuito se realizó en el *software* NanoVNA Saver (figura 5.42), en lo que es posible medir los datos deseados de manera más fácil. A continuación se muestran los parámetros clave medidos, que posibilitan una comparación directa con los valores obtenidos por simulación.

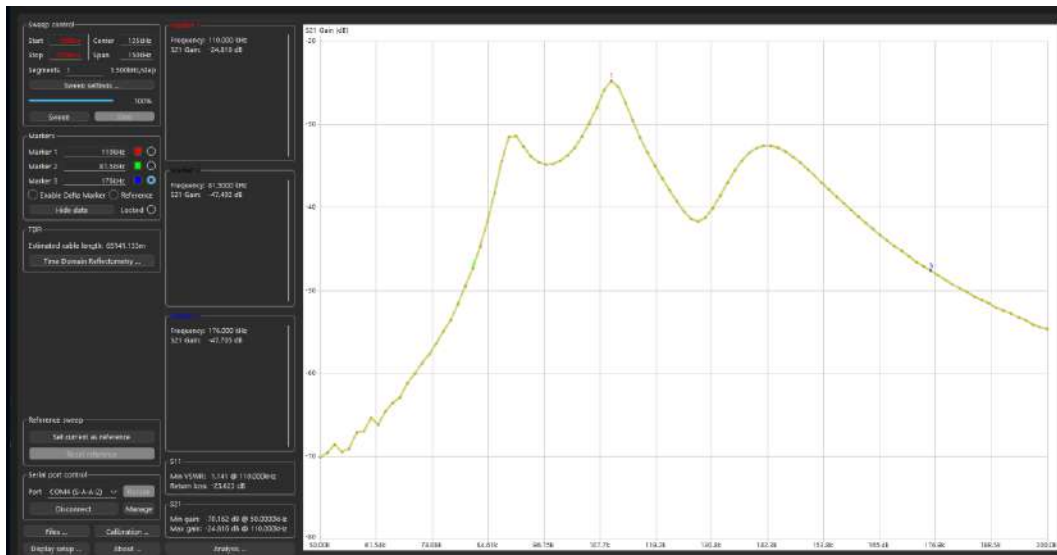
Figura 5.42. *Respuesta obtenida del circuito en NanoVNA Saver. Ejercicio 2.5*



Fuente: elaboración propia.

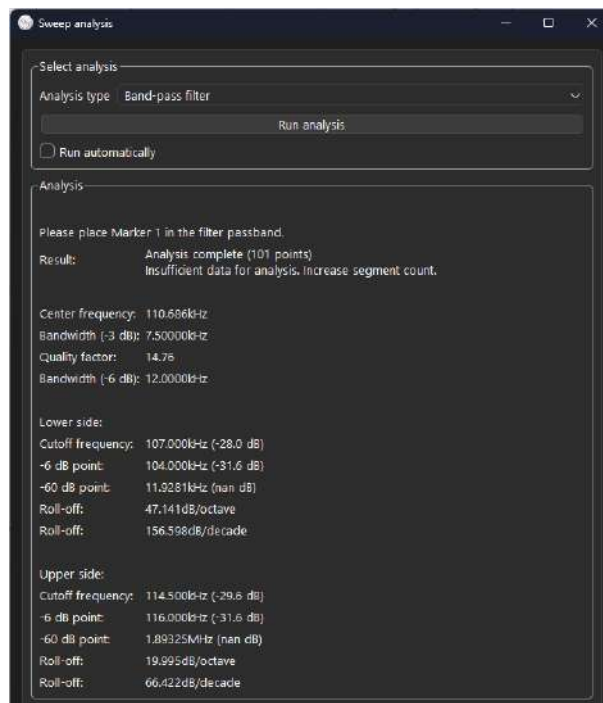
La respuesta del circuito con NanoVNA Saver (figura 5.43) permite analizar el circuito para obtener la frecuencia de corte (figura 5.44).

Figura 5.43. Respuesta NanoVNA Saver. Ejercicio 2.5



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.44. Análisis del circuito por medio de NanoVNA Saver. Ejercicio 2.4



Fuente: elaboración propia.

A continuación se muestran los parámetros clave medidos, los cuales permiten una comparación directa con los valores obtenidos por simulación (tabla 5.21).

Tabla 5.21. *Resultado de medición práctica con NanoVNA. Ejercicio 2.4*

Parámetro evaluado	Valor medido (NanoVNA)
Frecuencia central	108.459 KHz
BW de corte	7.5KHz
BW de atenuación a -48dB	94.500 KHz

Fuente: elaboración propia.

Al contrastar los resultados medidos con los simulados se puede observar lo siguiente:

- La frecuencia de corte se encuentra dentro de un margen aceptable respecto al valor teórico y simulado (tabla 5.22).
- La atenuación es ligeramente menor que en simulación, posiblemente debido a las pérdidas en componentes reales o imprecisiones en la soldadura/conexiones (tabla 5.23).
- La pendiente de caída mantiene una forma coherente con la respuesta tipo Chebyshev observada en ambos simuladores (tabla 5.23).

Tabla 5.22. *Tabla comparativa de resultados. Ejercicio 2.5*

Método	Frecuencia central	Error absoluto	Error porcentual (%)
Analítico	107 KHz	—	—
Multisim	107 KHz	0 KHz	0 %
ADS	107 KHz	0 KHz	0 %
NanoVNA	110.686 KHz	3.686 KHz	3.444859813 %

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.23. *Tabla comparativa de atenuación. Ejercicio 2.5*

	BW de corte	Error absoluto
Analítico	10 KHz	—
Multisim	10.2279 KHz	227.9 Hz
ADS	9.3 KHz	700 Hz
NanoVNA	7.5KHz	2.5 KHz
	BW de atenuación a -48 dB	Error absoluto
Analítico	30 KHz	—
Multisim	29.2407 KHz	759.3 Hz
ADS	31.837 KHz	1.837 KHz
NanoVNA	94.500 KHz	64.500 KHz

Fuente: elaboración propia.

La medición práctica confirma la validez del diseño simulado basado en una aproximación Chebyshev, este filtro mostró una banda de paso centrada alrededor de los 107 KHz con una atenuación pronunciada en las bandas de rechazo. Se identificaron los picos de atenuación dentro de los márgenes esperados y el NanoVNA.

Observaciones generales

Concordancia entre métodos

Los resultados obtenidos en las simulaciones mostraron una alta congruencia con los valores calculados teóricamente para los circuitos analizados (resonadores en paralelo y serie, filtros pasa bajas, pasa altas y pasa banda). Las mediciones prácticas realizadas con el NanoVNA S-A-A-2 validaron el comportamiento esperado de los diseños, aunque con desviaciones menores atribuibles a factores experimentales.

Rendimiento del NanoVNA

El NanoVNA demostró ser una herramienta eficaz para la validación de prototipos RF proporcionando mediciones coherentes con las simulaciones en términos de:

- Frecuencias de resonancias y frecuencia central (Error < 4 % en la mayoría de los casos).

- Ancho de banda (Error <10 % en filtros y resonadores).

Conclusiones clave por tipo de circuito

❖ Resonadores (ejercicios 2.1 y 2.2):

- La frecuencia de resonancia práctica tuvo un error máximo del 3.8 % respecto al valor teórico.
- El ancho de banda se mantuvo dentro del rango esperado (247 kHz teóricos a 221.669 kHz medidos).

❖ Filtros pasa bajas (ejercicio 2.3):

- La frecuencia de corte práctica (360.7 kHz) fue un 9.8 % menor que la teórica (400 kHz), pero se encuentra dentro del margen aceptable para componentes estándar.
- La atenuación en banda de rechazo fue más pronunciada en la práctica (-59.31 dB a -50 dB teóricos), lo que sugiere pérdidas adicionales no modeladas.

❖ Filtros pasa altas (ejercicio 2.4):

- Excelente concordancia en la frecuencia de corte (error del 2.75 % con NanoVNA).
- Discrepancia en atenuación fuera de banda (42.72 dB medidos a -64 dB teóricos), posiblemente por interferencias en el montaje.

❖ Filtros pasa banda (ejercicio 2.5):

- La frecuencia central se mantuvo cercana a la teórica (108.459 kHz a 107 kHz).
- El ancho de banda práctico fue más estrecho (7.5 kHz a 10 kHz teóricos), lo que podría deberse a inductores con valores no ideales.

Análisis de redes de dos puertos

Objetivos

- Analizar experimentalmente distintas configuraciones de redes de dos puertos utilizando parámetros S.

- Verificar el comportamiento de estas redes frente a lo calculado teóricamente y lo simulado por *software*.
- Validar la utilidad del NanoVNA S-A-A-2 para la caracterización de redes pasivas en alta frecuencia.
- Establecer la correlación entre las respuestas teóricas, simuladas y medidas, con énfasis en reflexión (S_{11}) y transmisión (S_{21}).

Introducción y justificación

Las redes de dos puertos son fundamentales para modelar componentes y sistemas en radiofrecuencia (RF). Esto permite analizar cómo se comporta una señal al ingresar y salir de un sistema con características eléctricas específicas. A través de la matriz de parámetros S , se puede caracterizar completamente el comportamiento de dispositivos pasivos y activos en términos de reflexión y transmisión de señales.

En esta sección se decidió trabajar exclusivamente con parámetros S debido a su facilidad de medición en alta frecuencia mediante el NanoVNA S-A-A-2, evitando así la necesidad de transformar impedancias o admitancias. Esta metodología hace posible una correlación más directa entre los resultados experimentales y los obtenidos mediante simulación, tal como ocurre en herramientas como Advanced Design System (ADS) y el Analizador de Redes de Multisim.

Metodología experimental

Para este análisis se diseñaron 4 redes de dos puertos básicas, cada una fue caracterizada por:

- Cálculo manual de los parámetros S a partir de las expresiones teóricas, desarrolladas en el capítulo 3.
- Simulación de su matriz S en Advanced Design System (ADS) y uso del analizador de redes virtual de Multisim (

- Anexo 6).
- Medición experimental usando el NanoVNA S-A-A-2, configurado para obtener S11 y S21 en el rango de frecuencia de interés.

Se mantuvo una impedancia característica de referencia de 50 Ω , tanto en simulación como en medición, para garantizar la validez de los parámetros.

Análisis y casos de estudio

Red tipo L resistiva (ejercicio 3.1)

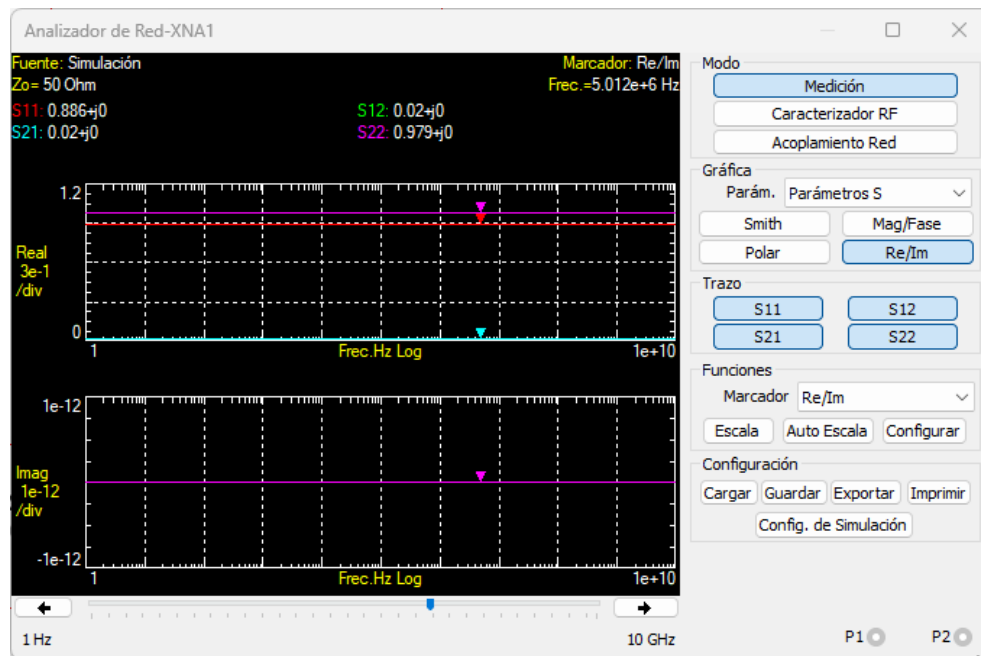
Basándonos en el desarrollo del [Ejercicio 3.1](#), en donde esta red se representa con la figura 3.11 para su implementación práctica, también analizamos esta red de dos puertos a cierta frecuencia, lo que nos permite obtener la siguiente matriz:

$$s = \begin{bmatrix} 0.8858560794 \ \Omega & 0.01985111662 \ \Omega \\ 0.01985111662 \ \Omega & 0.9791563275 \ \Omega \end{bmatrix}$$

Para validar el análisis se realizaron simulaciones en dos plataformas: ADS y Analizador de Redes de Multisim, con el objetivo de comparar la matriz obtenida, lo cual nos permitió identificar los parámetros S deseados, así como el comportamiento de dicha red en relación con los parámetros que se están analizando. A continuación se presentan los valores obtenidos en cada simulador.

La red simulada en Multisim (figura 5.45) nos muestra la respuesta del circuito y su matriz obtenida aproximada a 5 MHz, la cual obtuvo los valores deseados.

Figura 5.45. Visualización de resultados en Multisim. Ejercicio 3.1 a 5.012 MHz



Fuente: elaboración propia.

Matriz obtenida:

Figura 5.46. Matriz obtenida en Multisim. Ejercicio 3.1

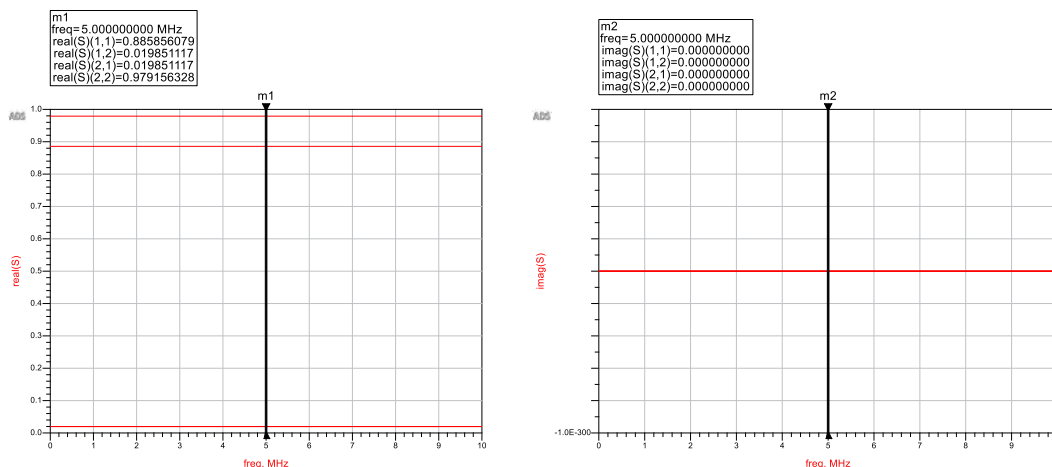


Fuente: elaboración propia.

$$s = \begin{bmatrix} 0.886 \, \Omega & 0.02 \, \Omega \\ 0.02 \, \Omega & 0.979 \, \Omega \end{bmatrix}$$

La red simulada en ADS (figura 5.47) nos muestra la respuesta del circuito y su matriz obtenida a 5 MHz, dicha matriz alcanzó los valores deseados.

Figura 5.47. Simulación ADS. Ejercicio 3.1 a 5 MHz



Fuente: elaboración propia.

Matriz obtenida:

$$s = \begin{bmatrix} 0.885856079 \, \Omega & 0.019851117 \, \Omega \\ 0.019851117 \, \Omega & 0.979156328 \, \Omega \end{bmatrix}$$

Como podemos observar, la matriz obtenida por ambas simulaciones es aproximada o igual a la que se obtuvo teóricamente. Al realizar un barrido de frecuencias para conocer el comportamiento de la red resultaron los datos de las tablas 5.24 y 5.25, que se muestran a continuación.

Tabla 5.24. Resultados Multisim al medir red tipo L. Ejercicio 3.1

Frecuencia	Parámetros Multisim			
	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
100 KHz	0.886	0.02	0.02	0.979
800 KHz	0.886	0.02	0.02	0.979
1.55 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979
2.3 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979
3.05 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979
3.8 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979
4.55 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979
5.3 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979
6.06 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979
6.8 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979
7.55 MHz	0.886	0.02	0.02	0.979

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.25. Resultados ADS al medir red tipo L. Ejercicio 3.1

Frecuencia	Parámetros ADS			
	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
100KHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
800 KHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
1.55 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
2.3 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
3.05 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
3.8 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
4.55 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
5.3 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
6.06 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
6.8 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328
7.55 MHz	0.885856079	0.019851117	0.019851117	0.979156328

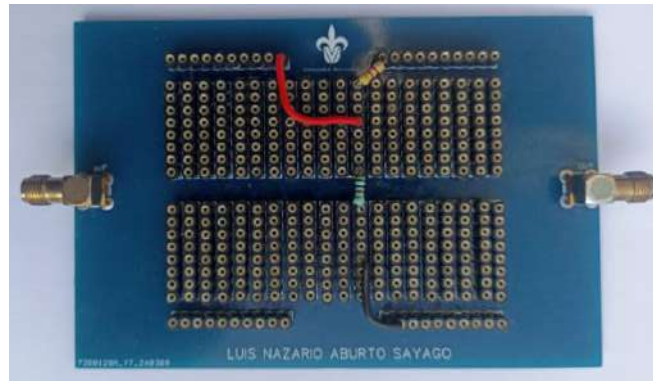
Fuente: elaboración propia.

Una vez validados los parámetros S mediante simulaciones en Multisim y ADS, podemos ver que la red es simétrica con una resistencia en serie y una resistencia a tierra. Se procede entonces a realizar la medición práctica utilizando el NanoVNA S-A-A-2, con el objetivo de contrastar los resultados reales con los obtenidos en simulación.

Medición práctica

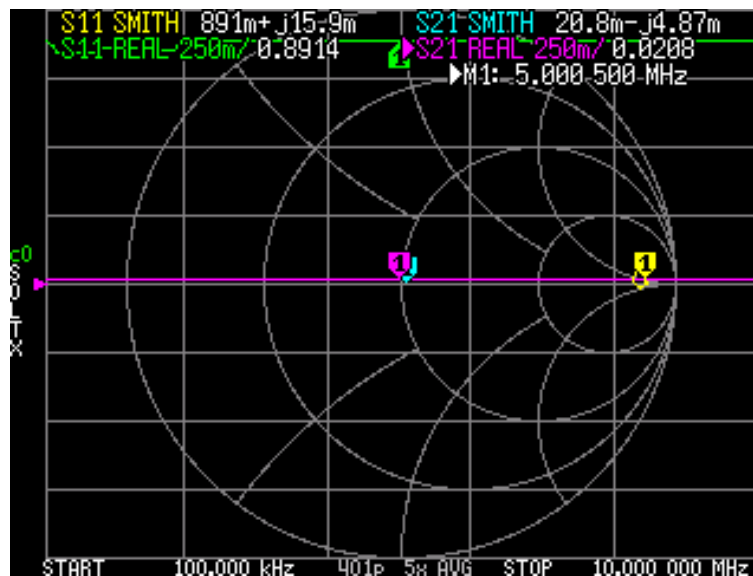
El circuito propuesto (figura 3.11) fue ensamblado en la PCB de pruebas (figura 5.48).

Figura 5.48. Circuito. Ejercicio 3.1. Montado en placa



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.49. Resultados obtenidos con el NanoVNA. Ejercicio 3.1



Fuente: elaboración propia.

Previo a la medición, se realizó el análisis en el rango de frecuencia de 100 KHz a 10 MHz (Figura 5.49). En la medición solo es posible medir los parámetros S_{11} y S_{21} . A continuación, se muestran los valores medidos, los cuales permiten una comparación directa con los valores obtenidos por simulación.

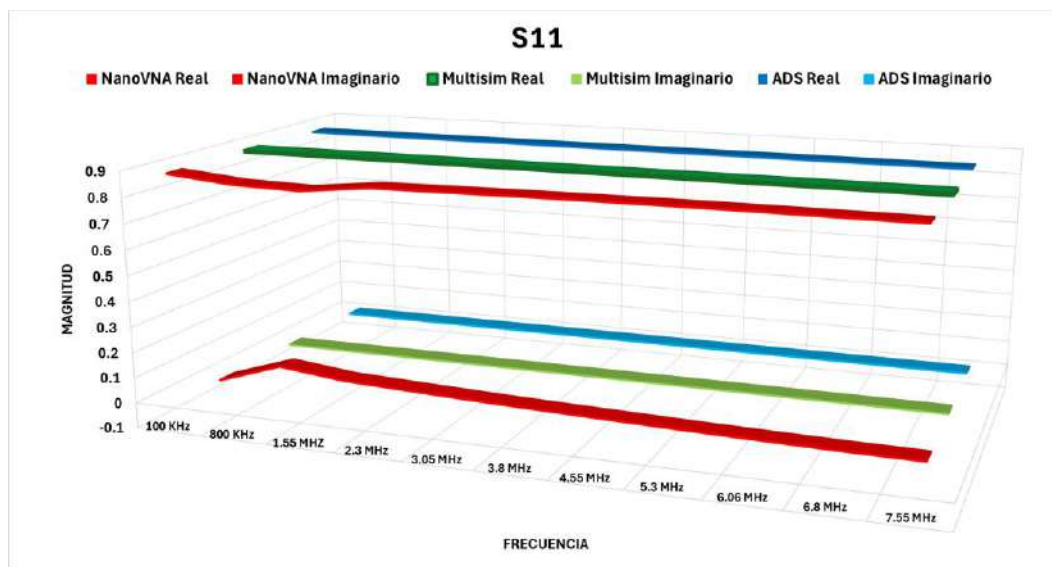
Tabla 5.26. Resultados al medir red tipo L. Ejercicio 3.1 con NanoVNA

Frecuencia	Parámetros	
	S_{11}	S_{21}
100 KHz	0.8851 -j0.000444	0.0209 -j0.00225
800 KHz	0.861 +j0.0861	0.0204 -j0.005470
1.55 MHz	0.855 +j0.0571	0.0204 -j0.00543
2.3 MHz	0.883 +j0.0462	0.0205 -j0.00527
3.05 MHz	0.886 +j0.0361	0.0206 -j0.00521
3.8 MHz	0.8891 +j0.0275	0.0203 -j0.00507
4.55 MHz	0.8908 +j0.0203	0.0207 -j0.00492
5.3 MHz	0.8922 +j0.0135	0.0208 -j0.00479
6.06 MHz	0.8926 +j0.00788	0.0209 -j0.00456
6.8 MHz	0.892 +j0.00338	0.0211 -j0.00446
7.55 MHz	0.8917 +j0.000981	0.0211 -j0.00444

Fuente: elaboración propia.

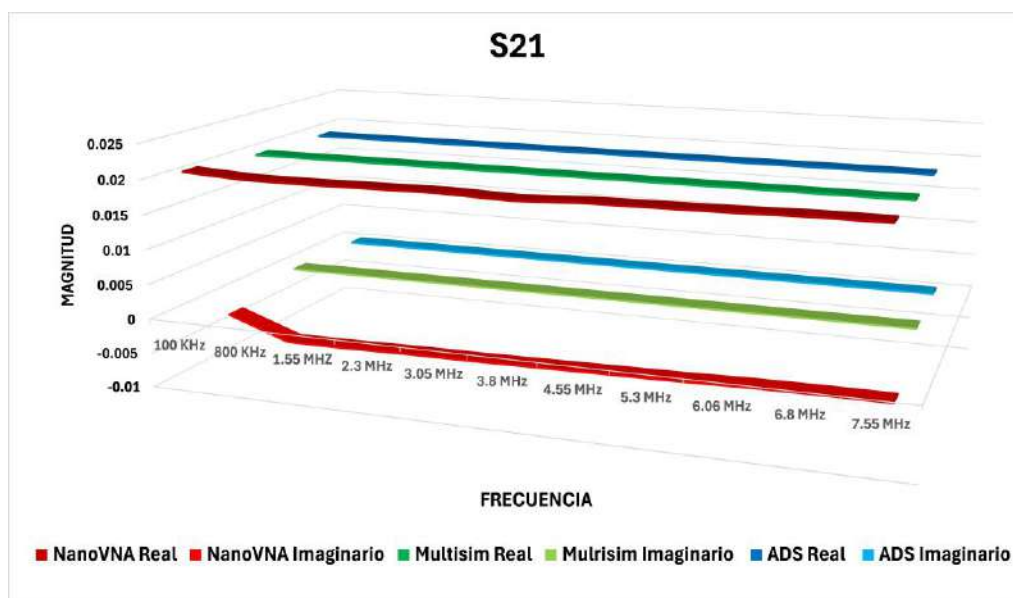
A continuación se comparan los resultados entre cada simulación y lo obtenido, lo que facilita su interpretación gráfica.

Figura 5.50. Gráfica comparativa de resultados entre simulaciones y NanoVNA del parámetro S_{11} del ejercicio 3.1



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.51. Gráfica comparativa de resultados entre simulaciones y NanoVNA del parámetro S_{21} del ejercicio 3.1



Fuente: elaboración propia.

Las mediciones obtenidas con el NanoVNA en comparación con las de las simulaciones presentan pequeñas variaciones que, en el mejor de los casos, representan los valores que se muestran a continuación en las tablas 5.27 y 5.28.

Tabla 5.27. *Porcentaje de error S_{11} . Ejercicio 3.1*

Error	Porcentaje
Error mínimo	0.085 %
Error promedio	0.89 %
Error máximo	3.27 %

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.28. *Porcentaje de error S_{21} . Ejercicio 3.1*

Error	Porcentaje
Error mínimo	5.40 %
Error promedio	7.04 %
Error máximo	8.64 %

Fuente: elaboración propia.

Esto indica que el NanoVNA tuvo un desempeño muy preciso en S_{11} , con errores menores al 1 % en promedio, mientras que en S_{21} los errores son algo mayores, pero se mantienen dentro de un rango aceptable considerando la sensibilidad de este parámetro a variaciones pequeñas.

Red tipo T inductiva-capacitiva (ejercicio 3.2)

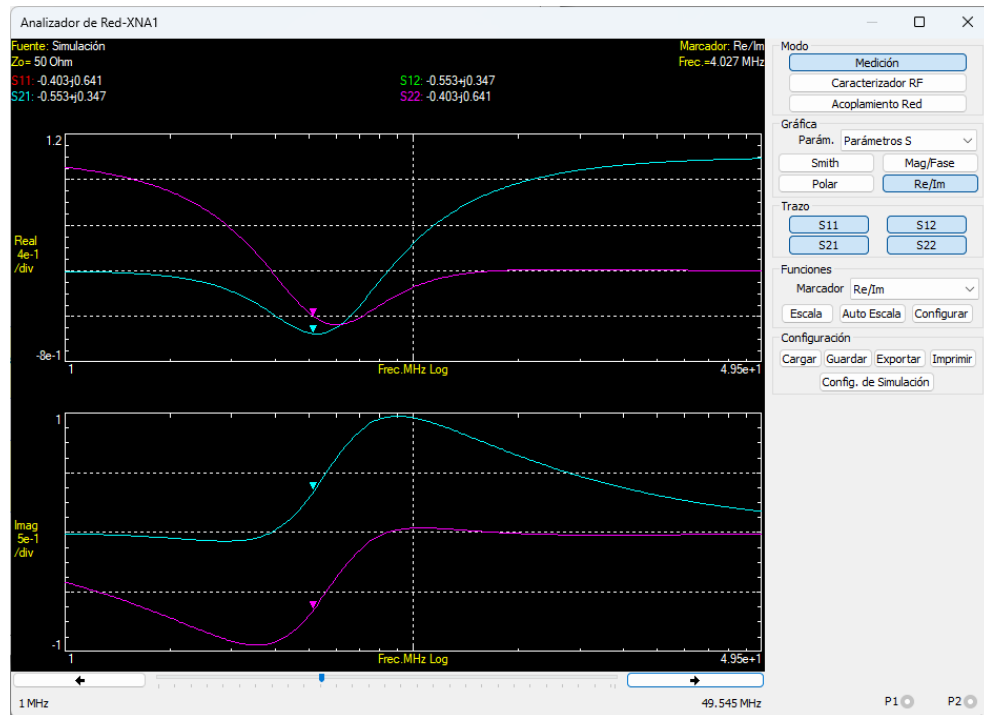
Basándonos en el desarrollo del [Ejercicio 3.2](#), donde se representó esta red con la figura 3.15 para su implementación práctica, se analiza dicha red de dos puertos a cierta frecuencia, lo que nos permite obtener la siguiente matriz:

$$S = \begin{bmatrix} -0.39534217 - j0.6549068113 \, \Omega & -0.5513764201 + j0.3328448414 \, \Omega \\ -0.5513764201 + j0.3328448414 \, \Omega & -0.39534217 - j0.6549068113 \, \Omega \end{bmatrix}$$

Para validar el análisis se realizaron simulaciones en dos plataformas: ADS y Analizador de Redes de Multisim, con el objetivo de comparar la matriz obtenida. Esto nos permitió identificar los parámetros S deseados, así como el comportamiento de dicha red en relación con los parámetros que se están analizando. A continuación se presentan los valores obtenidos en cada simulador.

La red simulada en Multisim (figuras 5.52 y 5.54) nos muestra la respuesta del circuito y su matriz resultante, aproximada a 4 MHz; dicha matriz obtuvo los valores deseados.

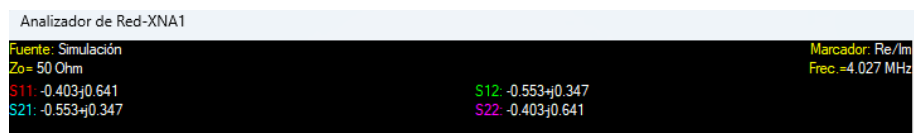
Figura 5.52. Simulación en Multisim a 4.027 MHz del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

Matriz obtenida:

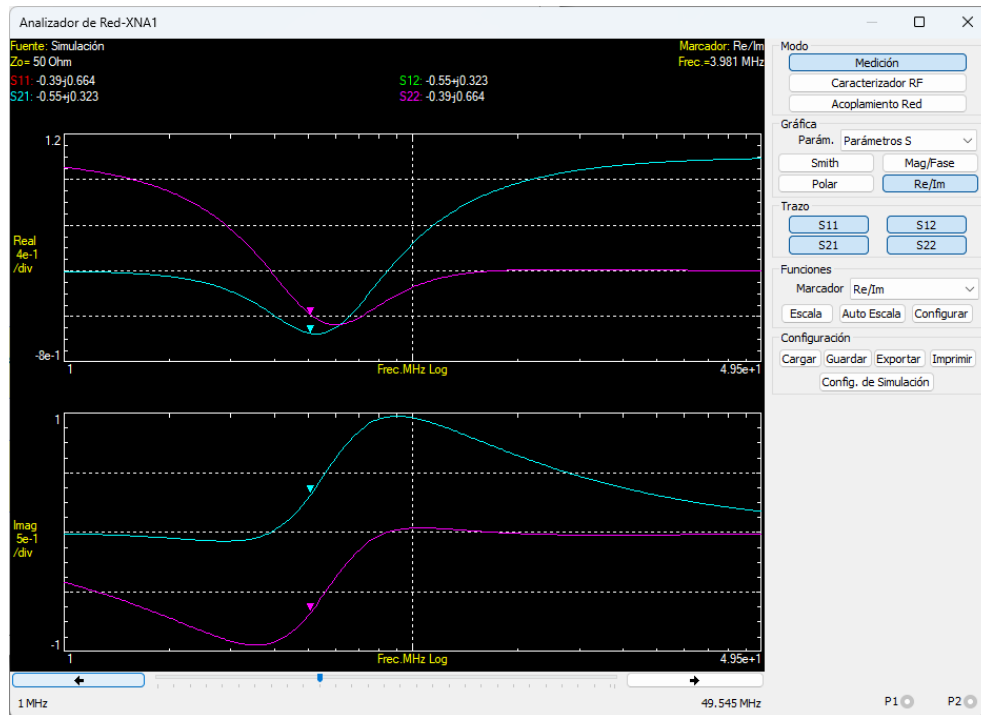
Figura 5.53. Matriz obtenida en Multisim a 4.027 MHz del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

$$S = \begin{bmatrix} -0.403 - j0.641 \Omega & -0.553 + j0.347 \Omega \\ -0.553 + j0.347 \Omega & -0.403 - j0.641 \Omega \end{bmatrix}$$

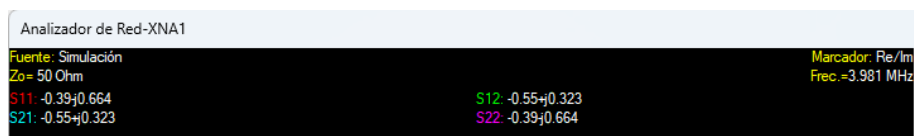
Figura 5.54. Simulacion Multisim a 3.981 MHz del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

Matriz obtenida:

Figura 5.55. Matriz obtenida en Multisim a 3.981 MHz del ejercicio 3.2

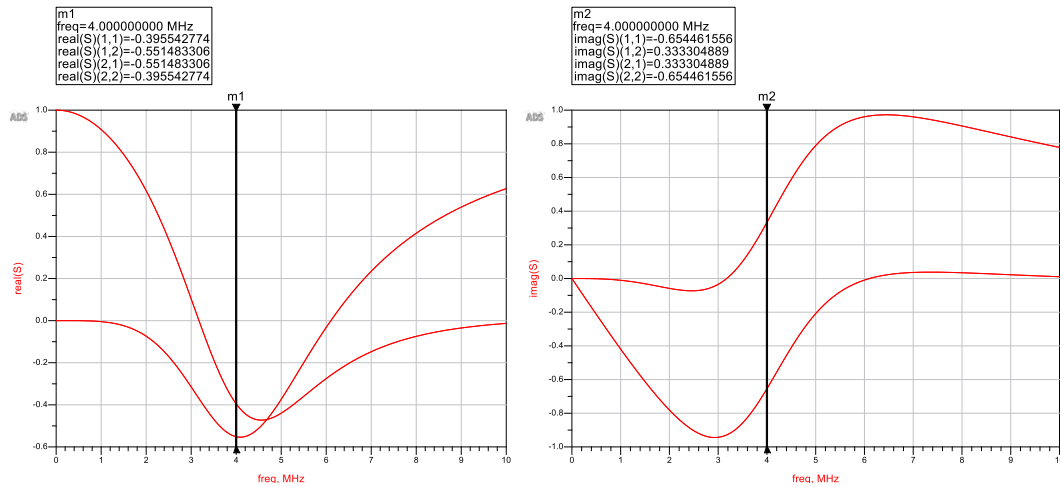


Fuente: elaboración propia.

$$S = \begin{bmatrix} -0.39 - j0.644 \, \Omega & -0.55 + j0.323 \, \Omega \\ -0.55 + j0.323 \, \Omega & -0.403 - j0.644 \, \Omega \end{bmatrix}$$

La red simulada en ADS (figura 5.56) nos muestra la respuesta del circuito y su matriz obtenida a 4 MHz, dicha matriz alcanzó los valores deseados.

Figura 5.56. Simulación ADS a 4 MHz del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

Matriz obtenida:

$$S = \begin{bmatrix} -0.395542774 - j0.654461556 \, \Omega & -0.551483306 + j0.333304889 \, \Omega \\ -0.551483306 + j0.333304889 \, \Omega & -0.395542774 - j0.654461556 \, \Omega \end{bmatrix}$$

Para la red en T podemos asumir que es simétrica ya que los valores obtenidos en Multisim y ADS son aproximado o iguales a los cálculos, esto quiere decir que los cálculos fueron efectuados correctamente. Con un barrido de frecuencias para conocer el comportamiento de dicha red obtuvimos los datos de las tablas 5.29 y 5.30.

Tabla 5.29. Resultados Multisim al medir red tipo T. Ejercicio 3.2

Frecuencia	Parámetros Multisim			
	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
500 KHz	0.977 -j0.213	-0.0003055 -j0.001	-0.0003055 -j0.001	0.977 -j0.213
1.009 MHz	0.906 -j0.423	-0.005 -j0.011	-0.005 -j0.011	0.906 -j0.423
1.545 MHz	0.776 -j0.629	-0.027 -j0.033	-0.027 -j0.033	0.776 -j0.629
2.108 MHz	0.572 -j0.813	-0.091 -j0.064	-0.091 -j0.064	0.572 -j0.813
2.624 MHz	0.319 -j0.923	-0.203 -j0.07	-0.203 -j0.07	0.319 -j0.923
3.155 MHz	0.011 -j0.931	-0.365 -j0.004	-0.365 -j0.004	0.011 +j0.931
3.793 MHz	-0.323 -j0.749	-0.531 +j0.229	-0.531 +j0.229	-0.323 +j0.749
4.159 MHz	-0.435 -j0.576	-0.552 +j0.417	-0.552 +j0.417	-0.435 -j0.576
4.666 MHz	-0.47 -j0.335	-0.474 +j0.665	-0.474 +j0.665	-0.47 -j0.335
5.116 MHz	-0.423 -j0.102	-0.335 +j0.824	-0.335 +j0.824	-0.423 -j0.102
5.61 MHz	-0.341 -j0.06	-0.162 +j0.924	-0.162 +j0.924	-0.341 -j0.06
6.011 MHz	-0.274 +j0.008	-0.029 +j0.961	-0.029 +j0.961	-0.274 +j0.008

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.30. Resultados ADS al medir red tipo T. Ejercicio 3.2

Frecuencia	Parámetros ADS			
	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
500 KHz	0.977133422 -j0.212622226	-0.000305458 -j0.001403772	-0.000305458 -j0.001403772	0.977133422 -j0.212622226
1.009 MHz	0.906179478 -j0.422726442	-0.005021875 -j0.010765165	-0.005021875 -j0.010765165	0.906179478 -j0.422726442
1.545 MHz	0.76411673 -j0.628751322	-0.027117648 -j0.033486146	-0.027117648 -j0.033486146	0.76411673 -j0.628751322
2.108 MHz	0.572249493 -j0.812567825	-0.090543255 -j0.063764932	-0.090543255 -j0.063764932	0.572249493 -j0.812567825
2.624 MHz	0.319280226 -j0.923112580	-0.202525438 -j0.070048192	-0.202525438 -j0.070048192	0.319280226 -j0.923112580
3.155 MHz	0.010341600 -j0.931087594	-0.364616623 -j0.004167282	-0.364616623 -j0.004167282	0.010341600 -j0.931087594
3.793 MHz	-0.323240060 -j0.749444976	-0.530551520 +j0.228830015	-0.530551520 +j0.228830015	-0.323240060 -j0.749444976
4.159 MHz	-0.434754126 -j0.552449149	-0.552449149 +j0.416791441	-0.552449149 +j0.416791441	-0.434754126 -j0.552449149
4.666 MHz	-0.470473016 -j0.335255956	-0.473688520 +j0.664738875	-0.473688520 +j0.664738875	-0.470473016 -j0.335255956
5.116 MHz	-0.423430169 -j0.172043874	-0.334808081 +j0.824021448	-0.334808081 +j0.824021448	-0.423430169 -j0.172043874
5.61 MHz	-0.340717024 -j0.059585916	-0.161636155 +j0.924248441	-0.161636155 +j0.924248441	-0.340717024 -j0.059585916
6.011 MHz	-0.273619210 -j0.008148886	-0.028631596 +j0.961377322	-0.028631596 +j0.961377322	-0.273619210 -j0.008148886

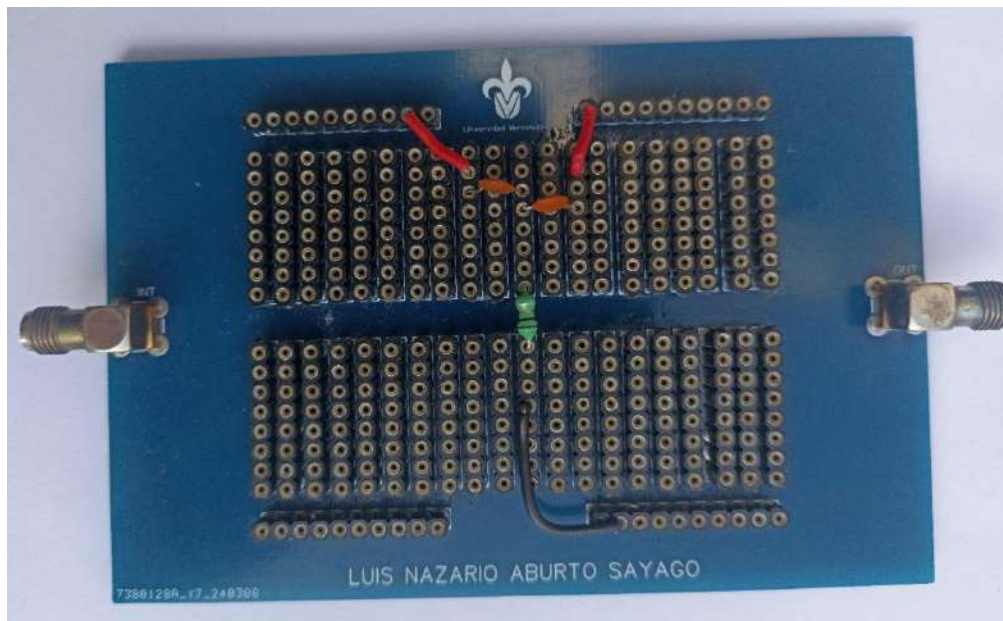
Fuente: elaboración propia.

Una vez validados los parámetros S mediante simulaciones en Multisim y ADS, podemos ver que la red es simétrica. Se procede a realizar la medición práctica utilizando el NanoVNA S-A-A-2, con el objetivo de contrastar los resultados reales con los de la simulación.

Medición práctica

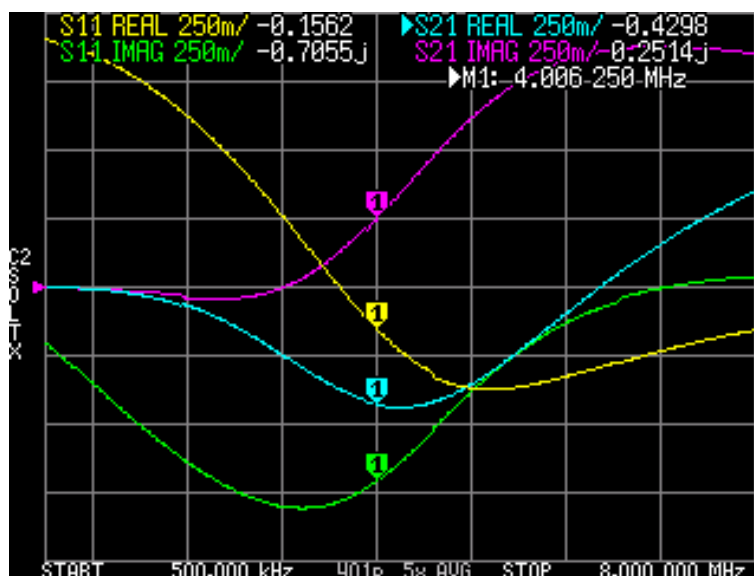
El circuito propuesto (figura 3.15) fue ensamblado en la PCB de pruebas (figura 5.57).

Figura 5.57. Circuito. Ejercicio 3.2. Montado en placa



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.58. Resultados obtenidos con el NanoVNA. Ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

Previo a la medición, se realizó el análisis en el rango de frecuencia de 500 KHz a 8 MHz (Figura 5.58). En la medición solo es posible medir los parámetros S_{11} y S_{21} . A continuación, se muestran los valores medidos, los cuales permiten una comparación directa con los valores obtenidos por simulación.

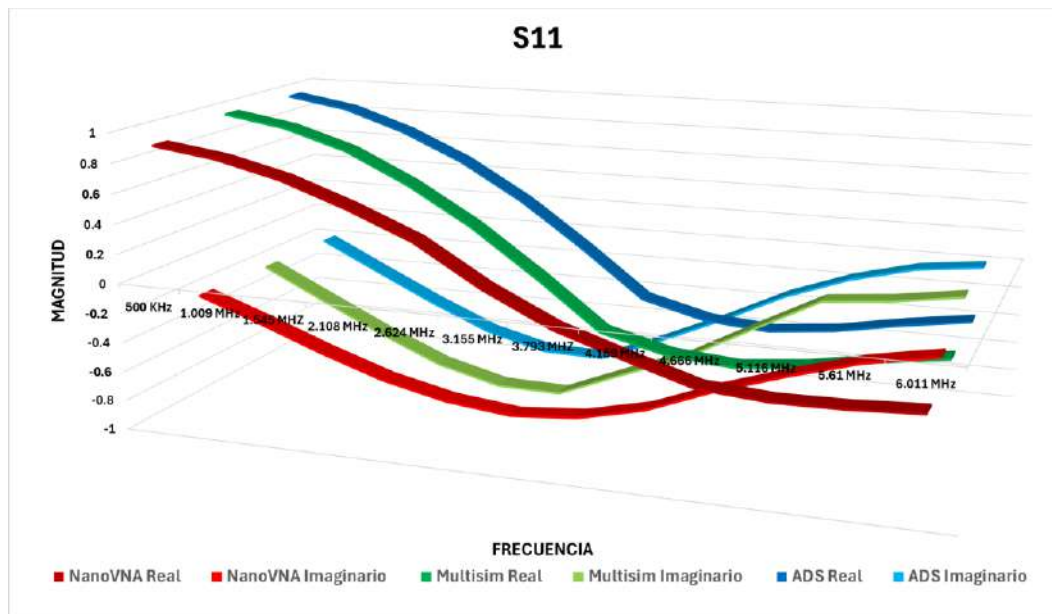
Tabla 5.31. Resultados al medir red tipo L. Ejercicio 3.2 con NanoVNA

Frecuencia	Parámetros	
	S_{11}	S_{21}
500 KHz	0.9068 -j0.2057	-0.0004 -j0.0013
1.009 MHz	0.8866 -j0.2581	-0.0060 -j0.0091
1.545 MHz	0.7626 -j0.5800	-0.0300 -j0.0263
2.108 MHz	0.5906 -j0.7640	-0.0830 -j0.0545
2.624 MHz	0.3130 -j0.8612	-0.1976 -j0.0656
3.155 MHz	0.1219 -j0.9180	-0.3279 +j0.0055
3.793 MHz	-0.2599 -j0.7715	-0.5045 +j0.1888
4.159 MHz	-0.4156 -j0.4606	-0.5088 +j0.5160
4.666 MHz	-0.4387 -j0.3929	-0.4570 +j0.6125
5.116 MHz	-0.3933 -j0.1463	-0.3260 +j0.7484
5.61 MHz	-0.3358 -j0.0460	-0.1594 +j0.8534
6.011 MHz	-0.2608 -j0.0093	-0.0295 +j0.9289

Fuente: elaboración propia.

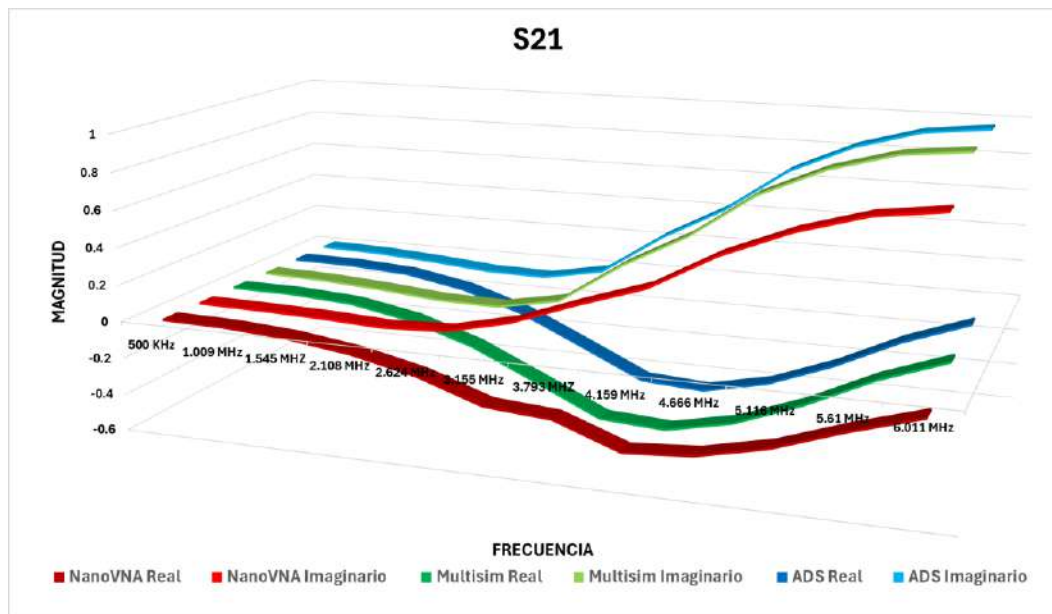
A continuación se comparan los resultados entre cada simulación y lo obtenido, lo que facilita su interpretación gráfica.

Figura 5.59. Gráfica comparativa de resultados entre simulaciones y NanoVNA del Parámetro S_{11} del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.60. Gráfica comparativa de resultados entre simulaciones y NanoVNA del Parámetro S_{21} del ejercicio 3.2



Fuente: elaboración propia.

Las mediciones obtenidas con el NanoVNA en comparación con las de las simulaciones presentan pequeñas variaciones que, en el mejor de los casos, representan los valores que se muestran en las tablas 5.32 y 5.33.

Tabla 5.32. *Porcentaje de error S_{11} . Ejercicio 3.2*

Error	Porcentaje
Error mínimo	0.15 %
Error promedio	6.2 %
Error máximo	18.5 %

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.33. *Porcentaje de error S_{21} . Ejercicio 3.2*

Error	Porcentaje
Error mínimo	0.03 %
Error promedio	12.45 %
Error máximo	25 %

Fuente: elaboración propia.

El error máximo en s_{21} y s_{11} ocurre debido a que las magnitudes en frecuencias bajas (500 KHz) es cercano a cero.

Red tipo π resistiva-capacitiva-inductiva (ejercicio 3.3)

Basándonos en el desarrollo del [Ejercicio 3.3](#), donde se representó esta red con la figura 3.19 para su implementación práctica, se analiza dicha red de dos puertos a cierta frecuencia, lo cual nos permite obtener la siguiente matriz:

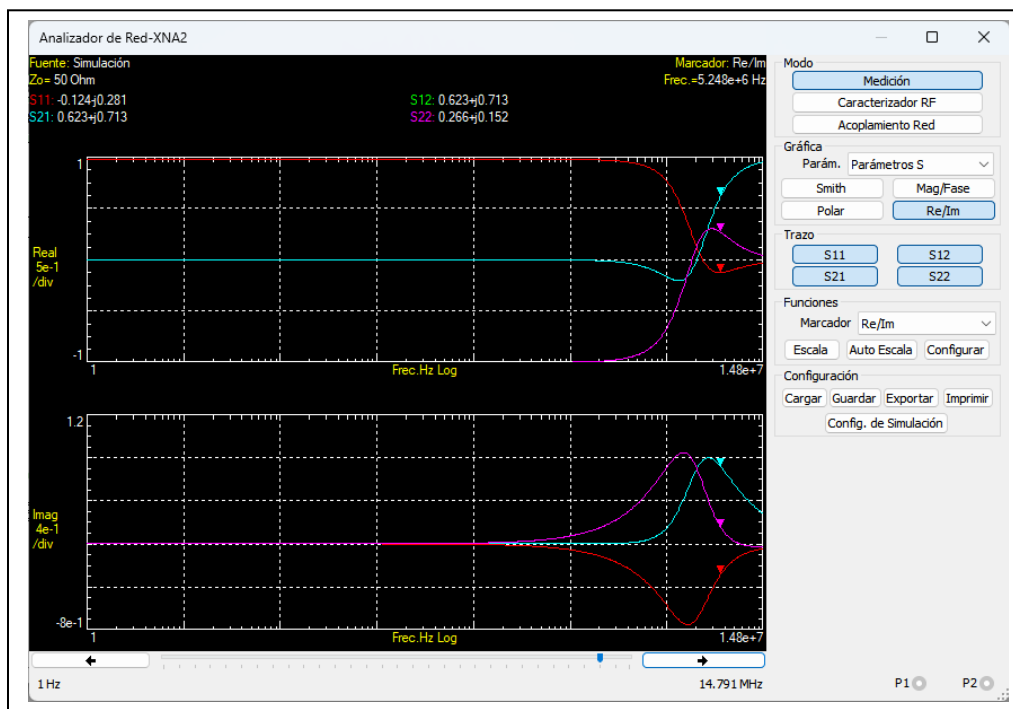
$$S = \begin{bmatrix} -0.1240423765 - j0.2860728793 \, \Omega & 0.6156958949 + j0.7173987477 \, \Omega \\ 0.6156958949 + j0.7173987477 \, \Omega & 0.2683667758 + j0.1572544995 \, \Omega \end{bmatrix}$$

Para validar el análisis se realizaron simulaciones en las mismas plataformas de las redes anteriores, para identificar los parámetros S deseados, así como el

comportamiento de dicha red en relación con los parámetros que se están analizando. A continuación se presentan los valores obtenidos en cada simulador.

La red simulada en Multisim (figuras 5.61 y 5.63) nos muestra la respuesta del circuito y su matriz obtenida aproximada a 5.2 MHz, que alcanzó los valores deseados.

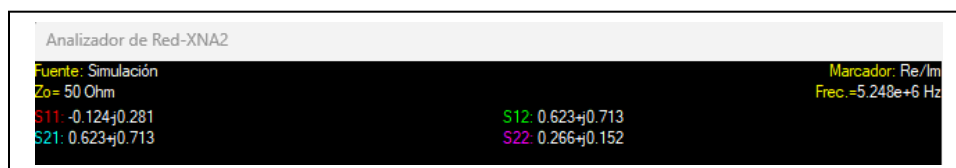
Figura 5.61. Simulación Multisim a 5.248 MHz. Ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

Matriz obtenida:

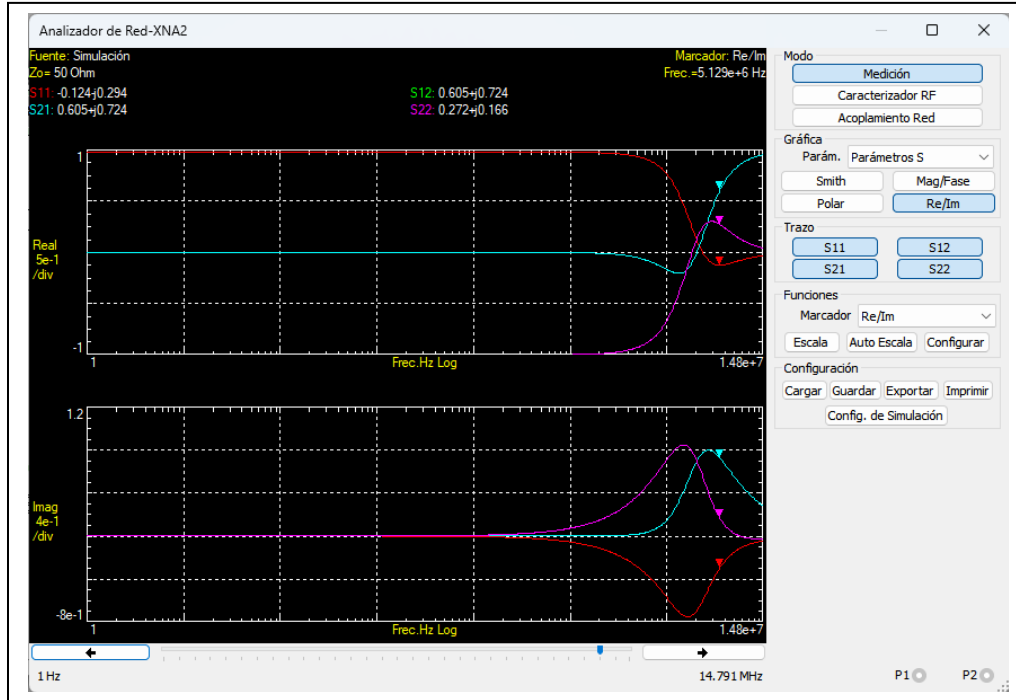
Figura 5.62. Matriz obtenida en Multisim a 5.248 MHz del ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

$$s = \begin{bmatrix} -0.124 - j0.281 \, \Omega & 0.623 + j0.713 \, \Omega \\ 0.623 + j0.713 \, \Omega & 0.266 + j0.152 \, \Omega \end{bmatrix}$$

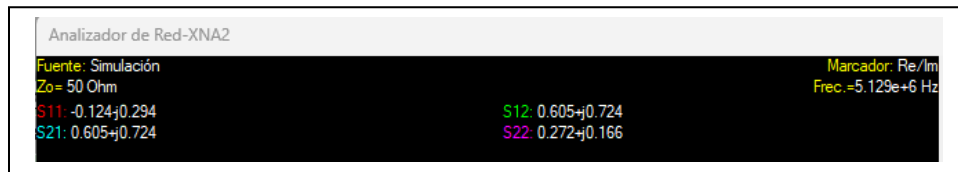
Figura 5.63. Simulación Multisim a 5.129 MHz. Ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

Matriz obtenida:

Figura 5.64. Matriz obtenida en Multisim a 5.129 MHz. Ejercicio 3.3

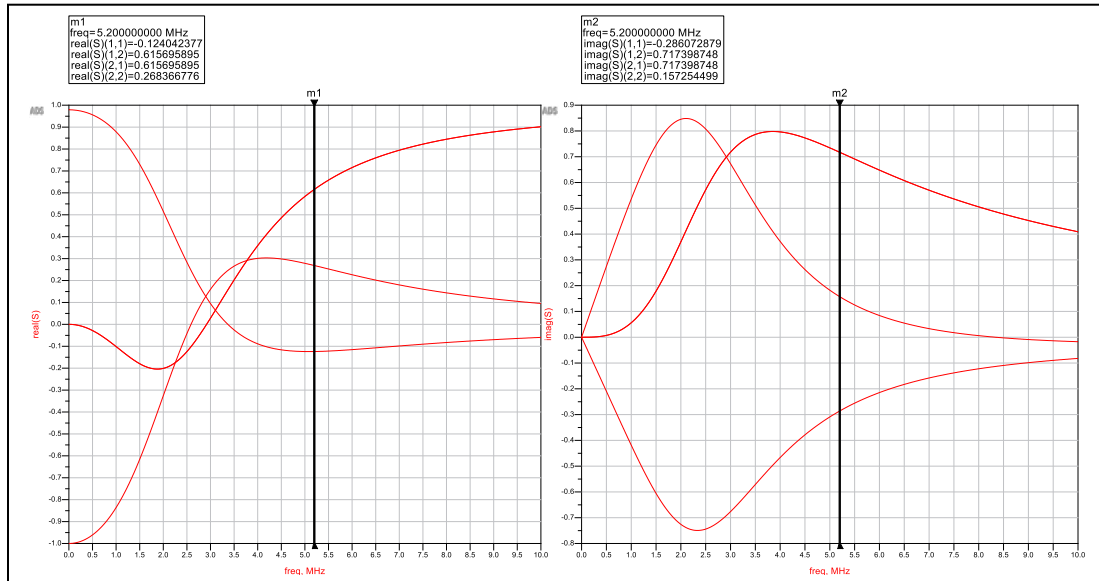


Fuente: elaboración propia.

$$s = \begin{bmatrix} -0.124 - j0.294 \, \Omega & 0.605 + j0.724 \, \Omega \\ 0.605 + j0.724 \, \Omega & 0.272 + j0.166 \, \Omega \end{bmatrix}$$

La red simulada en ADS (figura 5.65) nos muestra la respuesta del circuito y su matriz obtenida a 5.2 MHz, dicha matriz alcanzo los valores deseados.

Figura 5.65. Simulación ADS del ejercicio 3.3 a 5.2 MHz



Fuente: elaboración propia.

Matriz obtenida:

$$S = \begin{bmatrix} -0.124042377 - j0.286072879 \, \Omega & 0.615695895 + j0.717398748 \, \Omega \\ 0.615695895 + j0.717398748 \, \Omega & 0.268366776 + j0.157254499 \, \Omega \end{bmatrix}$$

Respecto a la red en π podemos asumir que es simétrica, ya que los valores obtenidos en Multisim y ADS son aproximado o iguales a los cálculos. Esto quiere decir que los cálculos fueron efectuados correctamente. Con un barrido de frecuencias para observar el comportamiento de dicha red obtuvimos los datos de las tablas 5.34 y 5.35.

Tabla 5.34. Resultados Multisim al medir red tipo π . Ejercicio 3.3

Frecuencia	Parámetros Multisim			
	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
500 KHz	0.956	-0.028	-0.028	-0.961
	-j0.21	+j0.007	+j0.007	+j0.275
1.003 MHz	0.878	-0.102	-0.102	-0.835
	-j0.42	+j0.057	+j0.057	+j0.538
1.805 MHz	0.605	-0.203	-0.203	-0.443
	-j0.69	+j0.29	+j0.29	+j0.823
2.299 MHz	0.375	-0.167	-0.167	-0.15
	-j0.749	+j0.494	+j0.494	+j0.838
2.894 MHz	0.129	-0.008	-0.008	0.125
	-j0.696	+j0.693	+j0.693	+j0.706
3.4 MHz	-0.007	0.168	0.168	0.251
	-j0.593	+j0.778	+j0.778	+j0.544
3.995 MHz	-0.089	0.358	0.358	0.301
	-j0.468	+j0.796	+j0.796	+j0.373
4.56 MHz	-0.118	0.499	0.499	0.296
	-j0.369	+j0.769	+j0.769	+j0.251
5.176 MHz	-0.124	0.612	0.612	0.27
	+j0.289	+j0.719	+j0.719	+j0.16
5.807 MHz	-0.118	0.695	0.695	0.236
	-j0.229	+j0.665	+j0.665	+j0.098
6.404 MHz	-0.109	0.752	0.752	0.206
	-j0.188	+j0.615	+j0.615	+j0.06
7.022 MHz	-0.098	0.796	0.796	0.179
	-j0.157	+j0.569	+j0.569	+j0.033

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.35. Resultados ADS al medir red tipo π . Ejercicio 3.3

Frecuencia	Parámetros ADS			
	S_{11}	S_{12}	S_{21}	S_{22}
500 KHz	0.956029530 -j0.209724970	-0.028315111 +j0.007115636	-0.028315111 +j0.007115636	-0.960989441 +j0.275023359
1.003 MHz	0.877957172 -j0.419767240	-0.101948843 +j0.056570782	-0.101948843 +j0.056570782	-0.835122803 +j0.537430432
1.805 MHz	0.605066793 -j0.689945495	-0.203250117 +j0.289979111	-0.203250117 +j0.289979111	-0.443227573 +j0.822688761
2.299 MHz	0.374633457 -j0.749195717	-0.167043145 +j0.494346652	-0.167043145 +j0.494346652	-0.149788708 +j0.838083946
2.894 MHz	0.129323452 -j0.695628592	-0.007821594 +j0.693252829	-0.007821594 +j0.693252829	0.125439789 +j0.706038799
3.4 MHz	0.0066371137 -j0.593104673	0.168105525 +j0.778256712	0.168105525 +j0.778256712	0.250986999 +j0.544351426
3.995 MHz	-0.088539388 -j0.467630245	0.357699090 +j0.796473384	0.357699090 +j0.796473384	0.300872287 +j0.372890875
4.56 MHz	-0.118089521 -j0.369264674	0.498812478 +j0.768869215	0.498812478 +j0.768869215	0.296484934 +j0.251370314
5.176 MHz	-0.124113335 -j0.288715040	0.612003243 +j0.719474325	0.612003243 +j0.719474325	0.269597481 +j0.160107865
5.807 MHz	-0.118278422 -j0.229289322	0.694924977 +j0.664594645	0.694924977 +j0.664594645	0.236354555 +j0.098455661
6.404 MHz	-0.108864807 -j0.188442635	0.751926996 +j0.615156681	0.751926996 +j0.615156681	0.206361593 +j0.059685770
7.022 MHz	-0.098352256 -j0.157092215	0.795812373 +j0.568700626	0.795812373 +j0.568700626	0.178954476 +j0.032549948

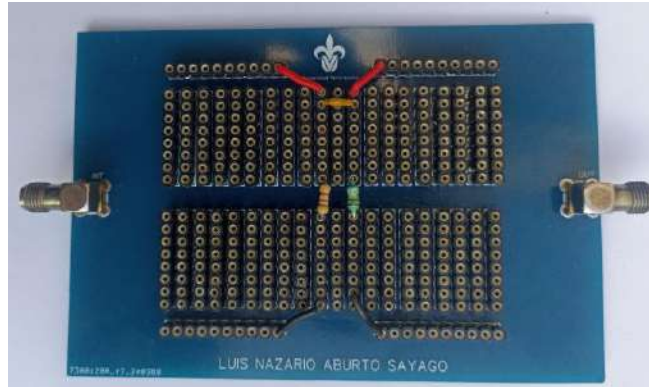
Fuente: elaboración propia.

Validados los parámetros S mediante simulaciones usadas, podemos ver que la red es simétrica. Se procede a realizar la medición práctica utilizando el NanoVNA S-A-A-2, con el objetivo de contrastar los resultados reales con los previamente obtenidos en simulación.

Medición práctica

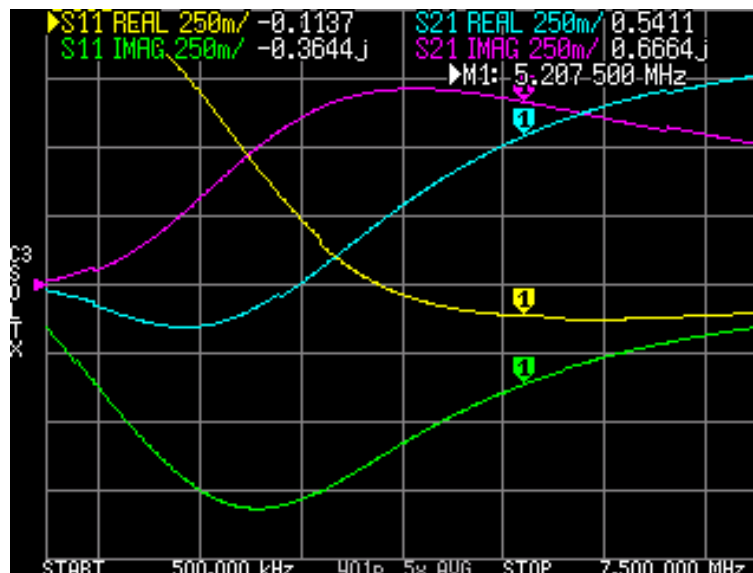
El circuito propuesto (figura 3.19) se ensambló en la PCB de pruebas (figura 5.66).

Figura 5.66. Circuito. Ejercicio 3.3. Montado en placa



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.67. Resultados obtenidos con NanoVNA. Ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

Previo a la medición, se realizó el análisis en el rango de frecuencia de 500 KHz a 7.5 MHz (Figura 5.67). En la medición solo es posible medir los parámetros S_{11} y S_{21} . A continuación, se muestran los valores medidos, los

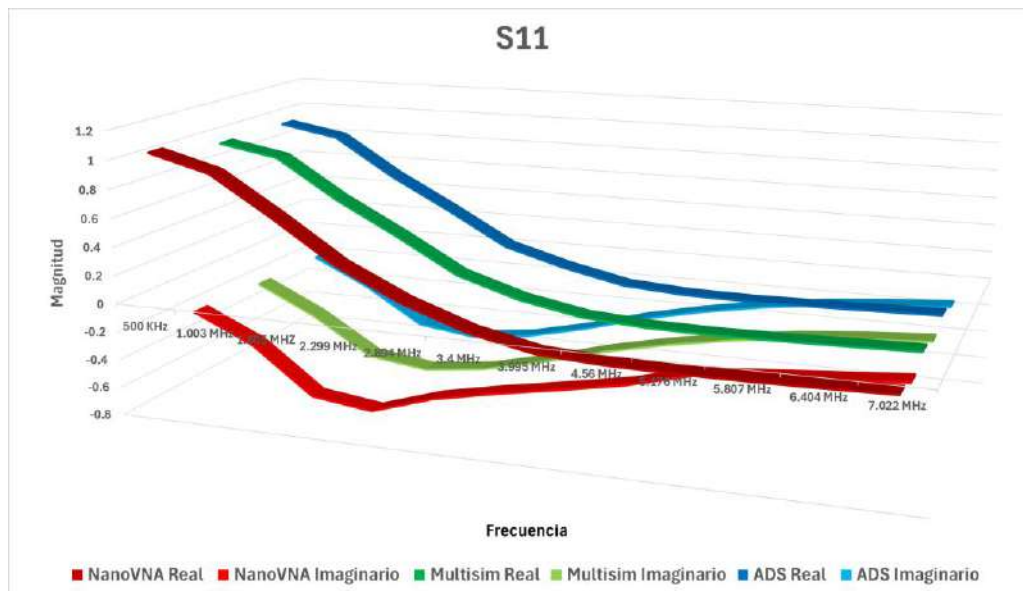
cuales permiten una comparación directa con los valores obtenidos por simulación.

Tabla 5.36. *Resultados al medir red tipo L. Ejercicio 3.3 con NanoVNA*

Frecuencia	Parámetros	
	S_{11}	S_{21}
500 KHz	1.0445 -j0.1919	-0.0250 +j0.0066
1.003 MHz	0.9298 -j0.3923	-0.0939 +j0.0583
1.805 MHz	0.6587 -j0.7236	-0.1951 +j0.2785
2.299 MHz	0.3690 -j0.7812	-0.1345 +j0.4528
2.894 MHz	0.1613 -j0.6404	-0.0102 +j0.6723
3.4 MHz	0.0072 -j0.5499	0.1591 +j0.7524
3.995 MHz	-0.0873 -j0.4705	0.3844 +j0.7333
4.56 MHz	-0.1125 -j0.3863	0.4626 +j0.7256
5.176 MHz	-0.1195 -j0.2694	0.5800 +j0.6991
5.807 MHz	-0.1178 -j0.2364	0.6729 +j0.6224
6.404 MHz	-0.1106 -j0.2004	0.7319 +j0.5958
7.022 MHz	0.1004 -j0.1648	0.7626 +j0.5456

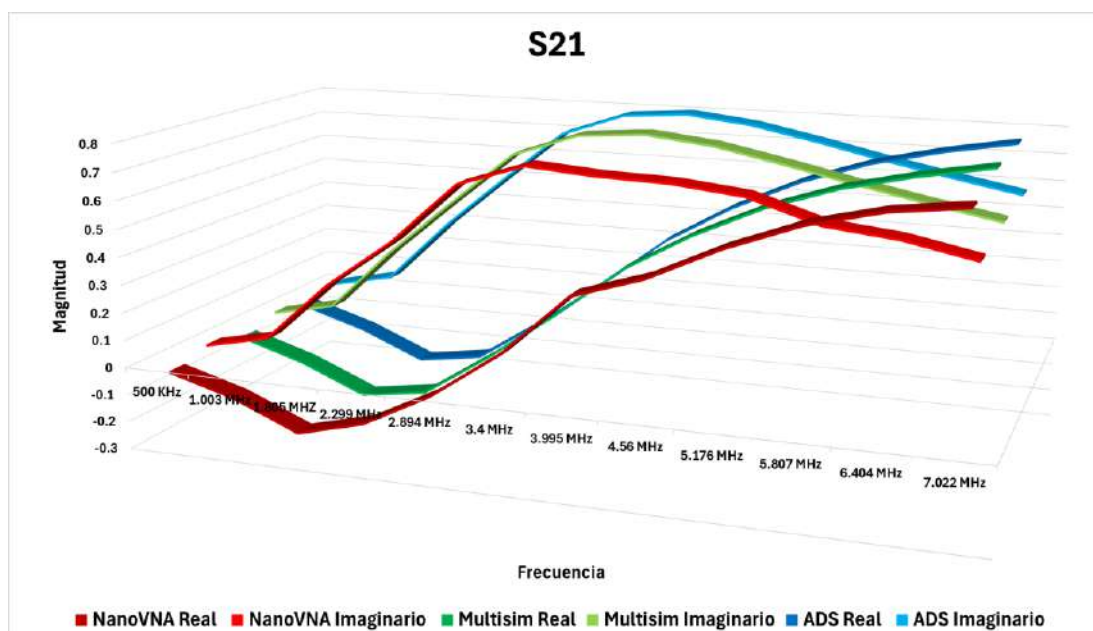
A continuación, se comparan los resultados entre cada simulación y lo obtenido, lo que facilita su interpretación gráfica.

Figura 5.68. Gráfica comparativa de resultados entre simulaciones y NanoVNA del parámetro S_{11} del ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

Figura 5.69. Gráfica comparativa de resultados entre simulaciones y NanoVNA del parámetro S_{21} del ejercicio 3.3



Fuente: elaboración propia.

Las mediciones obtenidas con el NanoVNA, en comparación con las de las simulaciones, presentan pequeñas variaciones que en el mejor de los casos representan los datos que se muestran en las tablas 5.37 y 5.38.

Tabla 5.37. *Porcentaje de error S_{11} . Ejercicio 3.3*

Error	Porcentaje
Error mínimo	0.18 %
Error promedio	5.80 %
Error máximo	15.20 %

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5.38. *Porcentaje de error S_{21} . Ejercicio 3.3*

Error	Porcentaje
Error mínimo	0.05 %
Error promedio	10.30 %
Error máximo	20.0 %

Fuente: elaboración propia.

Esta configuración se comportó como un filtro pasa-altas, con S_{21} bajo en frecuencias bajas y aumento significativo; el comportamiento en simulación y medición fue muy coherente, lo cual confirma que la respuesta frecuencial coincidía con la teoría. Se verificó que, a diferencia de la red en T, esta topología mejoraba la adaptación en altas frecuencias.

Observaciones generales

Concordancia entre métodos

Los resultados teóricos, simulados y prácticos mostraron alta coherencia en la caracterización de las redes analizadas (tipo L, T y π). En todos los casos, las matrices de parámetros S simuladas coincidieron con los cálculos analíticos validando con ello la precisión de los modelos. Las mediciones prácticas confirmaron el comportamiento esperado, aunque con desviaciones menores atribuibles a factores experimentales.

Rendimiento del NanoVNA

El NanoVNA demostró ser más confiable para la medición de parámetros S.

Tabla 5.39. Rendimiento por red del NanoVNA

Red	Precisión en s_{11} (Error promedio)	Precisión en s_{21} (Error promedio)	Comportamiento destacado
Tipo L	0.89%	7.04%	Estabilidad en frecuencia (Variación < 1%)
Tipo T	6.2%	12.45 %	Mayor error en frecuencias bajas por cercanía a cero
Tipo π	5.8%	10.3 %	Adaptación mejorada en altas frecuencias

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones clave por red

- ❖ Red tipo L (ejercicio 3.1):
 - Comportamiento plano en frecuencia (valores casi constantes de S_{11} y S_{21}).
 - Error mínimo en S_{11} (0.085 %), validando su uso como red de adaptación resistiva.
- ❖ Red tipo T (ejercicio 3.2):
 - Simetría confirmada ($S_{11} \approx S_{22}$, $S_{12} \approx S_{21}$ en simulaciones).
 - Mayor discrepancia práctica en S_{21} (25 % a 500 kHz) por baja magnitud de señal.

❖ Red tipo π (ejercicio 3.3):

- Comportamiento como filtro pasa-altas (aumento de S_{21} con frecuencia).
- Error mínimo en frecuencia central (5.2 MHz), óptimo para aplicaciones en RF.

Conclusión

En este capítulo se logró validar experimentalmente el uso del NanoVNA S-A-A-2 para analizar el comportamiento de diferentes sistemas de RF. A través de tres ejes de estudio (líneas de transmisión, filtros pasivos y redes de dos puertos), se demostró la correlación entre los modelos teóricos, las simulaciones y los resultados prácticos; destaca lo siguiente:

1) Caracterización de línea de transmisión.

- a) Se determinó la impedancia característica del cable coaxial RG-58 (48.25Ω), con un margen de error del $\pm 3 \%$ respecto al valor teórico (50Ω).
- b) La atenuación medida mostró un comportamiento proporcional a la frecuencia, validando las especificaciones del fabricante.
- c) La longitud del cable (97.4 cm) presentó una desviación mínima de (2.6 cm) respecto a la longitud física, confirmando de este modo la precisión del método de medición.

2) Análisis de circuitos resonantes y filtros.

- a) Resonadores (ejercicio 2.1 y 2.2).
 - i) Frecuencias de resonancia con errores menores al 4 % respecto a los valores teóricos.
 - ii) Anchos de banda dentro del rango esperado.
- b) Filtros pasivos.
 - i) Pasa bajas (ejercicio 2.3): frecuencia de corte práctica 9.8% inferior a la teórica, lo cual se considera dentro del margen aceptable para componentes estándar.
 - ii) Pasa altas (ejercicio 2.4): excelente concordancia en frecuencia de error.
 - iii) Pasa banda (ejercicio 2.5): frecuencia central prácticamente idéntica a la teórica.

3) Redes de dos puertos.

- a) La red tipo L resistiva (ejercicio 3.1): mostró un excelente comportamiento al esperado, con errores mínimos del 0.085 % en promedio.
- b) La red tipo T L-C (ejercicio 3.2): confirmó su simetría en S11 y comportamiento como filtro pasa bajas, aunque con algunas discrepancias en s21 respecto a bajas frecuencias.
- c) La red tipo π R-C-L (ejercicio 3.3): validó su comportamiento como filtro pasa altas, con errores menores al 6 %.

El uso conjunto de simulaciones con Multisim, Proteus, ADS y SimNEC, junto con las mediciones experimentales, proporcionó una validación sólida de los conceptos estudiados. Las discrepancias menores observadas se atribuyen a factores como la tolerancia de componentes y efectos parásitos no modelados.

El análisis de estas redes demostró que es posible caracterizar con precisión circuitos pasivos de uno y dos puertos en RF utilizando métodos prácticos y económicos. Las simulaciones, junto con las mediciones del NanoVNA, resultaron ser herramientas complementarias que permiten validar y optimizar diseños de forma accesible para entornos académicos y de prototipado.

Este trabajo reafirma la importancia de integrar teoría, simulación y práctica en el diseño y análisis de circuitos de alta frecuencia, y establece una metodología replicable para futuros estudios en el área.

Discusión y análisis de resultados

La validación experimental de los circuitos diseñados a lo largo de esta tesis ha permitido contrastar las predicciones teóricas y los resultados de simulación con mediciones físicas reales. Este proceso pone de manifiesto tanto la solidez de los modelos aplicados como las limitaciones prácticas inherentes al diseño, fabricación y medición de circuitos RF.

En el caso de los filtros pasivos (Butterworth y Chebyshev), se observó una alta coincidencia entre la frecuencia de corte teórica, los resultados simulados y las mediciones obtenidas con el NanoVNA S-A-A-2. Las diferencias en frecuencia central fueron en su mayoría menores al 5 %, lo que valida la metodología de diseño

basada en la respuesta en frecuencia. Sin embargo, se presentaron pequeñas desviaciones en la atenuación de las bandas de rechazo, atribuibles a las tolerancias de los componentes, pérdidas parásitas y efectos de montaje.

Respecto a los resonadores, la frecuencia de resonancia medida fue muy cercana a la calculada, validando el criterio de máxima transferencia de potencia. El ancho de banda experimental también se ajustó al estimado en las simulaciones, confirmando con ello la precisión del modelo RLC utilizado. Cabe destacar que, en algunos casos, el factor de calidad fue inferior al esperado, lo que puede relacionarse con la calidad de los componentes inductivos empleados.

En cuanto a las líneas de transmisión, las mediciones realizadas con el NanoVNA evidenciaron comportamientos coherentes con lo esperado, mostrando variaciones esperadas en la impedancia característica y pérdidas por atenuación a medida que se incrementaba la frecuencia, esto demuestra su utilidad como herramienta predictiva para el análisis de estructuras distribuidas.

Para las redes de dos puertos, la comparación entre las matrices S calculadas y las medidas indicó una fuerte correlación en la mayoría de los casos. Se confirmaron las simetrías esperadas en configuraciones tipo T y Pi, así como las condiciones de adaptación de impedancias en redes tipo L. No obstante, ciertas discrepancias en los valores de S_{11} y S_{21} indicaron la presencia de desadaptaciones leves, posiblemente causadas por el contacto físico de los conectores o diferencias entre el modelo teórico y el montaje experimental.

Finalmente, el uso del NanoVNA S-A-A-2 demostró ser adecuado para la caracterización de circuitos RF de bajo costo, con resultados suficientemente precisos para validaciones académicas y prototipos funcionales. A pesar de sus limitaciones (como su resolución de frecuencia o sensibilidad de ruido), permitió obtener una visión general confiable del comportamiento de cada circuito bajo prueba.

Consideraciones finales

El desarrollo del presente capítulo permitió integrar de manera efectiva la teoría, simulación y práctica en el análisis de líneas de transmisión, circuitos de RF y redes

de dos puertos, consolidando así la comprensión de fenómenos fundamentales en el diseño y comportamiento de sistemas de alta frecuencia.

Se demostró que se pueden emplear con éxito herramientas como el NanoVNA S-A-A-2 para validar el comportamiento de filtros, resonadores, líneas de transmisión, lo cual es una alternativa económica y didáctica para la caracterización en laboratorio. Los resultados medidos muestran un alto grado de coincidencia con los obtenidos por simulación, lo que confirma la eficacia de las metodologías que se emplearon.

Las pequeñas discrepancias encontradas entre teoría y práctica destacan la importancia de considerar los efectos parásitos, tolerancias de componentes y limitaciones instrumentales durante el diseño. Estos factores, si bien no afectan gravemente el desempeño funcional de los circuitos presentados, se vuelven críticos en aplicaciones de mayor exigencia, donde la precisión y estabilidad son prioritarias.

Finalmente, el enfoque empleado sienta una base sólida para futuros desarrollos en áreas como diseño de antenas, filtros avanzados, sistemas de comunicación inalámbrica y electrónica de microondas, permitiendo al estudiante o investigador aplicar principios fundamentales con visión práctica y criterio técnico.

Recomendaciones y perspectivas futuras

Recomendaciones técnicas

Precisión en los componentes. Es importante emplear componentes electrónicos con tolerancias bajas (preferentemente 1 % o menores) en prototipos RF, ya que pequeñas variaciones pueden afectar significativamente la respuesta en frecuencia, especialmente en circuitos resonantes y filtros.

Modelado de elementos pasivos. En las simulaciones, es recomendable considerar modelos no ideales que incluyan efectos parásitos, pérdidas dieléctricas, y resistencias serie para inductores, ya que estos elementos impactan en el ancho de banda, la ganancia y la selectividad del sistema.

Comparación entre simulaciones. La utilización conjunta de varios entornos de simulación (Multisim, ADS, SimNEC) permite obtener una visión más

completa del comportamiento del circuito. Comparar sus resultados es fundamental para detectar inconsistencias o validar tendencias generales.

Uso adecuado del NanoVNA. Aunque el NanoVNA S-A-A-2 ha demostrado ser una herramienta accesible y funcional para la caracterización de prototipos, se sugiere realizar una calibración rigurosa con estándares SOLT y repetir mediciones para asegurar la consistencia de los resultados.

Perspectivas futuras

Extensión a frecuencias más altas. En investigaciones futuras se puede considerar el uso de analizadores de redes más avanzados que permitan evaluar circuitos en rangos superiores a los 3 GHz, ampliando así el campo de aplicación a tecnologías como Wi-Fi, Bluetooth o 5G.

Aplicaciones específicas. La implementación práctica de los circuitos diseñados en contextos reales (como dispositivos IoT, módulos de comunicaciones, sensores inalámbricos o sistemas embebidos) puede ser una vía para validar no solo el diseño, sino también su integración en sistemas de mayor complejidad.

Automatización del análisis. El desarrollo de *scripts* o sistemas automatizados para analizar respuestas de filtros y redes de dos puertos (por ejemplo, mediante Python) podría agilizar y estandarizar la comparación entre simulaciones y mediciones reales.

Estas recomendaciones buscan fomentar una cultura de diseño riguroso, validación multidisciplinaria y proyección a largo plazo, factores que son clave para enfrentar los desafíos actuales en el campo de la ingeniería electrónica y las telecomunicaciones.

Formulario

Tabla de prefijos y magnitudes

PREFIJO				SIMBOLO		FACTOR		EQUIVALENTE	
MÚLTIPLOS	Exa		E		x10 ¹⁸	1 x10 ¹⁸	x10 ¹⁸	1000000000000000000	
					x10 ¹⁷	0.1 x10 ¹⁸		1000000000000000000	
					x10 ¹⁶	0.01 x10 ¹⁸		1000000000000000000	
	Peta		P		x10 ¹⁵	1 x10 ¹⁵	x10 ¹⁵	1000000000000000000	
					x10 ¹⁴	0.1 x10 ¹⁵		1000000000000000000	
					x10 ¹³	0.01 x10 ¹⁵		1000000000000000000	
	Tera		T		x10 ¹²	1 x10 ¹²	x10 ¹²	1000000000000000000	
					x10 ¹¹	0.1 x10 ¹²		1000000000000000000	
					x10 ¹⁰	0.01 x10 ¹²		1000000000000000000	
	Giga		G		x10 ⁹	1 x10 ⁹	x10 ⁹	1000000000000000000	
					x10 ⁸	0.1 x10 ⁹		1000000000000000000	
					x10 ⁷	0.01 x10 ⁹		1000000000000000000	
	Mega		M		x10 ⁶	1 x10 ⁶	x10 ⁶	1000000000000000000	
					x10 ⁵	0.1 x10 ⁶		1000000000000000000	
					x10 ⁴	0.01 x10 ⁶		1000000000000000000	
Kilo	Kilo	K	K	x10 ³	1 x10 ³	x10 ³	1000		
	Hecta		h	x10 ²	0.1 x10 ³		100		
	Deca		da	x10 ¹	0.01 x10 ³		10		
UNIDAD					x10 ⁰		1		
SUBMÚLTIPLOS	Mili	Deci	m	d	x10 ⁻¹	100 x10 ⁻³	x10 ⁻³	0.1	
		Cente		c	x10 ⁻²	10 x10 ⁻³		0.01	
		Mili		m	x10 ⁻³	1 x10 ⁻³		0.001	
	Micro		μ		x10 ⁻⁴	100 x10 ⁻⁶	x10 ⁻⁶	0.0001	
					x10 ⁻⁵	10 x10 ⁻⁶		0.00001	
					x10 ⁻⁶	1 x10 ⁻⁶		0.000001	
	Nano		n		x10 ⁻⁷	100 x10 ⁻⁹	x10 ⁻⁹	0.0000001	
					x10 ⁻⁸	10 x10 ⁻⁹		0.00000001	
					x10 ⁻⁹	1 x10 ⁻⁹		0.000000001	
	Pico		p		x10 ⁻¹⁰	100 x10 ⁻¹²	x10 ⁻¹²	0.0000000001	
					x10 ⁻¹¹	10 x10 ⁻¹²		0.00000000001	
					x10 ⁻¹²	1 x10 ⁻¹²		0.000000000001	
	Femto		f		x10 ⁻¹³	100 x10 ⁻¹⁵	x10 ⁻¹⁵	0.0000000000001	
					x10 ⁻¹⁴	10 x10 ⁻¹⁵		0.00000000000001	
					x10 ⁻¹⁵	1 x10 ⁻¹⁵		0.000000000000001	
	Atto		a		x10 ⁻¹⁶	100 x10 ⁻¹⁸	x10 ⁻¹⁸	0.0000000000000001	
					x10 ⁻¹⁷	10 x10 ⁻¹⁸		0.00000000000000001	
					x10 ⁻¹⁸	1 x10 ⁻¹⁸		0.000000000000000001	

PARÁMETROS PRIMARIOS			
EFECTO PIEL			
$\ell = \delta \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma_c}}$		$\delta = \text{Efecto piel}$ $\omega = \text{Velocidad angular}$ $\mu = \text{Permeabilidad del medio}$ $\sigma = \text{Conductividad eléctrica}$	
Velocidad angular	Permeabilidad del medio	Conductividad eléctrica	
$\omega = 2\pi f$	$\mu = \mu_r * \mu_0$	$\sigma = \sigma_d \text{ o } \sigma_c$ $\sigma_d = \omega * \epsilon * \tan \delta$	
$f = \text{Frecuencia}$	$\mu_r = \text{Constante de permeabilidad relativa del medio (REVISAR TABLAS)}$	$\sigma_d = \text{Conductividad del dieléctrico}$	$\sigma_c = \text{Conductividad del conductor}$
Por lo regular cuando no se tiene una frecuencia se usa una frecuencia de muestra de 1KHz	$\mu_0 = \text{Permeabilidad en el vacío } (4\pi \times 10^{-7})$	$\epsilon = \text{Permitividad del dieléctrico}$	$\tan \delta = \text{Tangente de pérdidas (REVISAR TABLAS)}$
La permeabilidad en el aire es la que utilizaremos normalmente		Tangente de pérdida	$\tan \delta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon}$
$\mu_{\text{aire}} = \mu_r * \mu_0 = 1 * 4\pi \times 10^{-7} = 4\pi \times 10^{-7}$			
Permitividad del dieléctrico			
$\epsilon = \epsilon_T$ $\epsilon_T = \epsilon_r * \epsilon_0$	$\epsilon_r = \text{Permitividad relativa del medio (REVISAR TABLAS)}$ $\epsilon_0 = \text{Permitividad en el vacío } 8.8542 \times 10^{-12} \text{ F/m}$		
Para determinar qué tipo de frecuencia es, se considera...	$\delta \geq r$ Baja frecuencia	$\delta < r$ Alta frecuencia	Baja frecuencia >> Low frequency (L.F) Alta frecuencia >> High frequency (H.F)

PARÁMETROS PRIMARIOS			
L= INDUCTANCIA H/m	R = RESISTENCIA Ω/m	C = CAPACITANCIA F/m	G =CONDUCTANCIA1/Ωm
Línea bifilar			
Baja frecuencia			
$L = \frac{\mu}{\pi} \left[\frac{1}{4} + \cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right) \right]$ $C = \frac{\pi \epsilon}{\cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)}$		$R = \frac{2}{\sigma_c \pi a^2}$ $G = \frac{\pi \sigma_d}{\cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)}$	
Alta frecuencia			
$L = \frac{\mu}{\pi} \left[\cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right) \right] \approx \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{a} \right)$ (a ≪ d)*		$R = \frac{1}{\pi a \delta \sigma_c}$	
* $\cosh(x) = \frac{(e^x + e^{-x})}{2}$, si (a ≪ d), aproximadamente $\frac{d}{a} \geq 10$, resultado de la operación $\cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)$ se puede aproximar por $\ln \left(\frac{d}{a} \right)$			
$C = \frac{\pi \epsilon}{\cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)} \approx \frac{\pi \epsilon}{\ln \left(\frac{d}{a} \right)}$ (a ≪ d)		$G = \frac{\pi \sigma_d}{\cosh^{-1} \left(\frac{d}{2a} \right)}$	

Cable coaxial	
Frecuencia de corte	
$F_{\text{Corte}} \cong \frac{7.51}{\sqrt{\epsilon_r}} \left(\frac{1}{2a + ab} \right)$	$\epsilon_r = \text{Constante de Permitividad Relativa del Medio (revisar tablas)}$

Baja frecuencia	
$L = \frac{\mu}{2\pi} \left\{ \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4(c^2 - b^2)} \left[b^2 - 3c^2 + \frac{4c^4}{(c^2 - b^2)} \ln \left(\frac{c}{b} \right) \right] \right\}$	

$$R = \frac{1}{\pi \sigma_c} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2 - b^2} \right)$$

$$C = \frac{2\pi \varepsilon}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)}$$

$$G = \frac{2\pi \sigma_d}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)}$$

Alta frecuencia

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$R = \frac{1}{2\pi \delta \sigma_c} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$C = \frac{2\pi \varepsilon}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)}$$

$$G = \frac{2\pi \sigma_d}{\ln \left(\frac{b}{a} \right)}$$

Líneas de placas paralelas (dos conductores planos)

Como estas líneas se usan generalmente a altas frecuencias solo se dan las fórmulas correspondientes a dicha situación. En las expresiones se considera que $b \gg a$

Alta frecuencia

$$L = \frac{\mu a}{b}$$

$$R = \frac{2}{\sigma_c \delta b}$$

$$C = \frac{\varepsilon b}{a}$$

$$G = \frac{\sigma_d b}{a}$$

Parámetros secundarios

Impedancia característica (Ω)

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}} (\Omega)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{X}{Y}} (\Omega)$$

L = Inductancia
 R = Resistencia
 C = Capacitancia
 G = Conductancia
 ω = Velocidad angular
 j = Numero imaginario (parte imaginaria)
 f = Frecuencia
 M = Magnitud
 α = Angulo

$$X = R + j\omega L$$

$$Y = G + j\omega C$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}} \rightarrow Z_0 = \sqrt{\frac{(X)}{(Y)}} \rightarrow (\text{Se pasa a polar}) Z_0 = \sqrt{\frac{M_X \angle \alpha_X}{M_Y \angle \alpha_Y}} \rightarrow Z_0 = \sqrt{\frac{(M_X)}{(M_Y)}} \angle \alpha_X - \alpha_Y \rightarrow Z_0 = \sqrt{\frac{(M_X)}{(M_Y)}} \angle \left(\frac{\alpha_X - \alpha_Y}{2} \right) \rightarrow$$

$$Z_0 = M_T \angle \alpha_T \rightarrow (\text{Se pasa a rectangular}) Z_0 = a + jb$$

En función de parámetros eléctricos

Para frecuencias extremadamente bajas

Para frecuencias extremadamente altas o baja pérdida

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_{\text{MEDIO}}}{\varepsilon_T}} \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R}{G}}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

μ_{MEDIO} = Permeabilidad del medio
 ε_T = Permitividad del dieléctrico

R = Resistencia
 G = Conductancia

L = Inductancia
 C = Capacitancia
 ω = Velocidad angular

$$Z_0 = \frac{\sqrt{(R + j\omega L)} \sqrt{(R + j\omega L)}}{\sqrt{(G + j\omega C)} \sqrt{(R + j\omega L)}} = \frac{(R + j\omega L)}{\gamma} = -\frac{V_{\text{ref}}}{I_{\text{ref}}} = \frac{V_{\text{inc}}}{I_{\text{inc}}}$$

Constante de propagación

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$$\gamma = \sqrt{ZY}$$

$$Z = R + j\omega L$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$Y = G + j\omega C$$

$$\gamma^2 = YZ$$

$$\gamma = \sqrt{YZ}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \rightarrow \gamma = \sqrt{(Z)(Y)} \rightarrow (\text{Se pasa a polar}) \gamma = \sqrt{(M_Z \angle \alpha_Z)(M_Y \angle \alpha_Y)} \rightarrow$$

$$\gamma = \sqrt{(M_Z)(M_Y)} \angle \frac{(\alpha_Z + \alpha_Y)}{2} \rightarrow$$

$$\gamma = M_T \angle \alpha_T \rightarrow (\text{Se pasa a rectangular}) \gamma = \alpha + j\beta$$

Atenuación (Np/M)

α = Atenuación (Np/M)
(Neper/Metro)
 $1 \text{ Np/m} = 8.686 \text{ dB}$

Despejado de la parte real de la forma rectangular de γ

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} + RG - \omega^2 LC \right]^{\frac{1}{2}}$$

Constante de fase

β = Constante de fase o rapidez de cambio de fase
 $\left(\frac{\text{rad}}{\text{m}}\right)$

Líneas de baja pérdida

$$j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

Otras fórmulas para obtener constante de fase

$$j\beta = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{MEDIO}}}$$

$$j\beta = j \frac{\omega}{V_p}$$

$$j\beta = \frac{\omega\sqrt{\epsilon_r}}{V_{\text{luz}}}$$

$$j\beta(\ell + \lambda) - \beta\ell = 2\pi$$

$$j\beta = -\frac{1}{2\ell} [\theta \pm 2\pi\ell_\lambda]$$

L = Inductancia

C = Capacitancia

λ_{MEDIO} = Longitud de onda en el medio

ω = Velocidad angular

V_p = Velocidad de fase

V_{luz} = Velocidad de la luz

ϵ_r = Permitividad relativa del medio (REVISAR TABLAS)

ℓ = Longitud

ℓ_λ = Longitud en términos de λ

θ = Ángulo

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{Z}{X} \right)$$

Velocidad de onda

$$V = V_{\text{onda}} \quad V_{\text{onda}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{V_{\text{LUZ}}}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

*Tomando en cuenta la permeabilidad magnética

$$V = \frac{V_{\text{LUZ}}}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

$c = V_{\text{LUZ}} = \text{VELOCIDAD DE LA LUZ}$

$V_{\text{LUZ}} = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$ para más exacto se puede utilizar $2.9979 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$

ϵ_r = Constante de permitividad relativa del medio (REVISAR TABLAS)

μ_r = Constante de permeabilidad relativa del medio (REVISAR TABLAS)

Velocidad de fase

$$V_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi f}{\beta} \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right)$$

*Si $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ entonces

$$V_p = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \lambda f = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}} \right)$$

$$V_p = \lambda f \quad V_p = V_{\text{luz}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{rd}}}$$

$P = \text{PHASE} \Rightarrow \text{FASE}$

ω = Velocidad o frecuencia angulares $\left(\frac{\text{rad}}{\text{seg}}\right)$

β = Constante de fase o parte imaginaria de la constante de propagación $\left(\frac{\text{rad}}{\text{metro}}\right)$

$c = V_{\text{LUZ}} = \text{Velocidad de la luz}$

$V_{\text{LUZ}} = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$ para más exacto se puede utilizar $\Rightarrow 2.9979 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$

ϵ_r = constante de permitividad relativa del medio (REVISAR TABLAS)

Para líneas de baja pérdida

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

L = Inductancia

C = Capacitancia

$\mu = \mu_{\text{MEDIO}} = \text{Permeabilidad del medio}$

ϵ = Permitividad del dieléctrico

Factor de velocidad o factor de programación

$$F.P. = \frac{V_p(\text{medio})}{f}$$

$$F.P. = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

V_p = Velocidad de fase

f = Frecuencia

ϵ_r = Constante de permitividad relativa del medio (REVISAR TABLAS)

Tiempo de retardo

$$t_d = \frac{\ell}{V_p}$$

$$t_d = \frac{\beta\ell}{\omega}$$

$$t_d = \frac{\ell \left(\frac{1}{f} \right)}{\lambda_{\text{MEDIO}}}$$

t_d = Tiempo delay $\Rightarrow$ Tiempo de retardo

ℓ = Longitud

V_p = Velocidad de fase

β = Constante de fase o parte imaginaria de la constante de propagación

$\left(\frac{\text{rad}}{\text{metro}}\right)$

ω = Velocidad angular

Longitud de onda dentro del medio de propagación

$$\lambda_{\text{MEDIO}} = \frac{2\pi}{\beta}$$

β = Constante de fase $\left(\frac{\text{rad}}{\text{metro}}\right)$

$c = V_{\text{LUZ}} = \text{Velocidad de la luz}$

Longitud de onda

$$\lambda_0 = \frac{V_{LUZ}}{f}$$

$V_{LUZ} = 3 \times 10^8 \frac{m}{seg}$ para más exacto se puede utilizar $2.9979 \times 10^8 \frac{m}{seg}$
 $\epsilon_r =$ Constante de permitividad relativa del medio (revisar tablas)
 $\lambda_0 =$ Longitud de onda en el espacio
 $f =$ Frecuencia

$$\lambda_{MEDIO} = \frac{V_{Onda}}{f}$$

$$\lambda_{MEDIO} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r} f} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{V_{LUZ}}{f} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

Longitudes de una línea de transmisión

Longitud eléctrica

$$\ell_e = \ell \sqrt{\epsilon_{rd}}$$

$\ell =$ Longitud

Longitud en términos de λ

$$\ell_\lambda = \frac{\ell (m)}{\lambda_{medio} (m)}$$

$\epsilon_r =$ Constante de permitividad relativa del medio (revisar tablas)

$\lambda_{MEDIO} =$ Longitud de onda en el medio

$\beta =$ Constante de fase $\left(\frac{rad}{metro}\right)$

Longitud en ° eléctricos

$$\ell_{oe} = \frac{\beta \cdot \ell_\lambda}{F.P} = \frac{\frac{2\pi}{\lambda_{medio}} \cdot \ell_\lambda}{F.P} = \frac{360 \cdot \ell_\lambda}{F.P}$$

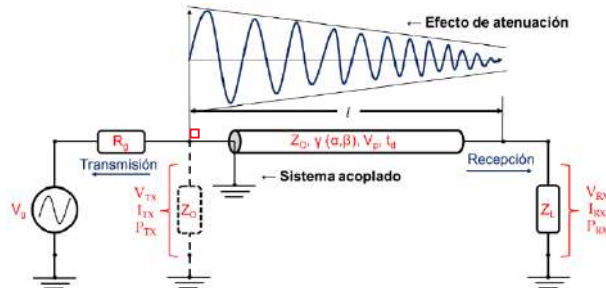
Ángulo de desfase – desplazamiento de fase

$$\theta_{desf} = 360^\circ \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)$$

Longitud de la línea para obtener un desplazamiento desfase deseado

$$\ell = \frac{\theta_{desf}}{360^\circ} \lambda_{medio}$$

Propagación de señales en líneas acopladas



Parámetros de transmisión de la línea

$$V_{Tx} = \frac{V_g \times Z_x}{Z_x + R_g} \quad V_{inc} = \frac{I_L}{2} (Z_L + Z_o) e^{\gamma \ell} \quad I_{Tx} = \frac{V_g}{Z_o + R_g} \quad P_{Tx} = I_{Tx}^2 \times Z_x = \frac{V_{Tx}^2}{Z_x}$$

Impedancia en la entrada de la línea

$$Z(entrada) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_o \frac{V_{inc} e^{+\gamma \ell} + V_{ref} e^{-\gamma \ell}}{I_{inc} e^{+\gamma \ell} - I_{ref} e^{-\gamma \ell}}$$

*se sustituye x como $x = -\ell$ quedando la ecuación para obtener la impedancia a la entrada de la línea Z_x , donde ℓ es la longitud de la línea

$$Z(entrada) = Z_o \frac{Z_L \cos(\beta \ell) + j Z_o \sin(\beta \ell)}{Z_o \cos(\beta \ell) + j Z_L \sin(\beta \ell)}$$

$$Z(entrada) = Z_o \frac{Z_L + j Z_o \tan(\gamma \ell)}{Z_o + j Z_L \tan(\gamma \ell)}$$

$$Z(\text{entrada}) = Z_o \frac{1 + K_r^{-2\gamma\ell}}{1 - K_r^{-2\gamma\ell}}$$

Voltaje en la línea en una longitud determinada

Para líneas no acoplada

$$V(\ell) = \frac{I_L}{2} \left[(Z_L + Z_o)e^{-\gamma\ell} + (Z_L - Z_o)e^{-\gamma\ell'} \right]$$

Señal incidente *Señal reflejada*

$$V(\ell) = V_{Tx}(\cos\alpha\ell - j\sen\alpha\ell)(\cos\beta\ell - j\sen\beta\ell) - V_{ref}(\cos\alpha\ell - j\sen\alpha\ell)(\cos\beta\ell - j\sen\beta\ell)$$

Para líneas acopladas

$$V(\ell) = V_{Tx}e^{-\gamma\ell} = V_{Tx}e^{-\alpha\ell}e^{-j\beta\ell} \quad \text{línea presenta } \alpha \text{ y } \beta$$

$$V(\ell) = V_{Tx}e^{-\gamma\ell} = V_{Tx}e^{-\beta\ell} \quad \text{Línea sin pérdidas } \alpha = 0$$

Corriente en la línea en una longitud determinada

$$I(\ell) = I_{Tx}e^{-\gamma\ell} = I_{Tx}e^{-\alpha\ell}e^{-j\beta\ell} \quad \text{línea presenta } \alpha \text{ y } \beta$$

$$I(\ell) = I_{Tx}e^{-\gamma\ell} = I_{Tx}e^{-\beta\ell} \quad \text{Línea sin pérdidas } \alpha = 0$$

Impedancia en la línea en una longitud determinada

*Considerando que la longitud a emplear comienza desde Z_L por la línea hacia el generador

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_o \frac{V_{inc}e^{-\gamma x} + V_{ref}e^{+\gamma x}}{I_{inc}e^{-\gamma x} - I_{ref}e^{+\gamma x}}$$

$$Z(x) = Z_o \frac{1 + K_r^{+2\gamma x}}{1 - K_r^{+2\gamma x}}$$

$$Z(x) = Z_o \frac{Z_L + Z_o \tanh(\gamma\ell)}{Z_o + Z_L \tanh(\gamma\ell)}$$

Impedancia en la línea en una longitud determinada

(sin pérdidas) $\alpha = 0$

*Considerando que la longitud a emplear comienza desde Z_L por la línea hacia el generador

$$Z(x) = Z_o \frac{Z_L \cos(\beta\ell) + j Z_o \sin(\beta\ell)}{Z_o \cos(\beta\ell) + j Z_L \sin(\beta\ell)} \quad Z(x) = Z_o \frac{Z_L + Z_o \tanh(j\beta\ell)}{Z_o + Z_L \tanh(j\beta\ell)} \quad (x) = Z_o \frac{Z_L - j Z_o \tan(\gamma\ell)}{Z_o - j Z_L \tan(\gamma\ell)}$$

IMPEDANCIA EN LA CARGA $\rightarrow Z_L$

$$Z_L = Z_o \frac{V_{inc} + V_{ref}}{I_{inc} - I_{ref}}$$

VOLTAJE RECIBIDO EN LÍNEAS ACOPLADAS $\rightarrow V_{Rx}$

$$V_{Rx} = V_{Tx} e^{-\gamma \ell} = V_{Tx} e^{-\alpha \ell} e^{-j\beta \ell}$$

Magnitud	Fase
	$e^{-\beta \ell} = \cos(\beta \ell) - j \sin(\beta \ell)$
$V_{Rx} = V_{Tx} e^{-\alpha \ell (\text{longitud de la línea})}$	*El ángulo de la forma polar del resultado será en radianes
	$j\beta = \frac{\left(\frac{\lambda_{medio}}{\ell}\right) \times 360^\circ}{F.P.}$

Longitud de una LT para un V_{Rx} esperado	Corriente recibida en la carga
--	--------------------------------

$$\ell = \frac{\ln\left(\frac{V_{Rx}}{V_{Tx}}\right)}{-\alpha}$$

$$I_{Rx} = \frac{V_{Rx}}{Z_L}$$

Potencia recibida en la carga	Voltaje reflejado
-------------------------------	-------------------

$$P_{Tx} = I_{Tx}^2 \times Z_L = \frac{V_{Tx}^2}{Z_L}$$

$$V_{ref} = Kr * V_{inc}$$

Impedancia de entrada en casos especiales de Z_L

Caso 2 – carga en corto circuito ($Z_L=0$)

$$Z_{ent \rightarrow C.C.} = \frac{V(-\ell)}{I(-\ell)} = Z_o \frac{V_{inc}(e^{\gamma \ell} - e^{-\gamma \ell})}{V_{inc}(e^{\gamma \ell} + e^{-\gamma \ell})}$$

$$Z_{ent \rightarrow C.C.} = Z_o \frac{1 - e^{-2\gamma \ell}}{1 + e^{-2\gamma \ell}} = Z_o \tanh(\gamma \ell)$$

Si la línea es suficientemente corta cumpliéndose $|\ell| \ll 1$

$$Z_{ent \rightarrow C.C.} = Z_o \frac{1 + e^{-2\gamma \ell}}{1 - e^{-2\gamma \ell}} \approx Z_o \frac{1 - (1 - 2\gamma \ell)}{1 + (1 - 2\gamma \ell)}$$

$$Z_{ent \rightarrow C.C.} = Z_o \frac{2\gamma \ell}{2 - 2\gamma \ell} = Z_o \frac{1}{\frac{1}{\gamma \ell} - 1} \approx Z_o \gamma \ell$$

$$Z_{nt \rightarrow C.C.} = \ell(R + j\omega L)$$

A partir de los parámetros primarios y longitud física

$$Kr = \frac{V_{ref}}{V_{inc}} = -1$$

$Z_L = 0$ Forma onda estacionarias de I y V separadas $\lambda/4$ (90°)

Caso 3 – carga en circuito abierto ($Z_L = \infty$)

$$Z_{ent \rightarrow C.A.} = \frac{V(-\ell)}{I(-\ell)} = Z_o \frac{e^{\gamma \ell} + e^{-\gamma \ell}}{e^{\gamma \ell} - e^{-\gamma \ell}}$$

$$Z_{ent \rightarrow C.A.} = Z_o \frac{e^{\gamma \ell} + e^{-\gamma \ell}}{e^{\gamma \ell} - e^{-\gamma \ell}} = Z_o \coth(\gamma \ell)$$

Si la línea es suficientemente corta cumpliéndose $|\ell| \ll 1$

$$Z_{ent \rightarrow C.A.} \approx \frac{Z_o}{\gamma \ell} \quad \frac{\gamma}{Z_o} = G + j\omega C \quad Z_{ent \rightarrow C.A.} = \frac{1}{\ell(G + j\omega C)}$$

Relación entre Z_{cc} y Z_{ca}

$$Z_{ent \rightarrow C.A.} Z_{ent \rightarrow C.C.} = [Z_o \coth(\gamma \ell)] [Z_o \tanh(\gamma \ell)] = Z_o^2$$

$$\frac{Z_{ent \rightarrow C.C.}}{Z_{ent \rightarrow C.A.}} = \frac{Z_o \tanh(\gamma \ell)}{Z_o \coth(\gamma \ell)} = \tanh^2(\gamma \ell)$$

$$Z_o = \sqrt{Z_{ent \rightarrow C.A.} Z_{ent \rightarrow C.C.}}$$

$$\gamma \ell = \tanh^{-1} \left(\sqrt{\frac{Z_{ent \rightarrow C.C.}}{Z_{ent \rightarrow C.A.}}} \right)$$

$$e^{-2\gamma \ell} = \frac{1 - \sqrt{\frac{Z_{ent \rightarrow C.C.}}{Z_{ent \rightarrow C.A.}}}}{1 + \sqrt{\frac{Z_{ent \rightarrow C.C.}}{Z_{ent \rightarrow C.A.}}}} = M$$

$$\gamma = \frac{1}{2\ell} \ln M$$

$$j\beta = -\frac{1}{2\ell} [\theta \pm 2\pi \ell_\lambda]$$

Coefficiente de reflexión $Kr = \Gamma$

$$\Gamma = r \angle \theta$$

$$0 \leq Kr \leq 1$$

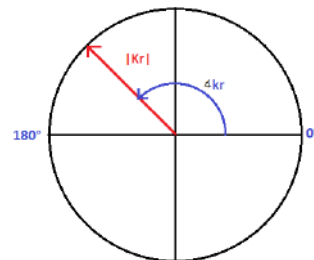
$$\Gamma = \frac{V_{ref} e^{\gamma \ell_x}}{V_{inc} e^{\gamma \ell_x}} = \frac{V_{ref}}{V_{inc}} e^{2\gamma \ell_x}$$

$\ell_x \rightarrow$ Posición o distancia l donde se lleve a cabo la medición

Con $Kr = 1$

Habrà un punto donde $V_i + V_r = 2V_i$

Habrà un punto donde $V_i - V_r = 0$



$$Kr = |Kr|e^{-j\theta Kr} \quad Kr = \frac{V_{ref}}{V_{inc}} \quad \frac{\lambda}{2} = 360^\circ$$

$$|Kr| = \frac{ROE - 1}{ROE + 1} \quad \frac{\lambda}{8} = 90^\circ \rightarrow \text{Bobina}$$

$$Kr = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o} \quad \frac{3\lambda}{8} = 270^\circ = -90^\circ \rightarrow \text{Capacitor}$$

$$Z_L < Z_o \rightarrow 180^\circ$$

$$Z_L > Z_o \rightarrow 0^\circ$$

$$V_{ref} = Kr * V_{inc}$$

Razón de onda estacionaria $\rightarrow ROE$

$$ROE = \frac{|V_{max}|}{|V_{min}|} = \frac{1 + |Kr|}{1 - |Kr|} \quad ROE = \frac{Z_L}{Z_o} = \frac{Z_o}{Z_L}$$

Se usa el mayor como numerador

$$1 \leq ROE \leq \infty$$

$$R_{max} = (ROE)(Z_o)$$

$$R_{min} = \frac{ROE}{Z_o}$$

$$I_{min} = \frac{vg}{Z_o + R_{max}}$$

$$I_{max} = \frac{vg}{Z_o + R_{min}}$$

Nodos y antinodos

ANTINODOS $\rightarrow$ Señal inc + Señal ref $\rightarrow$ Las señales están en fase y suman = máximo

NODOS $\rightarrow$ Señal inc - Señal ref $\rightarrow$ Señales desfasadas 180° y se restan = mínimo

$$ROE = \frac{V_{incidente} + V_{reflejado}}{V_{incidente} - V_{reflejado}} = \frac{I_{incidente} + I_{reflejado}}{I_{incidente} - I_{reflejado}} = \frac{ANTINODO}{NODO}$$

Línea de baja pérdida

$Kr=0$	$ROE=1$	$Z_L=Z_o$	ACOPLO $\rightarrow$ IDEAL
$Kr=-1 \rightarrow 180^\circ$	$ROE=\infty$	$Z_L=0$	CORTO CTO. $\rightarrow$ PÉSIMO
$Kr=1$	$ROE=\infty$	$Z_L=\infty$	CTO. ABIERTO $\rightarrow$ PÉSIMO

Solución de la ec. de la onda en una LT

$$V(\ell_x) = V_{ent}^+ e^{-\gamma \ell_x} + V_{ent}^- e^{\gamma \ell_x}$$

$$I(\ell) = \frac{V_{ent}^+}{Z_o} e^{-\gamma \ell_x} - \frac{V_{ent}^-}{Z_o} e^{\gamma \ell_x}$$

$\ell_x \rightarrow$ Posición o distancia l donde se lleve a cabo la medición

$$V_L = V_{ent}^+ e^{-\gamma \ell} + V_{ent}^- e^{\gamma \ell}$$

$$I_L = \frac{V_{ent}^+}{Z_o} e^{-\gamma \ell} - \frac{V_{ent}^-}{Z_o} e^{\gamma \ell}$$

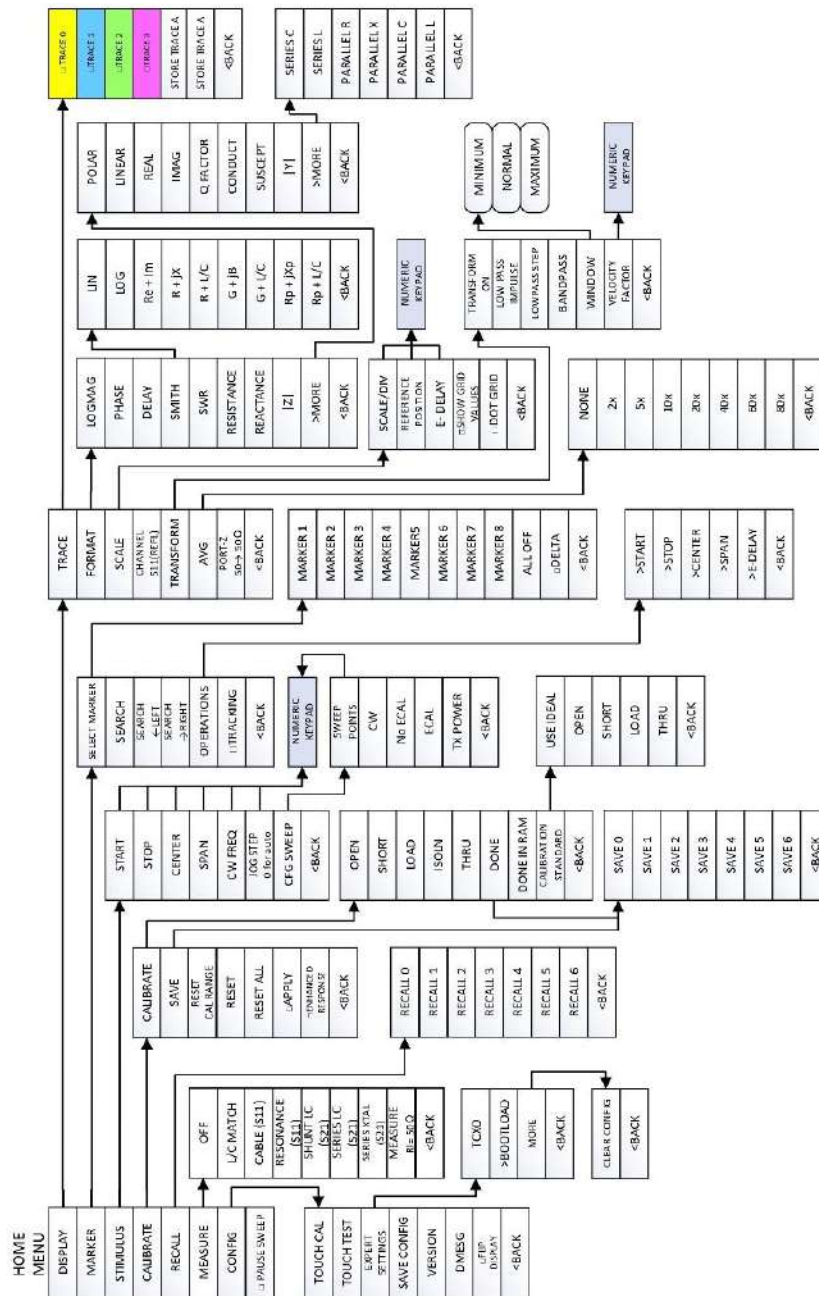
Anexos

Anexo 1

Menú del NanoVNA S-A-A-2

Anexo 1.1. Mapa de la estructura de menú del NanoVNA S-A-A-2

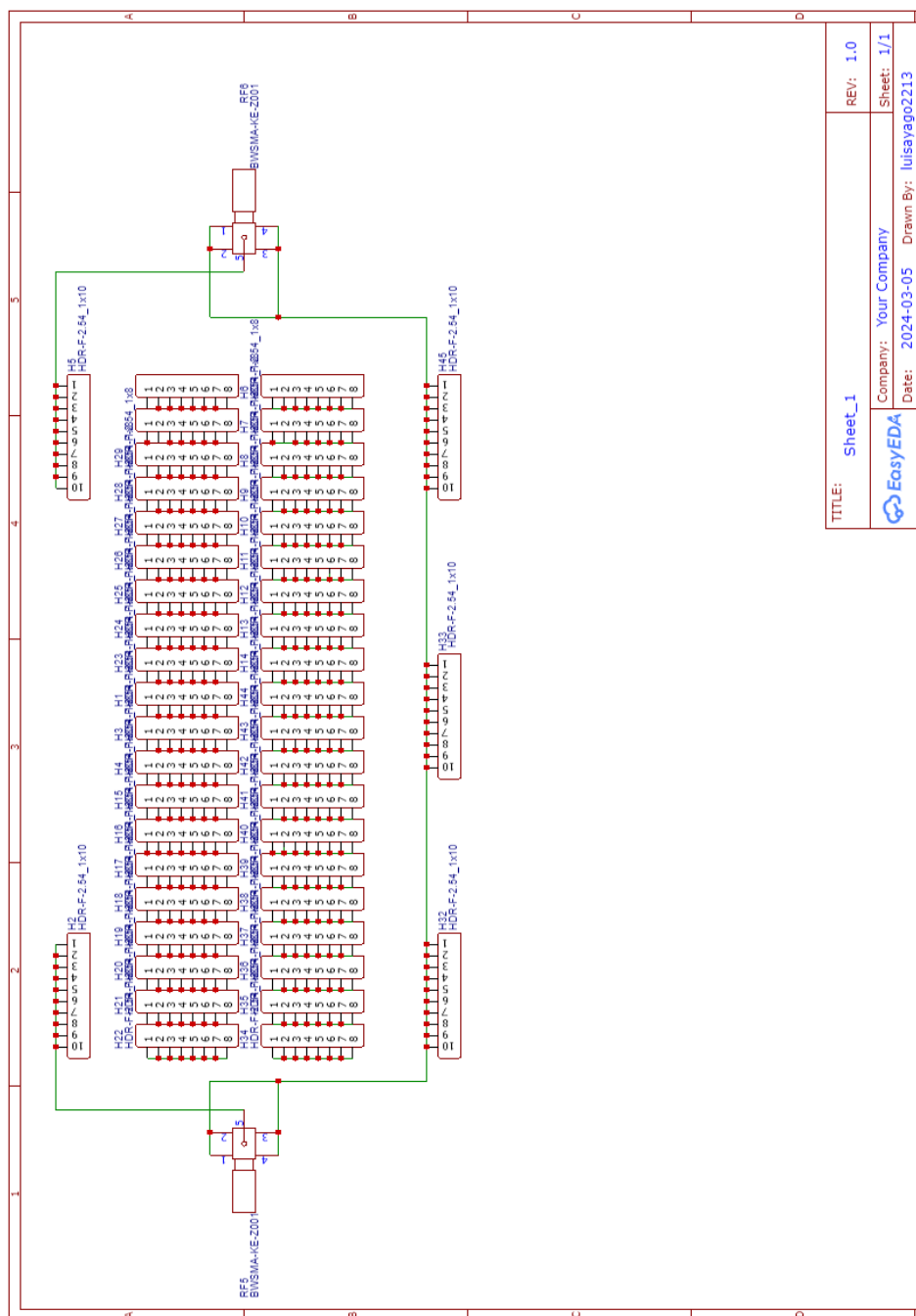
SAA-2 Menu Structure Map



Fuente: OwOTech y Cho45 (2022).

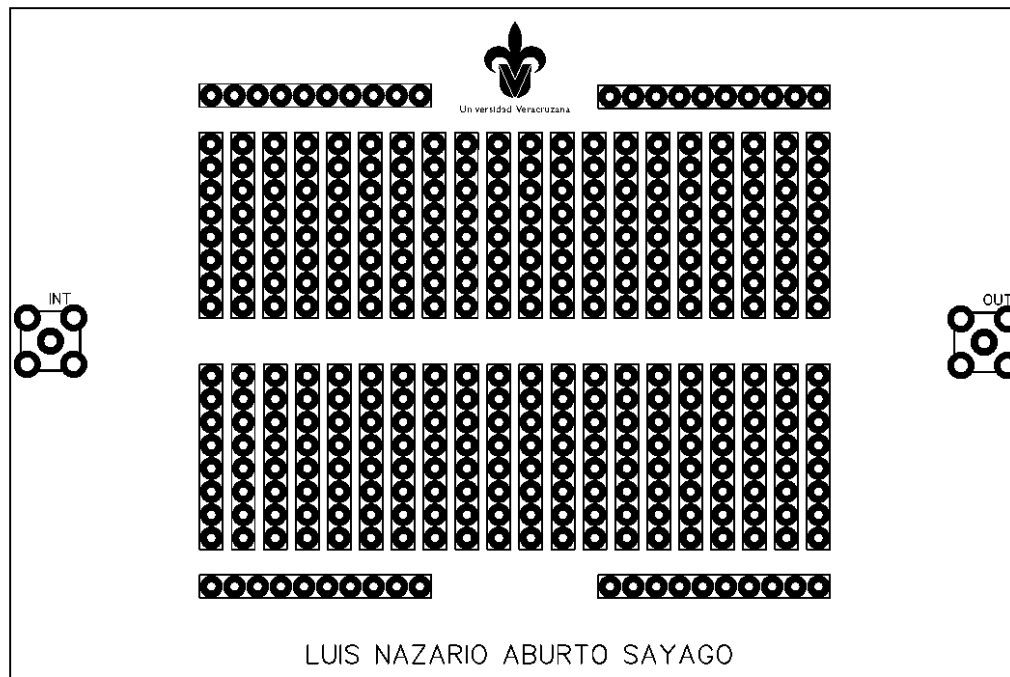
Anexo 2

Anexo 2.1. Diagrama placa de pruebas para circuitos RF estilo protoboard



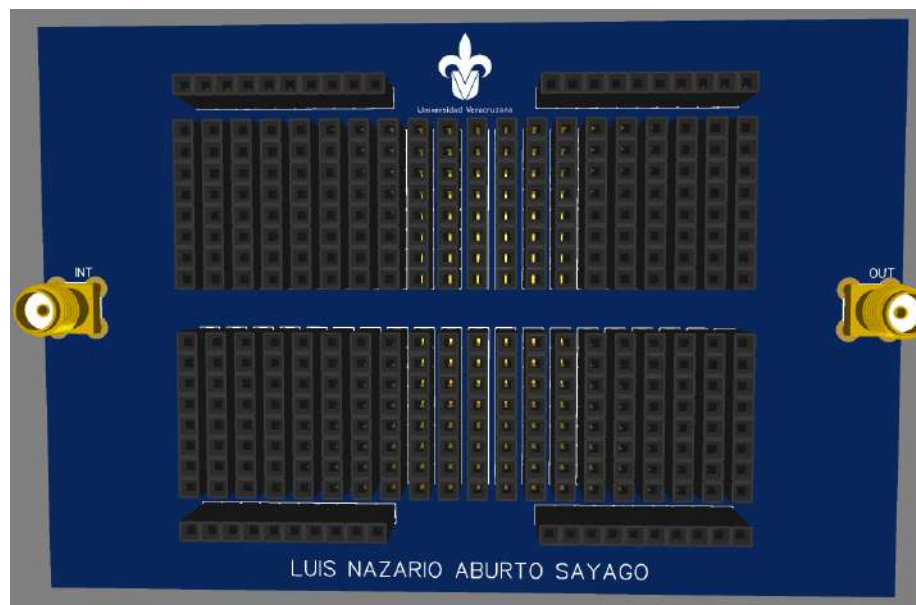
Fuente: elaboración propia.

Anexo 2.2. Vista frontal placa de pruebas para circuitos RF estilo protoboard



Fuente: elaboración propia.

Anexo 2.3. Vista 3D placa de pruebas para circuitos RF estilo protoboard



Fuente: elaboración propia.

Anexo 3

Anexo 3.1. Hoja de datos coaxial RG-58



53 Ohm Flexible RG58-P Plenum Rated Coax
Cable Single Shielded with Black FEP Jacket

RF Cables Technical Data Sheet

RG58-P

Configuration

- Plenum Flexible Cable
- 1 Shield(s)

Description

Flexible RG58/U Type Plenum Rated Coax Cable Single Shielded with Black FEP Jacket

Electrical Specifications

Description	Minimum	Typical	Maximum	Units
Frequency Range	DC		1,000	MHz
Impedance		53		Ohms
Velocity of Propagation		69.5		%
Time Delay		1.48 [4.86]		ns/ft [ns/m]
Shielding Effectiveness	45			dB
Inner Conductor DC Resistance			10.2	Ohms/1000ft
Outer Conductor DC Resistance			6.7	Ohms/1000ft
Nominal Capacitance		26.4 [86.61]		pF/ft [pF/m]
Nominal Inductance		0.088 [0.29]		uH/ft [uH/m]

Performance by Frequency Band

Description	F1	F2	F3	F4	F5	Units
Frequency	1	10	50	100	200	MHz
Attenuation, Typ	0.5	1.2	3	4.3	6.4	dB/100ft
	1.64	3.94	9.84	14.11	21	dB/100m
Input Power (CW), Max	4,798	1,937	782	542	370	Watts

Description	F6	F7	F8	F9	F10	Units
Frequency	400	700	900	1,000		MHz
Attenuation, Typ	9.7	13.7	16.1	17.3		dB/100ft
	31.82	44.95	52.82	56.76		dB/100m
Input Power (CW), Max	248	177	153	143		Watts

Click the following link (or enter part number in "SEARCH" on website) to obtain additional part information including price, inventory and certifications: 53 Ohm Flexible RG58-P Plenum Rated Coax Cable Single Shielded with Black FEP Jacket RG58-P

Pasternack Enterprises, Inc. • P.O. Box 16759, Irvine, CA 92623
Phone: (866) 727-8376 or (949) 261-1920 • Fax: (949) 261-7451
Sales@Pasternack.com • Techsupport@Pasternack.com

ISO 9001 : 2008 Registered



© 2017 Pasternack Enterprises All Rights Reserved

RG58-P REV 1.2

1

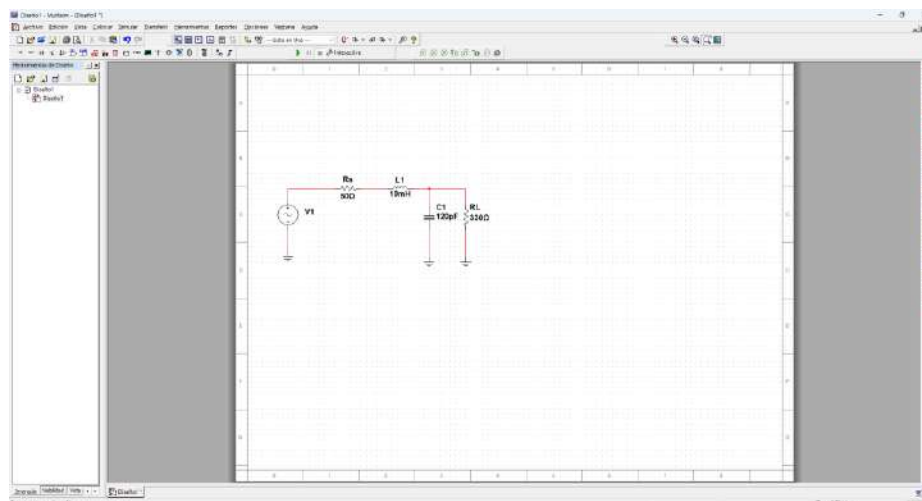
Fuente: Pasternack Enterprises (s.f.).

Anexo 4

Uso de análisis de AC en Multisim

Se comienza a implementando el prototipo del circuito RF a analizar.

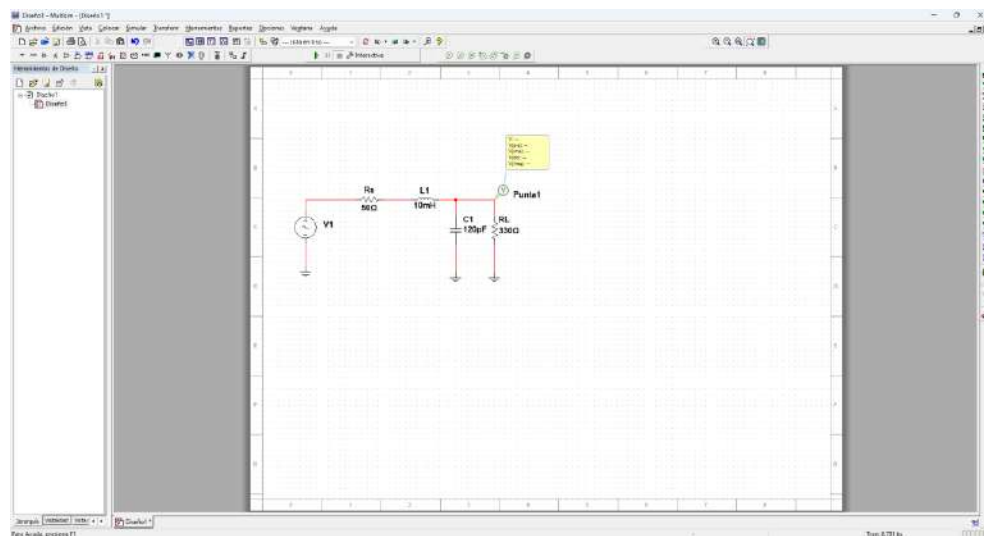
Anexo 4.1. Implementación de circuito RF



Fuente: elaboración propia.

Posteriormente se selecciona una punta de prueba de voltaje y se conecta al circuito RF antes de llegar a la resistencia de carga.

Anexo 4.2. Conexión de punta de prueba



Fuente: elaboración propia.

Anexo 4.3. Configuración de Análisis de CA

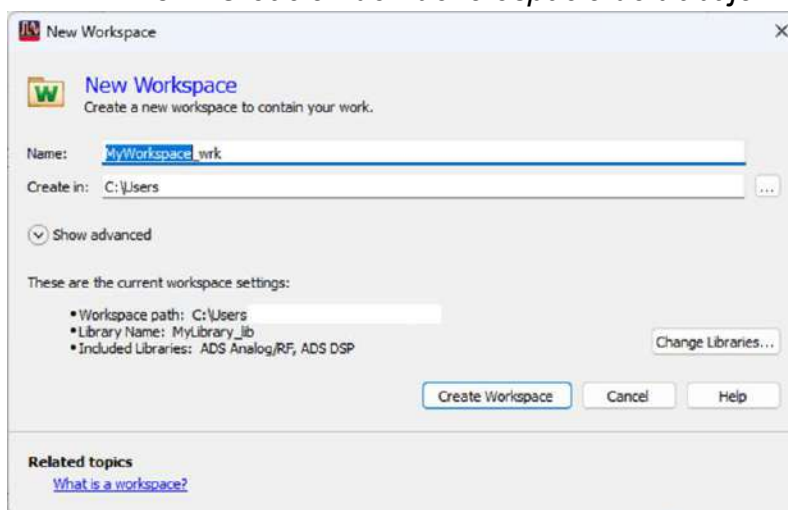


Anexo 5

Análisis por medio de Advanced Desing System

Como en este caso se trata de un *software* más especializado, antes de comenzar a realizar el diseño esquemático de la red para su simulación, hay que definir un nuevo espacio de trabajo, nombrarlo y establecer el lugar donde se guardaran los archivos generados.

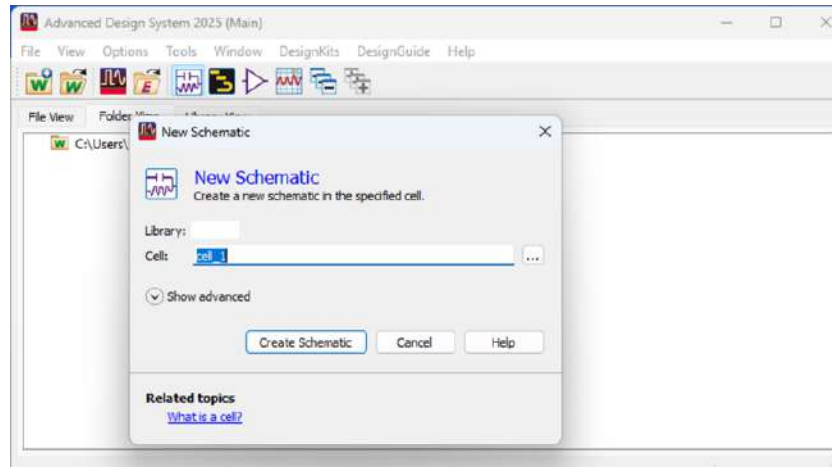
Anexo 5.1. Creación de nuevo espacio de trabajo



Fuente: elaboración propia.

Ya creado el espacio de trabajo, elegimos crear un nuevo esquemático.

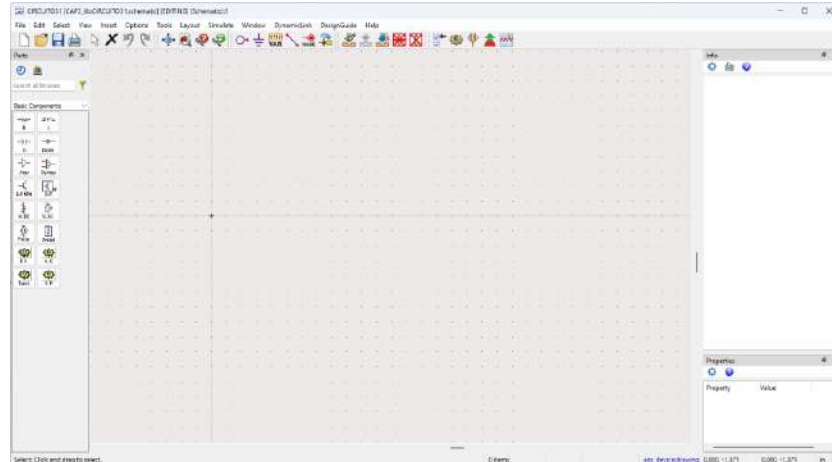
Anexo 5.2. Nuevo esquemático en ADS



Fuente: elaboración propia.

Una vez realizada esta acción, aparece una hoja de trabajo donde se hará el diseño (anexo 4.3). Posteriormente, del pallette ubicado al lado izquierdo, se toman los componentes que se utilizarán para construir la red.

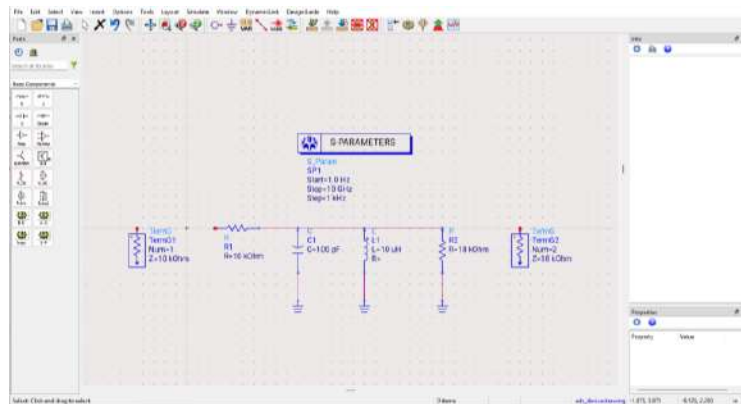
Anexo 5.3. Hoja de trabajo



Fuente: elaboración propia.

Ya con la red elaborada (anexo 4.4), se busca la opción de la simulación de los parámetros S, en la parte superior izquierda del panel y después se toman las terminales de la impedancia característica que serán colocadas a la entrada y salida de la red de dos puertos.

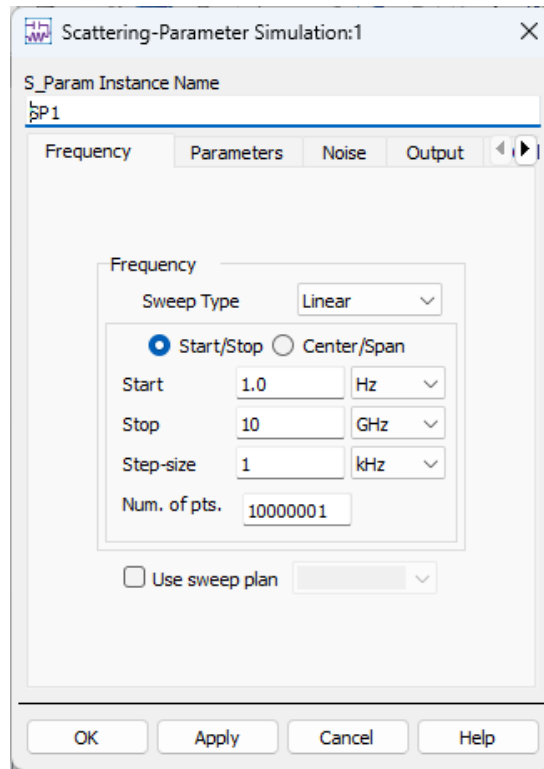
Anexo 5.4. Construcción del esquemático y elección de terminales



Fuente: elaboración propia.

Después se toma del *palette* de la izquierda la opción de simular parámetros S, arrastrándola hacia el área de trabajo donde se maximiza esta opción y es posible configurar el barrido en frecuencia, el total de puntos a muestrear, etc.

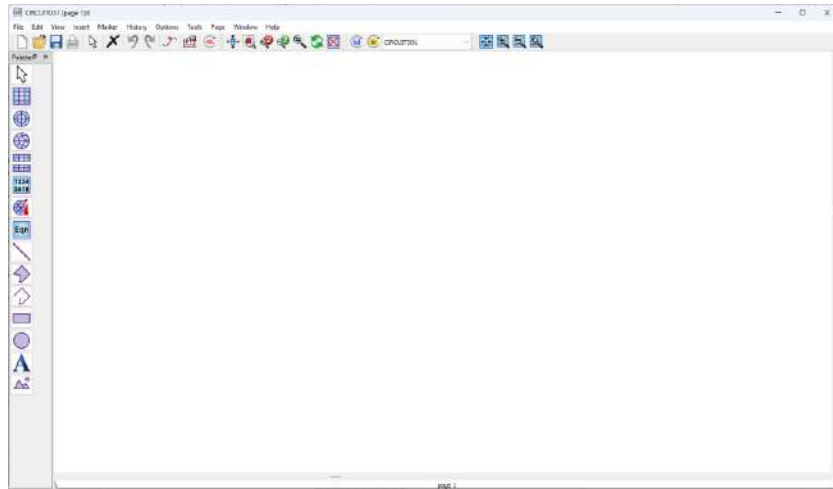
Anexo 5.5. Configuración de barrido



Fuente: elaboración propia.

Ya que se anuncia una simulación completa, se abre una nueva ventana donde aparece un menú del lado izquierdo del cual se puede escoger distintas formas de trazar los datos, ya sea en un gráfico rectangular, polar o en una carta de Smith.

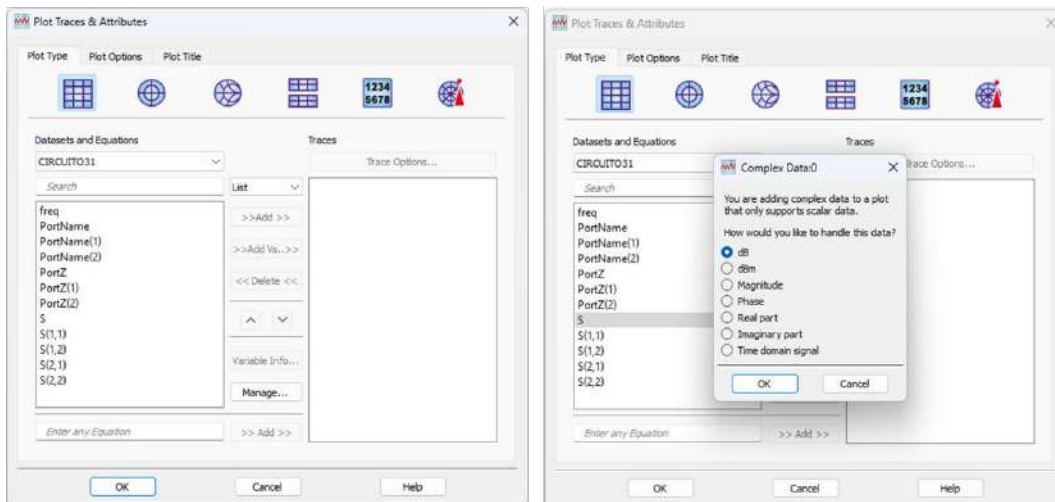
Anexo 5.6. Gráficos a visualizar



Fuente: elaboración propia.

Se elige el gráfico que más convenga, y al seleccionarlo aparece una ventana donde se agregan al gráfico los parámetros que se quieren visualizar y cómo se quieren visualizar: en magnitud, decibeles, fase, parte real, parte imaginaria, etc.

Anexo 5.7. *Parámetros a visualizar*



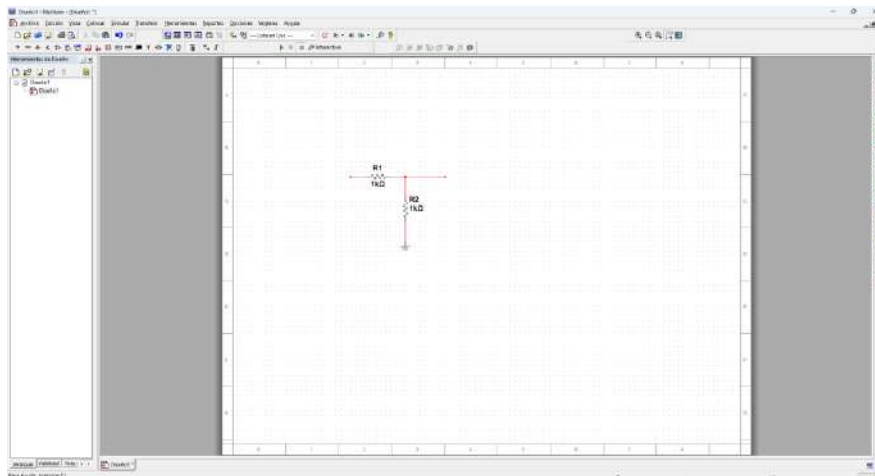
Fuente: elaboración propia.

Anexo 6

Análisis por medio de analizador de redes de Multisim

Se comienza a implementando el prototipo la red a analizar.

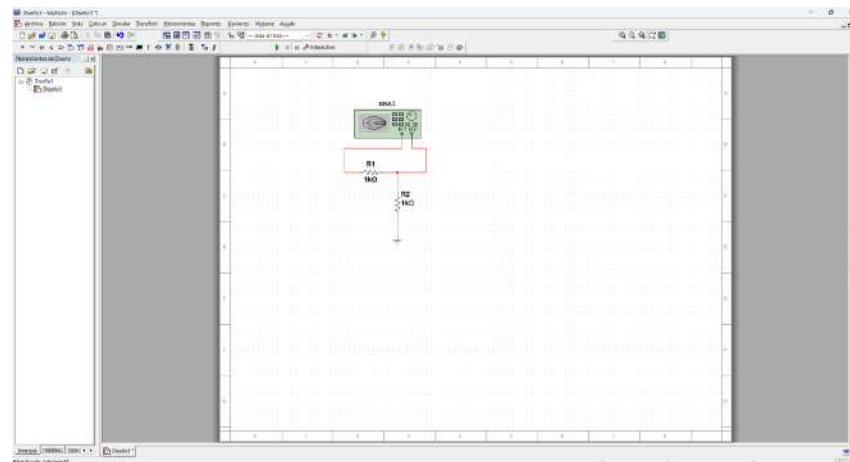
Anexo 6.1. Implementación de red de dos puertos



Fuente: elaboración propia.

Posteriormente se selecciona el analizador de redes y se conecta a la red de dos puertos.

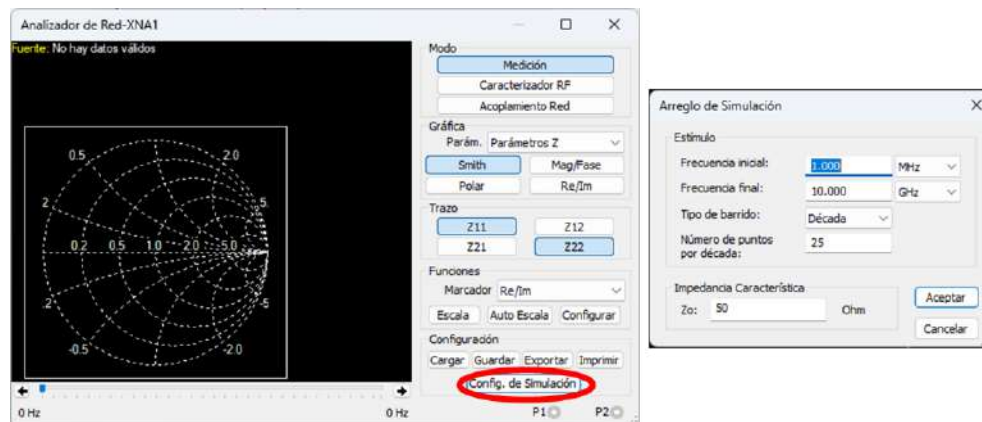
Anexo 6.2. Conexión de analizador de redes con red de dos puertos



Fuente: elaboración propia.

Después hay que abrir la ventana del analizador de redes y seleccionar en el menú que aparece en la parte inferior derecha del *display* el barrido en frecuencia deseado, la impedancia característica, el número de puntos a muestrear, etcétera. Hecho esto activamos la simulación.

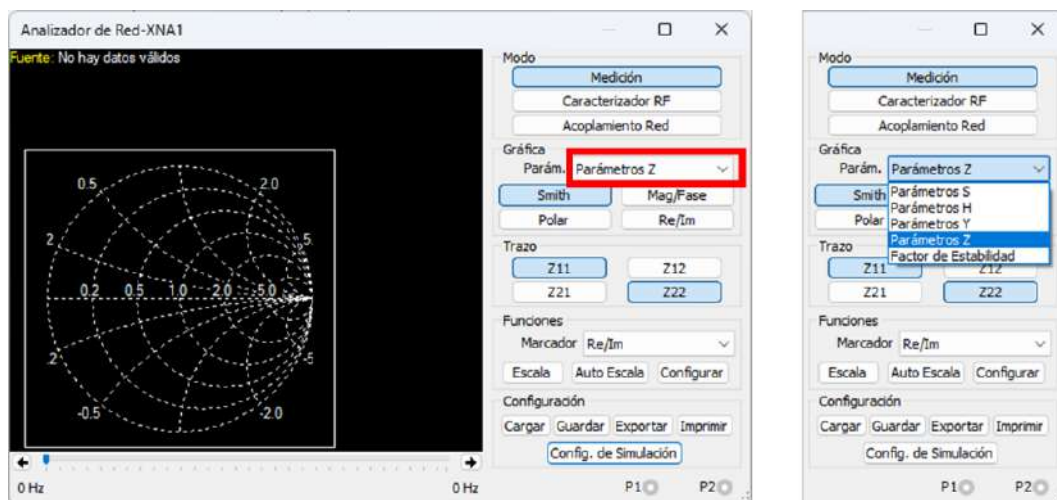
Anexo 6.3. Configuración del analizador de redes virtual



Fuente: elaboración propia.

Ya activada la simulación, habrá que indicar los parámetros a visualizar dentro de un menú de parámetros S, H, Y y Z.

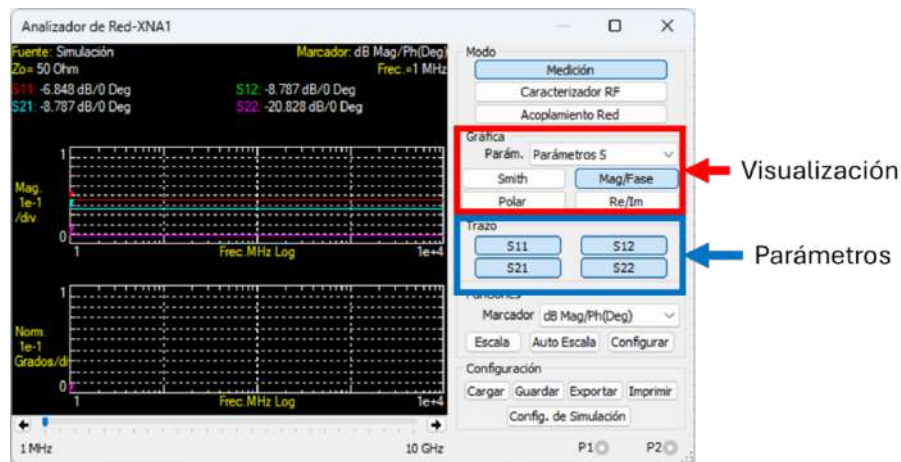
Anexo 6.4. Menú de parámetros a visualizar



Fuente: elaboración propia.

A continuación se ofrece la visualización en la carta de Smith, polar, magnitud y fase, real-imaginario. Seleccionamos la que más convenga, también es posible indicar el parámetro S que se desea observar, puede ser solo uno o los cuatro parámetros a un tiempo.

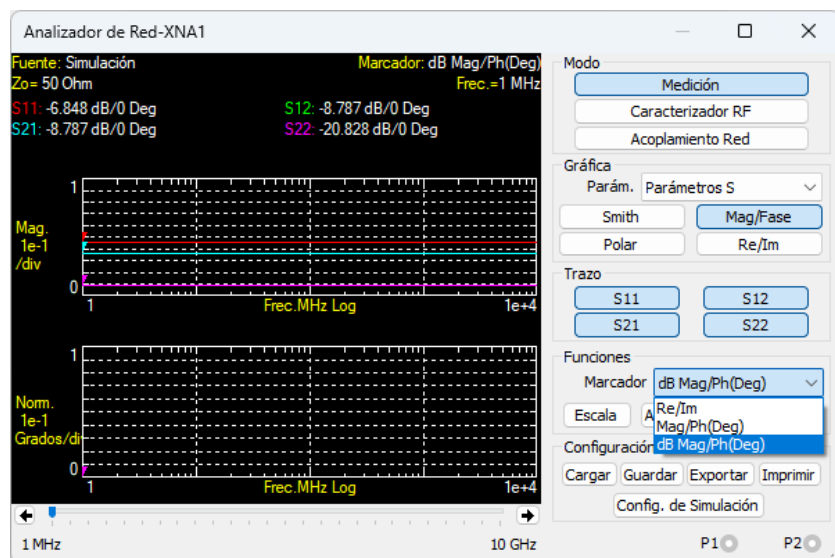
Anexo 6.5. Menú de parámetros a visualizar



Fuente: elaboración propia.

En esta ocasión visualizaremos los cuatro parámetros, pero antes ajustamos el marcador según la visualización deseada, magnitud y fase, real-imaginario.

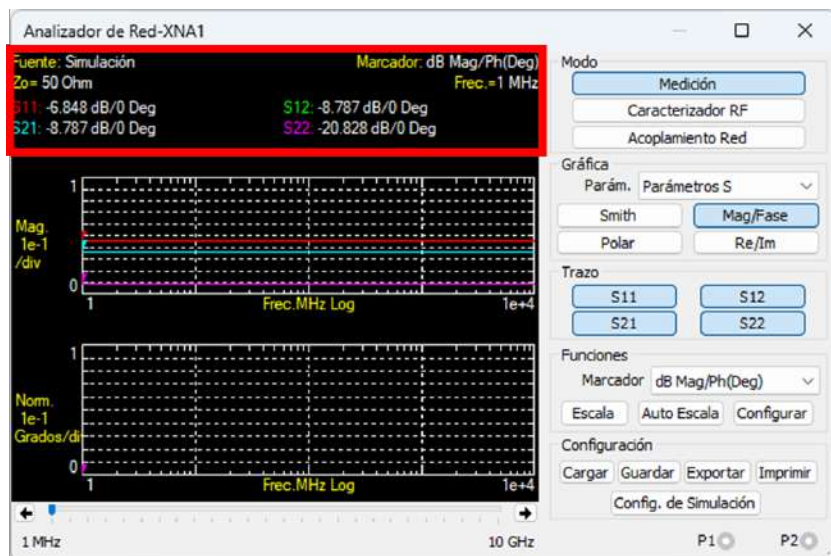
Anexo 6.6. Menú de marcadores



Fuente: elaboración propia.

Para concluir visualizamos los resultados en el *display* de analizador de redes.

Anexo 6.7. Visualización de resultados



Fuente: elaboración propia.

Referencias

- Anderson, D., Smith, L. y Gruszynski, J. (1996). *S-parameter techniques for faster, more accurate network desing*.
<https://www.phys.hawaii.edu/~idlab/taskAndSchedule/5989-9273EN.pdf>
- Barbero, J., Issouribehere, F. y Leibovich, P. (2004). *Circuitos y sistemas lineales. Elementos de análisis y síntesis* (1ra ed.). Universidad Nacional de La Plata.
- Bowicki, C., Blyler, J. y Ajluni, C. (2008). *RF cicuit desing*. Newnes.
- Cano de Diego, J. L., Fernández Fernández, Ó. y Pereda, J. A. (2024). *Medios de transmisión guiados*. Universidad de Cantabria.
https://ocw.unican.es/pluginfile.php/3087/course/section/2932/G834_Tema4_Teoría.pdf.
- Capacho, L. M., Becerra, N. A., Gallo, E. A. y Lopez, J. A. (s.f.). *Líneas de microcinta*. Geocities.
<https://www.geocities.ws/jaimealopezr/Electronica/LineasMicrocinta.pdf>
- Copper Mountain Technologies. (2023, Octubre 18). *Conceptos básicos de analizador de redes vectoriales*.
https://coppermountaintech.com/es/conceptos-basicos-de-analizador-de-redes-vectoriales/?utm_source=chatgpt.com
- ELAD. (s.f.). *Test instruments. SNA-3050 400 kHz ÷ 2.5 GHz Scalar Network Analyzer scalar network analyzer*. ELAD S.r.l.
https://www.spinelectronics.eu/ftp/datasheets/elad_sna-3050.pdf
- García Argos, C. (2003). *Apuntes de fundamentos de microondas 1*. Universidad de Málaga.
<http://www.telecos-malaga.com/descargas/apuntes/4Curso/FM1/FM1-Apuntes.pdf>
- Github. (2021). *NanoVNA-v2 NanoVNA2-firmware* [Software].
<https://github.com/nanovna-v2/NanoVNA2-firmware>
- Hernández Rueda, A. J. (1999). *Teoría de líneas de transmisión e ingeniería de microondas*. Universidad Autonoma de Baja California.
- Keysight Technologies. (2014). *Keysight Technologies. Migration from 8712/8714 series to ENA 6 series network analyzers. Technical overview*. Keysight

- Technologies. <https://www.keysight.com/us/en/assets/7018-01193/technical-overviews-archived/5989-0196.pdf>
- Ludwig, R. y Bretchko. (2000). *RF circuit design: theory and applications*. Prentice Hall.
- Martínez, F. (1998). *Introducción a los medios de transmisión*. Sans Serif Editores.
- NanoRFE. (s.f.). *NanoVNA V2 (S-A-A-2)* [Aparato]. <https://nanorfe.com/es/nanovna-v2.html>
- NanoVNA Saver. (s.f.). *NanoVNA Saver*. https://nanovna.com/?page_id=90
- Neri Vela, R. y Porragas Beltrán, L. H. (2013). *Líneas de transmisión* (1.^a ed.). Universidad Veracruzana.
- Nuclearrambo. (2020, julio 12). *Review the new NanoVNA v2 (saa2) parte 1*. <https://nuclearrambo.com/wordpress/reveiwng-the-new-nanovna-v2-saa-2-part-1/>
- OwOTech y Cho45. (2022, Febrero). *User manual-NanoVNA V2*. <https://nanorfe.com/nanovna-v2-user-manual.html>
- Pasternack Enterprises. (s.f.). *RG58-P: 53 ohm flexible RG58-P plenum rated coax cable, single shielded with black FEP jacket (Rev. 1.2)* [Ficha técnica]. Pasternack Enterprises. <https://www.pasternack.com/flexible-0.163-rg58-plenum-50-ohm-coax-cable-fep-jacket-rg58-p-p.aspx>
- Pérez Vega, C., Zamanillo Sainz de la Maza, J. M. y Casanueva López, A. (2007). *Sistemas de telecomunicaciones*. Universidad de Cantabria.
- Russell, D. A. (s.f.). *The complete Smith chart*. The Pennsylvania State University. <https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/SWR/SmithChart.pdf>
- Steer, M. (2025). *Libre texts engineering*. North Carolina State University. [https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Electrical_Engineering/Electronics/Microwave_and_RF_Design_III_-_Networks_\(Steer\)/02%3A_Chapter_2/2.2%3A_Two-Port_Networks](https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Electrical_Engineering/Electronics/Microwave_and_RF_Design_III_-_Networks_(Steer)/02%3A_Chapter_2/2.2%3A_Two-Port_Networks).
- Sucre, O. (2008). *Redes de dos puertos*. <https://hc09paa2.pbworks.com/f/Redes+de+dos+puertos.pdf>
- Van Valkenburg, E. M. (1999). *Análisis de redes*. Limusa

Wikipedia. (s.f.). *Analizador de redes*. Recuperado el 3 de diciembre de 2026.
https://es.wikipedia.org/wiki/Analizador_de_redes?utm_source

Sobre los autores

Aburto Sayago, Luis Nazario

Ingeniero en Electrónica y Comunicaciones por la Universidad Veracruzana, México. Realizó cursos de especialización en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica (INAOE), entre ellos el de Diseño, Caracterización y Fabricación de Sensores y Circuitos Integrados y el Seminario de Electrónica Avanzada. Ha ocupado cargos de liderazgo estudiantil como presidente y vicepresidente de la rama estudiantil IEEE en la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Veracruzana, donde coordinó actividades técnicas, académicas y de vinculación para la comunidad estudiantil.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-4465-4688>

Academia: <https://independent.academia.edu/LuisSayago1>

Google Académico: <https://scholar.google.com/citations?hl=en&>

Research Gate: https://www.researchgate.net/profile/Luis-Aburto-Sayago?ev=hdr_xprf

Porrágas Beltrán, Luis Héctor

Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica por el Instituto Tecnológico de Chihuahua, México y Licenciado en Industrial en Electrónica en el Instituto Tecnológico de Veracruz, México. Realizó diversos cursos en el área de comunicaciones navales en el Fylde College de Blakpool UK y en el Jewerly College de Edimburgo; trabajó como radio experto para la clasificadora Lloyd's Register of Shipping. Su área de investigación es el desarrollo de laboratorios virtuales y la simulación para sistemas de comunicaciones de RF, instrumentación y control. Actualmente es director de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, región Veracruz, de la Universidad Veracruzana, y académico de tiempo completo del Programa Educativo de Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones. También es miembro del cuerpo académico consolidado Sistemas Eléctricos y Electrónicos (UV-CA-501) y colaborador en el cuerpo académico consolidado de Sistemas Dinámicos Autónomos (UV-CA-415). Algunas de sus publicaciones más recientes son el libro

Líneas de transmisión (2013) (en coautoría con el Dr. Rodolfo Neri Vela), y un capítulo del libro *Comunicaciones por Satélite* (2015).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7982-566X>

Google Académico:

https://scholar.google.com/citations?view_op=list_works&hl=AAAAJ

Research Gate: https://www.researchgate.net/profile/Luis-Porras-Beltran?ev=prf_overview

Sánchez Vidal, Adrián

Doctor en Sistemas y Ambientes Educativos por la Universidad Veracruzana. Obtuvo la Maestría en Ciencias de Ingeniería en Microelectrónica en el Instituto Politécnico Nacional en la Ciudad de México y la licenciatura en Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones en la Universidad Veracruzana. Actualmente se desempeña como secretario de Facultad y profesor en la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Veracruzana, región Veracruz, participando activamente en actividades de docencia e investigación. Forma parte del Cuerpo Académico consolidado UV-CA 501 Sistemas Eléctricos y Electrónicos aportando en sus líneas de generación. Sus datos están disponibles en plataformas especializadas como Research Gate, Google Scholar, ORCID y Scopus, que favorecen la colaboración científica y la difusión de su producción académica. Sus principales líneas de investigación se centran en la competencia digital para la investigación en educación superior, el diseño instruccional y los procesos de aprendizaje mediados por tecnologías. Entre sus publicaciones más recientes destacan *DCDIC: instrumento para diagnosticar los conocimientos de la competencia digital para la investigación de estudiantes universitarios* (2023) y *DCDIH: instrumento para diagnosticar las habilidades de la competencia digital para la investigación de estudiantes universitarios* (2023), y es coautor de *Implementation of a wireless sensor network for environmental measurements* (2024).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8551-303X>

Scopus: [57213003403](https://orcid.org/0000-0001-8551-303X)

Google Académico: <https://scholar.google.com/citations?user=>

Research Gate: <https://www.researchgate.net/profile/Adrian-Sanchez-Vidal>

López Huerta, Francisco

Doctor en Ciencias por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (2011), donde también obtuvo la maestría en Ciencias (2005). Es Ingeniero en Electrónica por el Instituto Tecnológico de Puebla (2001) y realizó estudios posdoctorales en el Centro MICRONA de la Universidad Veracruzana. Desde 2017 es profesor de tiempo completo titular C en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Veracruzana, con perfil PRODEP y miembro del Sistema Nacional de Investigadores e Investigadoras nivel II. Es responsable del cuerpo académico Sistemas Eléctricos y Electrónicos UV-CA-501, donde desarrolla líneas de investigación en diseño, modelado y caracterización de circuitos integrados basados en tecnología CMOS para aplicaciones médicas y agricultura de precisión, así como en el estudio de materiales y sus aplicaciones. Es enlace en el laboratorio nacional de la Secretaría SECIHTI con número de registro 125. Ha publicado diversos trabajos académicos. Entre sus publicaciones recientes destacan "FPGA-Based RF signal generator for radar applications" en *IEEE Embedded Systems Letters* (2025), "Hydro-functional strategies of sixteen tree species in a mexican karstic seasonally dry tropical forest" en *Forests* (2025).

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3332-846X>

Scopus: [14829305800](https://orcid.org/0000-0003-3332-846X)

Google Académico: <https://scholar.google.com/citations?user>

Research Gate: <https://www.researchgate.net/profile/Francisco-Lopez-Huerta>

Ocampo Mata, Bertilde

Licenciada en Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones por la Universidad Veracruzana, México. Su área de investigación es en el área de desarrollo. Sus principales líneas de investigación se centran en la competencia digital para la investigación en educación superior, el diseño instruccional y los procesos de aprendizaje mediados por tecnologías, así como laboratorios virtuales y de simuladores didácticos. Actualmente es académica de asignatura de la Facultad de

Ingeniería Eléctrica y Electrónica, región Veracruz, de la Universidad Veracruzana impartiendo experiencias educativas en el área de ciencias básicas y de iniciación a la disciplina.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-7310-4947>

Marín Urías, Luis Felipe

Doctor en Robótica. Maestro en Inteligencia Artificial por parte de la Universidad Veracruzana y Master 2 Recherche en Sistemas Informáticos Críticos por parte de la Universidad de Toulouse III-Paul Sabatier. Actualmente es profesor de tiempo completo en la Universidad Veracruzana en donde realiza actividades de investigación, desarrollo de tecnología y docencia. Regresó a hacer una estancia posdoctoral en el ahora Centro de investigación en Inteligencia Artificial de la Universidad Veracruzana. Ha participado en proyectos de investigación europeos e internacionales, como COGNIRON, DEXMART, CHRIS en donde se abordaba la inteligencia artificial aplicada a la robótica.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2467-8695>

Google Académico: <https://scholar.google.com/citations?user=>

Research Gate: https://www.researchgate.net/profile/Luis-Marin-Urias?ev=hdr_xprf

Portillo Vélez, Rogelio de Jesús

Ingeniero Mecánico por la Universidad Autónoma Metropolitana, graduado con honores en 2006. Obtuvo el grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Mecatrónica en 2008 y el grado de Doctor en Ciencias con especialidad en Mecatrónica en 2013, ambos del Centro de Investigación y Desarrollo Avanzado Estudios del IPN en México. Ha colaborado en el desarrollo de tecnología de asistencia robótica en conjunto con centros de investigación e instituciones de salud en México, dando como resultado la creación de una empresa de base tecnológica y el otorgamiento de diversas patentes y registros de diseño industrial. Ha realizado estancias de investigación en la Universidad Técnica de Múnich, Alemania en 2013 y en la Universidad de Glasgow en 2017. Actualmente es profesor de tiempo

completo y coordinador del Programa Educativo de Ingeniería Mecatrónica en la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Veracruzana. Sus intereses de investigación y docencia son la robótica, el control, la optimización, sistemas dinámicos y energía.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8290-617X>

Google Académico: <https://scholar.google.com/citations>

Research Gate: <https://www.researchgate.net/profile/Rogelio-Portillo-Velez>

Análisis y aplicaciones del VNA S-A-A-2 en líneas de transmisión y sistemas de comunicación RF, de Luis Nazario Aburto Sayago, Luis Héctor Porrágas Beltrán, Adrián Sánchez Vidal, Francisco López Huerta, Bertilde Ocampo Mata, Luis Felipe Marín Urías y Rogelio de Jesús Portillo Vélez, publicado por Ediciones Comunicación Científica, S. A. de C. V., se termino de imprimir en julio de 2026, Litografía Ingramex, S. A. de C. V., Centeno 162-1, Granjas Esmeralda, 09810, Ciudad de Mexico. El tiraje fue de 25 ejemplares impresos y en version digital para acceso abierto en los formatos PDF, Epub y HTML. El cuidado de la edicion estuvo a cargo de Fidel Carlon Solis

Este libro presenta una revisión exhaustiva del análisis y aplicación práctica del analizador vectorial de redes NanoVNA S-A-A-2 en el estudio de las líneas de transmisión y circuitos de RF, destaca su utilidad como herramienta didáctica y de investigación en el aprendizaje y desarrollo de habilidades prácticas en dicha área. Los colaboradores son profesores de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica y, en su mayoría, integrantes de 2 cuerpos académicos actualmente consolidados. La obra aporta una metodología estructurada de validación experimental, que puede ser adoptada para investigaciones y prácticas de enseñanza, para enriquecer la formación en el área de RF a estudiantes y profesionales. Se detalla el paso a paso para la calibración, configuración de montajes y análisis de resultados usando el NanoVNA, lo cual le permite al lector reproducir y adaptar las técnicas en diferentes entornos de laboratorio. Además, se fomenta el aprendizaje activo mediante la resolución de ejemplos prácticos y ejercicios orientados a aplicaciones profesionales y académicas. Entre las principales aportaciones de esta obra frente a otras bibliografías, destaca la integración del equipo NanoVNA S-A-A-2 en un esquema pedagógico asequible y accesible, que facilita el aprendizaje y la experimentación con instrumentos de bajo costo sin sacrificar precisión, fomentando el desarrollo de razonamientos críticos en la resolución de problemas en el área de RF.



Luis Nazario Aburto Sayago es Ingeniero en Electrónica y Comunicaciones por la Universidad Veracruzana (UV). Ha ocupado cargos de liderazgo estudiantil como el de presidente y vicepresidente de la rama estudiantil IEEE en la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la UV.



Luis Héctor Porrágas Beltrán es Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica por el Instituto Tecnológico de Chihuahua. Sus áreas de investigación son el desarrollo de laboratorios virtuales y la simulación para sistemas de comunicaciones de RF, instrumentación y control. Es Director de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica y académico en la Universidad Veracruzana.



Adrián Sánchez Vidal es Doctor en Sistemas y Ambientes Educativos por la Universidad Veracruzana. Sus principales líneas de investigación se centran en la competencia digital para la investigación en educación superior; el diseño instruccional y los procesos de aprendizaje mediados por tecnologías.



Francisco López Huerta es Doctor en Ciencias por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Desde 2017, es profesor de tiempo completo titular C en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Veracruzana, con perfil PRODEP y miembro del Sistema Nacional de Investigadoras e Investigadores, nivel II. Es responsable del cuerpo académico Sistemas Eléctricos y Electrónicos UV-CA-501.



Bertilde Ocampo Mata es Licenciada en Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones por la Universidad Veracruzana. Actualmente es académica de asignatura de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, región Veracruz, de la Universidad Veracruzana.



Luis Felipe Marín Urías es Doctor en Robótica. Maestro en Inteligencia Artificial por parte de la Universidad Veracruzana y Master 2 Recherche en Sistemas Informáticos Críticos por parte de la Universidad de Toulouse III-Paul Sabatier. Actualmente es profesor de tiempo completo en la Universidad Veracruzana.



Rogelio de Jesús Portillo Vélez es Ingeniero Mecánico por la Universidad Autónoma Metropolitana, graduado con honores en 2006. Obtuvo la Maestría en Ciencias con especialidad en Mecatrónica en 2008 y el Doctorado en Ciencias con especialidad en Mecatrónica en 2013, ambos del Centro de Investigación y Desarrollo Avanzado Estudios del IPN en México.



Dimensions



2000922



Google Scholar



DOI.ORG/10.52501/CC.387



9 789689 803003



EDICIONES
COMUNICACIÓN
CIENTÍFICA PUBLICACIONES
ARBITRADAS

comunicacion-cientifica.com